This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

15569
5 4

HARVARD UNIVERSITY

MINERALOGICAL
LIBRARY

GEOLOGICAL MUSEUM

Versuch
einer genetischen Entwickelung
der
mechanischen
Krystallisations-Gesetze,
nebst
vorläufigen Erörterungen
über die
mechanischen Bedingungen des dreifachen Aggregatzustandes der Körper überhaupt,

von
August Wilhelm Julius Uhde,
Dr. phil. Lehrer der Mathematik und Physik am Gymnasium zu Oldenburg.

Mit vier Steindrucktafeln.

Bremen. 1833.
Bei Wilhelm Kaiser.

Felix, qui potuit rerum cognoscere causas!

Virgilius.

Dem

Herrn

Joh. Friedr. Ludwig Hausmann,

Ritter des Guelphen-Ordens, Königl. Großbritanniſch-Hannoverſchem Hofrathe, ordentlichem Profeſſor an der G. A. Univerſität und Mitgliede der Königl. Societät der Wiſſenſchaften zu Göttingen,

ſeinem hochverdienten Lehrer,

als ein Zeichen der innigſten Dankbarkeit und Verehrung

zugeeignet

von

dem Verfaſſer.

Vorwort.

Indem ich mit dem gegenwärtigen „Versuche" einen unbekannten Namen in die schriftstellerische Republik einzuführen im Begriff bin, fühle ich lebhaft genug, wie wenig der natürliche Wunsch jedes Autors, für sein Werk eine ausgebreitetere Aufmerksamkeit und Theilnahme zu gewinnen, empfohlen oder gerechtfertigt sei. Und doch kann ich der Hoffnung, diesen Wunsch erfüllt zu sehen, nicht ganz entsagen, in dem Bewußtsein, dieses Büchlein geschrieben zu haben, nicht bloß um geschrieben zu haben.

Der Gegenstand, zu dessen Erklärung ich durch diese Schrift einen fördernden Beitrag zu liefern mir gern schmeicheln möchte, die Gesetzmäßigkeit der Krystallbildung, hat in neueren Zeiten, wie zahlreiche Beobachtungen und fleißige Untersuchungen bezeugen, das regste und vielseitigste Interesse der Naturforscher auf sich gezogen, — und gewiß verdient das merkwürdige Phänomen der Krystallisation, dessen Studium auch ich unter günstigeren Umständen mich mit großer Vorliebe widmete, diese Aufmerksamkeit im vollsten Maße, schon weil es an und für sich anziehend und lehrreich genug ist, aber noch mehr wegen der mannigfaltigen und engen Beziehungen, worin es zu den wichtigsten Grundfragen der Physik steht. Die bis-

herigen Arbeiten in diesem Felde der Naturkunde haben sich jedoch mehr auf die bloße Angabe von Thatsachen und die Auffindung derjenigen Verhältnisse und Gesetze beschränkt, welche die mannigfaltigen Krystallformen als ein äußeres Band zusammenhalten, als daß sie den Grund dieser Erscheinung, die Ursache der geradflächigen äußeren Begrenzung und des regelmäßigen inneren Gefüges der Krystalle im Allgemeinen, und besonders die ursächliche Bedingung des bündigen mathematischen Zusammenhanges zu erklären versucht hätten, wodurch die verschiedenen Krystallformen der nämlichen Substanz zu einem gesetzmäßigen Systeme verknüpft werden. Mir wenigstens ist außer der atomistischen Hypothese des hochverdienten Hauy keine andere bekannt geworden, welche sich die Aufgabe in diesem Umfange gestellt hätte; es hält indessen nicht schwer, sich zu überzeugen, daß jene Hypothese sehr mangelhaft und zur Erklärung der hieher gehörigen Thatsachen keineswegs zureichend ist. In den vorliegenden Untersuchungen habe ich eine neue Lösung dieser Aufgabe versucht, und hoffe, daß dieselbe innerhalb der Grenzen, welche sie sich selbst gesteckt hat, befriedigender gefunden werden möge. Es dürfte dem Leser willkommen sein, gleich im Voraus den wesentlichen Inhalt und die Ergebnisse dieser Forschungen zu erfahren*).

*) Freilich wird diese kurze Inhaltsanzeige nicht die vollständige und klare Einsicht geben können, wie die ausgeführten Untersuchungen selbst. Und so wie Vorreden überhaupt erst nach der Vollendung des Buches geschrieben zu werden pflegen, so werden sie in der Regel auch erst nach der Durchlesung desselben vollkommen richtig verstanden werden

Die Gesetze der krystallinischen Formenbildung sind als unbestreitbare Thatsache angenommen; ihre Herleitung aus einem einfachen Grunde ist das Problem dieser Schrift. Dabei beschränkt sich die Untersuchung lediglich auf die mechanischen (nicht substanziellen) Bedingungen der Krystallisation, ohne die Abhängigkeit, in welcher dieselbe von der chemischen Beschaffenheit der Körper steht, zu berücksichtigen, oder jene auf diese, als ihre Ursache, zurückführen zu wollen. Die Krystallisation wird als die vollkommenste Erscheinung der Starrheit angesehen, und beide werden als die Wirkungen einer ausschließlichen Thätigkeit der Cohäsionskraft in gewissen, einander unter bestimmten Winkeln kreuzenden Richtungen dargestellt. Der Begriff der Cohäsionskraft ist näher bestimmt und gezeigt, wie dieselbe, in ausschließlicher Wirksamkeit nach bestimmten, gleich bleibenden Richtungen innerhalb der ganzen Masse, nothwendig die geradflächige äußere Begrenzung und das regelmäßige innere Gefüge des Körpers zu Folge haben müsse. Jede bestimmt gerichtete Thätigkeit der Cohäsionskraft erzeugt nämlich ein Paar senkrecht gegen ihre eigene Richtung gesetzter, also

---

können. Dessen ungeachtet muß der Verfasser einen Auszug des Wesentlichsten aus seiner Schrift aus dem doppelten Grunde für zweckmäßig erachten, einmal, um dem Leser selbst durch die vorläufige Kenntniß dieses Inhaltes das Urtheil darüber zuzustellen, ob er sich für die Mühe des Durchgehens im Einzelnen Ausbeute genug versprechen dürfe, und zweitens auch deßhalb, um dem Leser nach dieser Lectüre die Mühe des eigenen Zusammenstellens der Hauptsachen in einer gedrängten Uebersicht möglichst zu ersparen.

paralleler, ebener Flächen am äußeren Umfange und den entsprechenden Blätterdurchgang im Inneren des Krystallkörpers. In jeder chemisch charakterisirten Substanz, deren verschiedene Krystallformen vermöge ihrer einfachen mathematischen Beziehungen zu einander zu demselben Systeme gehören, wird eine ursprüngliche und gleichzeitige Thätigkeit der Cohäsionskraft entweder nur nach drei (einander rechtwinklig kreuzenden) oder nach vier festen Richtungen oder Axen, (von denen drei in einer gegen die vierte senkrecht geneigten Ebene einander unter Winkeln von 60° schneiden) mit bestimmten Verhältnissen der Stärke ihrer Thätigkeit in diesen verschiedenen Richtungen, vorausgesetzt. Diese ursprünglichen und gleichzeitigen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft erzeugen die Grundform des Systemes in genetischer Hinsicht, welche nur im isometrischen Systeme, als Würfel, mit der krystallographischen Grund- oder Primärform übereinkommt. Wir nehmen dieselben einer Zusammensetzung fähig an, welche bis auf gewisse (§. 54. angezeigte) Beschränkungen den für die Zusammensetzung bewegender Kräfte gültigen, unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte bekannten, Gesetzen gehorcht. Ihre Bestätigung erhält diese Annahme durch die daraus abgeleiteten Folgerungen. Indem nämlich jene ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft nach diesen Gesetzen mit einander in Verbindung treten, und die daraus hervorgehenden mittleren Kräfte selbst wieder auf analoge Weise fernere Combinationen unter einander eingehen; so entwickeln sich zusammengehörige Systeme solcher bestimmt gerichteter Wirkungen der Cohäsionskraft, welche

als die ursachliche Bedingung der mannigfaltigen abgeleiteten oder secundären Flächen und Gestalten jedes besonderen Krystallisationensystemes zu betrachten sind. Die Krystallflächen, welche nach unserer Theorie als Producte dieser Krystäußerungen auf diesem Wege gefunden werden, haben zu einander vollkommen alle diejenigen Verhältnisse, welche an den bisher beobachteten Krystallen wirklich angetroffen werden. Namentlich bestätigt sich hiernach eben so leicht als überzeugend das bekannte Gesetz, daß außer denjenigen Flächen, deren Neigung gegen gewisse, im Krystallkörper fest gelegte Richtungen oder Axen den Charakter des Systemes begründet, alle übrigen Flächen des nämlichen Systemes gegen eben diese Axen eine solche Lage besitzen, daß die Glieder ihrer Neigungs-Verhältnisse sich stets als (rationale) Vielfache, und zwar in der Regel sehr niedrige Vielfache von den Gliedern des Grundverhältnisses darstellen lassen.

Eine so vollkommene und ungesuchte Uebereinstimmung zwischen beobachteten Thatsachen und den Folgerungen aus unserer Theorie, welche nach Feststellung der Principien an der sicheren Hand einfacher Rechnungen fortschreiten, scheint mir die zuverlässigste Bürgschaft für die Wahrheit der Hypothese zu sein. In mir wenigstens hat diese Uebereinstimmung immer mehr die Ueberzeugung von der Richtigkeit der hier dargelegten Ansicht über den Grund der Krystallisation und ihrer Gesetze befestigt, und die Freude, welche mir im Verfolgen und Aufklären dieser Ansicht die stets zunehmende Gewißheit verschaffte, in derselben die wahre Ursache von einer der merkwürdigsten Naturerscheinungen

weniger genügt als ihrem Verfasser, so glaubte ich doch die Horazische Mahnung, „nonum prematur in annum“, um so eher außer Acht lassen zu dürfen, da mir wenig Hoffnung bleibt, zu einer erfolgreichen Fortsetzung oder neuen Bearbeitung der hier gelieferten Untersuchungen von Berufsgeschäften Zeit genug übrig zu behalten. Ueberdieß erregen die zahlreichen Entdeckungen, welche jetzt in den Naturwissenschaften so schnell auf einander folgen, leicht die Besorgniß, daß was heute neu ist, morgen veraltet sein wird. Finden aber die hier mitgetheilten Ideen die gewünschte Theilnahme, so würde ich mich glücklich schätzen, dadurch eine neue Bahn für die Untersuchung einer Classe von Erscheinungen geöffnet zu haben, deren Erklärung, ungeachtet ihrer Alltäglichkeit, noch von allen denkenden Physikern zu den schwierigsten, am wenigsten aufgehellten Problemen ihrer Wissenschaft gezählt wird. An die weitere Verfolgung dieser Ideen schließt sich gleichsam von selbst eine Reihe interessanter Aufgaben an, deren Bearbeitung ich mehr tüchtigeren und freieren Kräften anempfohlen haben möchte, als mir selbst aufsparen kann.

Zur Vollendung unserer Theorie der Krystallbildung werden zunächst die schon beiläufig im Buche angedeuteten Untersuchungen über das Verhältniß der Stärke abgeleiteter zu den ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft gehören. Diesen Untersuchungen ist auch schon die vollständigere Entwickelung der Formen monotrimetrischer Krystallisationensysteme vorbehalten worden, indem dieselbe eines Princips für diese Bestimmung mehr bedarf, als die Entwickelungen der Formen dreiaxiger Systeme, bei denen es

schon genügte, daß Verhältniß der relativen Stärke analoger Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft unter einander zu kennen. Es wird sich hieraus ein Prineip entwickeln müssen, wonach sich das Gleichgewicht eines jeden Systemes solcher analoger Kraftäußerungen, dem Begriffe der Cohäsion gemäß, bestimmen läßt. — Es wird ferner nicht ohne Interesse sein, nach den angegebenen Formeln für solche Substanzen, deren anisometrische Systeme vorzugsweise genau bekannt sind, bestimmte Angaben über die Verhältnisse der Stärke zu berechnen, womit die Cohäsionskraft ursprünglich in den Axen der Grundform thätig ist. — Auch die bisherigen Angaben der Krystallographen über das gewöhnliche Vorkommen verschiedenartiger secundärer Flächen an den Krystallen gewisser Substanzen werden mit unserer Theorie genauer, als bisher geschehen ist, zu vergleichen sein, wobei der Begriff verschiedener Stufen der Ablenkung leicht eine Norm für die Beurtheilung der größeren oder geringeren Leichtigkeit oder Wahrscheinlichkeit der Ausbildung solcher Flächen an die Hand geben wird. Auch über die Gesetze gewisser constanter, manchen Substanzen eigenthümlicher Zwillingsbildungen darf man sich von einer Vergleichung mit unserer Theorie der einfachen Krystallbildung einigen Aufschluß versprechen. Hauptsächlich scheint für diese Zusammensetzungen der Begriff analoger Axenthätigkeiten in normalen Richtungen auf die Zusammensetzungsebene von Bedeutung zu sein. — Eine vorzüglich sorgfältige Untersuchung verdienen die Verhältnisse des Blätterdurchganges in Beziehung auf unsere Theorie ihrer Entstehung. — Die von Mitscherlich in Berlin

entdeckte ungleiche Ausdehnung anisometrischer Krystalle in verschiedenen Richtungen durch die Wärme verräth einen nahen Zusammenhang mit unserer Annahme einer ungleichen Stärke der Cohäsionskraft in diesen Richtungen und verdient gewiß, damit zusammengehalten zu werden. Aber mit noch größerer Wahrscheinlichkeit läßt sich vermuthen, daß die interessanten Beobachtungen Frankenheims über abweichende Härtegrade in verschiedenen Richtungen auf derselben Fläche und auf ungleichartigen Flächen des nämlichen Krystalls für unsere Theorie eine unmittelbare Bestätigung abgeben, und aus derselben, namentlich aus den Grundsätzen, wonach sich die verhältnißmäßige Stärke der Cohäsionskraft in verschiedenen Richtungen berechnen läßt, einen sicheren Anhaltspunkt entnehmen können, um unter sich nach bestimmten Regeln vergleichbar zu werden. Die Resultate von Frankenheims Versuchen, welche früheren, vereinzelten Beobachtungen der Art eine fast zu erwartende Erweiterung und dadurch größere Wichtigkeit geben, sind mir erst in diesen Tagen aus Fechners verdienstvollem Repertorium der Experimentalphysik, Leipzig 1832. Bd. I. S. 32 (zuerst abgedruckt in Baumgartners Zeitschr. ꝛc. IX. 94. 194. 332.) bekannt geworden, scheinen mir aber, so viel ich bis jetzt darüber zu urtheilen vermag, mit meinen Ansichten über ihren Grund auf die erwünschteste Art übereinzustimmen.

Unter allen Gegenständen der Physik aber, welche mit der vorliegenden Erklärung des Aggregatzustandes, zumal der gesetzmäßigen Krystallbildung, in näherem Zusammenhange stehen, scheint mir keines von größerer Bedeutung,

als die Abhängigkeit mancher Phänomene der sogenannten Lichtpolarisation, der doppelten Strahlenbrechung u. s. f. von der regelmäßigen, inneren und äußeren, krystallinischen Form. Ich halte es nicht für unmöglich, diese Erscheinungen im Sinne jener Hypothese auf eine naturgemäßere Weise zu erklären, als durch die ziemlich grobe (atomistische) Vorstellung von eigenthümlich ausgestatteten Zonen kugelförmig oder sphäroidisch gedachter Licht-Molekule.

Ungleich dunkler bleibt das Verhältniß, in welchem die electrischen Thätigkeiten und die chemische Mischung zu der Cohäsionskraft, als der Ursache der Krystallisation, stehen. Daß namentlich in der letzteren die Bedingung für die Modificationen dieser Kraft zu suchen sei, und daß bei deren Wirkungen electrische Thätigkeiten ins Spiel kommen, leidet keinen Zweifel; aber unsere Erfahrungen über diesen Gegenstand sind noch viel zu mangelhaft, um auch nur Vermuthungen über die Beschaffenheit jenes Verhältnisses wagen zu dürfen.

Ich zähle indessen den reichhaltigen Stoff zu ferneren, interessanten Untersuchungen, welche sich etwa den gegenwärtigen anschließen können, nicht ohne den wehmüthigen Gedanken auf, wie wenige derselben die Beschränktheit meiner Zeit, Kräfte und Hülfsmittel mir selbst auszuführen erlauben wird. Möchte denn nur, ungeachtet des vorherrschenden Strebens, die Naturwissenschaften durch Entdekkungen auf dem Wege der Beobachtungen und Versuche zu bereichern, doch auch dieser Versuch, die Kenntniß der Natur durch die Zurückführung einer Klasse allbekannter,

eben so merkwürdiger als bisher wenig erklärter Erscheinungen auf ein höheres, einfaches Princip zu fördern, bei erfahreneren Naturforschern diejenige Theilnahme finden, welche ich ihm um der Wichtigkeit und ferneren Aufklärung des Gegenstandes willen wünsche!

Oldenburg, den 8ten Juli 1832.

Der Verfasser.

Inhalt.

Seite

Einleitung 1

Erster Abschnitt. Einige Gedanken über die Grundbeschaffenheiten der Materie, besonders in Rücksicht ihres Aggregatzustandes.

Erstes Kapitel. Ein paar Worte über die atomistische Naturansicht.

§. 1. Die Theilbarkeit der Materie giebt keinen Beweis a priori für die atomistische Naturansicht 5

§. 2. Nähere Bestimmung des Problems der atomistischen Naturansicht 9

§. 3. Die Erscheinungen der Starrheit und Krystallisation als hauptsächliche Veranlassung und Stütze der atomistischen Hypothese 10

§. 4. Die Annahme geradflächig begrenzter Atome — im Gegensatz zu den übrigen 13

§. 5. Die sogenannte Flächenanziehung reicht zur Erklärung der Cohäsion krystallisirter oder starrer Massen in der Voraussetzung geradflächig begrenzter Atome nicht aus 16

§. 6. Das Gesetz des mathematischen Zusammenhanges unter verschiedenen Krystallformen desselben Systemes hat nach Hauy's Hypothese keine Nothwendigkeit 20

§. 7. Auch das Phänomen der Lichtreflexion streitet gegen Hauy's Annahme 23

§. 8. Jede atomistische Hypothese ist gezwungen, leere

Seite

§. 31. Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Durchsichtigkeit 106

§. 32. Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Reflexion 114

§. 33. Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Brechung 124

§. 34. Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Farbenentstehung 126

§. 35. Schlußbemerkungen 129

Zweites Kapitel. Ueber einige allgemeine Eigenschaften der Masse körperlicher Materien, und die mechanischen Bedingungen ihres dreifachen Aggregatzustandes.

§. 36. Rückblick auf das vorige Kapitel 132

§. 37. Die Materie ist einer stetigen Ausdehnung und Verdichtung fähig 134

§. 38. Ungleichartige Stoffe sind nicht unbedingt undurchdringlich gegen einander; chemische Verbindung ist eine wahre gegenseitige Durchdringung derselben . 140

§. 39. Ueber den Begriff der Kraft 147

§. 40. Räumliche Ausdehnung und Stetigkeit der Materie — Cohäsion, Kraft der Ausdehnung, verschieden von der Ausdehnsamkeit 149

§. 41. Die Cohäsionskraft gehört nicht zu den anziehenden Kräften — Begriff derselben 150

§. 42. Ueber den Begriff einer Kraft der Ausdehnung. — Ihr Unterschied von der Expansivkraft 153

§. 43. Cohäsions- und Expansivkraft sind einander nicht — entgegengesetzt 160

§. 44. Nähere Bestimmungen der Art und Weise, wie man sich die Thätigkeit der Cohäsionskraft vorzustellen hat 163

§. 45. Auch die ausdehnsamen Flüssigkeiten besitzen Cohäsion 165

§. 46. Zusammenstellung und Unterscheidung der drei verschiedenen Aggregatzustände hinsichtlich der Expansiv- und Cohäsionskraft 167

Seite

§. 47. Die Art und Weise, wie die Kohäsionskraft unter verschiedenen Voraussetzungen trennenden Kräften Widerstand leistet 168

§. 48. Die wesentlichen Eigenschaften des flüssigen Aggregatzustandes, aus der Annahme einer stetigen und gleichförmigen Thätigkeit der Cohäsionskraft, nach allen möglichen Richtungen im Innern eines Körpers mit gleicher Stärke hergeleitet 172

§. 49. Einige Andeutungen über die Erklärung gewisser Abänderungen in dem Verhalten flüssiger Körper unter besondern, modificirenden Umständen . . . 181

§. 50. Die wesentlichsten Merkmale der Starrheit, aus der Annahme einer ausschließlichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach bestimmten Richtungen hergeleitet 189

§. 51. Die wesentlichsten und allgemeinsten Eigenschaften der Krystallisation, nämlich die geradflächige äußere Begrenzung und das regelmäßige innere Gefüge der Krystalle, aus der nämlichen Annahme abgeleitet 196

§. 52. Ergänzende Bemerkungen zu den beiden vorigen §§. Die krystallinische Absonderung. — Besondere Eigenthümlichkeiten bloß krystallinischer Massen. — Die Entstehung des Dichten oder Derben 201

Zweiter Abschnitt. Genetische Entwickelung des mathematischen Zusammenhanges unter den verschiedenartigen Flächen jedes einzelnen Krystallisationssystems.

§. 53. Grundzüge des mathematischen Zusammenhanges unter den verschiedenen Formen des nämlichen Krystallisationssystems. — Vier Klassen beobachteter Krystallisationssysteme 210

§. 54. Die Voraussetzungen, aus denen dieser mathematische Zusammenhang unter den Krystallformen des nämlichen Systems erklärt werden soll, wenn dasselbe zu einer der vier angegebenen Abtheilungen

Seite

gehört. Die Gesetze, wonach sich die gleichzeitigen Wirkungen der Cohäsionskraft in bestimmten Richtungen zu mittleren verhalten 215

§. 55. Die für die nachfolgenden Rechnungen gewählte Methode, die Lage von Krystallflächen gegen einander zu bezeichnen 225

§. 56. Die Zusammensetzung von zwei und drei verschieden gerichteten Aeusserungen der Cohäsionskraft; der Zusammenhang unter den Winkeln, welche ihre Richtungen mit einander einschliessen, und ihrer relativen Stärke in diesen Richtungen 233

§. 57. Das Verhältniß derjenigen mittleren Kräfte zu einander, welche aus der Zusammensetzung von je zwei ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft entspringen, wenn dieselbe gleichzeitig in drei verschiedenen Richtungen mit beliebiger Stärke thätig gedacht wird 244

§. 58. Entwickelung der beobachteten Formen des isometrischen Krystallisationensystems 249

§. 59. Entwickelung derjenigen Krystallformen, welche aus der Annahme einer ursprünglichen Wirksamkeit der Cohäsionskraft nach drei rechtwinklich verbundenen Richtungen, mit beliebigen Verhältnissen der Stärke, abgeleitet werden können, — oder die allgemeine Entwickelung aller Formen aus den drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen 262

§. 60. Einige Anweisungen über die Ableitung gewisser allgemeinerer Verhältnisse, welche an den Formen der drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen wahrgenommen werden, zu unserer Theorie ihrer Entstehung 333

§. 61. Entwickelung der hauptsächlichsten Formen monotrimetrischer Krystallisationensysteme 350

Einleitung.

Bei den großen Erweiterungen und Bereicherungen, welche die Naturwissenschaften dem Fleiße und dem Scharfsinne unseres Zeitalters verdanken, darf man sich gleichwohl die Mängel, Irrthümer und Widersprüche nicht verhehlen, welche gerade in der Darstellung ihrer Prinzipien herrschen. Manche Naturforscher scheinen über der Masse des täglich anwachsenden Stoffes, über der Menge neuer, oft überraschender Beobachtungen und Entdeckungen diesen Gegenstand mehr als billig aus den Augen zu verlieren, und das Wohl der Wissenschaft mehr in Erweiterung ihrer Grenzen, als in der inneren Befestigung, Aufklärung und Ausgleichung ihrer Wahrheiten zu finden. Das höchste Ziel der Forschung gerade in den Naturwissenschaften bleibt indessen die Entwickelung der Principien, die Auffindung des gemeinsamen Bandes, welches die einzelnen Erscheinungen in der Natur zusammenhält, die Entdeckung des einfachen Grundgesetzes für die Mannigfaltigkeit der Erfahrung. Freilich muß jede neue Kenntniß auf die schärfere Bestimmung der Principien zurückwirken, aber auch nur dadurch erst erhält sie wahren wissenschaftlichen Werth, daß sie entweder zur Bestätigung oder zur Berichtigung früher erkannter Wahrheiten dient. Erst in der Summe von Erfahrungen entdeckt der unterscheidende und ordnende Verstand das Wesentliche der Erscheinungen, erst die Gesammtheit des Erkannten giebt seinen Urtheilen Schärfe und Zuverlässigkeit, erst die sorgfältigste Kritik der Einzelheiten rechtfertigt seinen Schluß auf die einfache Ursache, welche ihnen allen zum Grunde liegt. Aufsteigen vom Besonderen zum Allgemeinen bezeichnet den Gang aller Erfahrungswissenschaften. Ungleich der Mathematik, welche ihre

Principien den Grundbegriffen des Verstandes entnimmt, und von diesem unumstößlichen Anhaltspunkte aus das Netz ihrer vielfältigen Folgerungen verbreitet, geht die Naturforschung von der Beobachtung des unendlich mannigfaltigen Stoffes aus und soll durch Folgerungen und Schlüsse zur Erkenntniß der Einheit des Bedingenden, also ihrer Principien, zurückkehren. Wenn nun hiernach mit dem größern Umfange unserer Erfahrungskenntnisse nothwendig auch größere Sicherheit unserer Urtheile, hellere Einsicht in die obersten Gründe des Wahrgenommenen verknüpft ist; wenn man also die vollkommene Begründung der Principien erst von der vollendeten Kenntniß des Einzelnen, worin sich das Wesen und die Kräfte der Dinge in der Natur offenbaren, zu erwarten hat; wenn man damit die Summe der bisherigen Erfahrungen und die Geschichte ihrer täglichen Erweiterungen vergleicht, welche nicht bloß größere Erwartungen rechtfertigen, sondern auch die Ueberzeugung aufdringen, daß die Natur noch unendlich Vieles vor unserem Blicke verborgen hält; wenn man endlich erwägt, wie ganz abweichende und oft widersprechende Folgerungen und Ansichten über die Grundbeschaffenheiten und Kräfte der Naturdinge die erfahrensten Kenner derselben aus dem Vorrathe bestätigter Wahrheiten hergeleitet haben: so muß man kleinmüthig eingestehen, daß die Acten der Naturforschung, zum Schlusse noch lange nicht reif, vielleicht nie geschlossen werden können, und man sollte sich versucht halten zu glauben, das Geschäft des Physikers müsse sich vorerst noch auf ein bloßes Sammeln und ein kritisches Beurtheilen der gesammelten Erfahrungen einschränken. Wer möchte es jedoch auf der anderen Seite verkennen, daß damit der Naturforschung zugleich ihr höchster Reiz und ihr wahrer wissenschaftlicher Werth geraubt sein würde, daß der menschliche Geist an der bloßen Zusammenhäufung des Materials bald erlahmen müsste, wenn er sich die Aufspürung der ursachlichen Verbindung in demselben selbst verbieten sollte, und, was wichtiger ist, daß er sich um die Hoffnung des endlichen Gelingens selbst betröge, indem er einem planlosen Herumtappen überlassen bliebe, sobald er die leitende, gleichsam vorfühlende Idee, welche eine richtig verstandene, obgleich noch geringere Summe beobachteter Erscheinungen über ihr Wesen und ihren Grund jedesmal erzeugen muß, als Führerinn künf-

tiger Forschungen kleingläubig zurückweisen wollte? Wer möchte es verkennen, daß gerade erst diese Vorstellung, welche wir uns über das Eigenthümliche einer Classe von gegebenen Erscheinungen aus der Beobachtung abstrahiren, unsern fortgesetzten Bemühungen, in das Wesen derselben einzudringen, Zweckmäßigkeit und Methode gebe, sei es, um uns von ihrer Wahrheit noch mehr zu vergewissern, oder ihre gänzliche oder bloß theilweise Irrigkeit einzusehen — daß der Verfolg eines mehr geahneten, als klar vorausgesehenen inneren Zusammenhanges der Einzelheiten, welcher sich dem glücklichen Takte jener mehr begabten Menschen kund giebt, die gleichsam im Sinne der Natur selbst denken, alle jene erstaunenswerthen Entdeckungen und Aufschlüsse über das geheimste Walten der Natur zuwege gebracht hat, welche alsbald den bisherigen Erfahrungen eben so weit voraneilten, als sie dem minder glücklichen Forscher noch in ein fernes Dunkel verhüllt zu sein schienen?

Es sollen uns deßhalb Mißgriffe und Irrthümer nicht kleinmüthig, sondern nur desto vorsichtiger und sorgfältiger in der Benutzung des erfahrungsmäßig Vorliegenden machen, dessen Reichhaltigkeit jetzt schon eher, als die angeklagte Unzulänglichkeit dem raisonnirenden Physiker Bedenken erregen kann, ob er des Stoffes mächtig genug, in seinen Combinationen und Schlüssen der Natur treu bleiben werde. Nur mit einer Art von Bangigkeit, wenigstens nur mit großer Bescheidenheit, kann man sich an die Entwickelung der Ansichten wagen, zu welchen man sich durch Anschauung und Studium der Natur über die Grundbeschaffenheit und Wirksamkeit der Dinge in derselben bewogen fühlt. Denn die Mängel und Fehlschlüsse in den Darstellungen dieses Gegenstandes selbst der sachkundigsten und scharfsinnigsten Gelehrten, ihre in mancher Hinsicht vollkommen entgesetzten Meinungen, die doch alle auf dem gemeinschaftlichen Boden der Erfahrung Wurzel fassen sollen, geben zum Voraus mehr als die bloße Wahrscheinlichkeit, daß man selbst öfter irre gehen und ähnliche, wo nicht schlimmere Verstöße machen werde.

In den nächsten Kapiteln will der Verfasser versuchen, seine Ansichten über die wesentlichsten Beschaffenheiten der körperlichen Materie auseinander zu setzen, so weit nämlich dieselben zur Begründung und zum besseren Verständniß des Hauptgegenstandes dieser Schrift gereichen dürften. Als solchen will

er die dem zweiten Abschnitte vorbehaltenen Untersuchungen über die Krystallisationsgesetze sammt den daselbst angegebenen einfachen Resultaten angesehen wissen. Diese, so viel ihm bekannt, neuen Ergebnisse, welche für seine subjective Ueberzeugung völlige Gewißheit erlangt haben, möchten wegen der vollkommenen Uebereinstimmung der auf so einfache Principien gestützten Rechnungen mit den Thatsachen der Erfahrung auch bei strengerer Prüfung mehr als den Namen einer artigen Hypothese verdienen. Der Verfasser gelangte etwa auf demselben Wege der Speculation zu diesen merkwürdigen Resultaten, wie er ihn im ersten Abschnitte zu verfolgen gedenkt, und darin liegt besonders ein Grund, weßhalb er sich nicht scheuet, diese Gedanken einem größeren Publikum zur Beurtheilung und Würdigung anzubieten, trotz dem, daß er sie selbst nur für den Anfang tieferer Forschungen über so wichtige Fragen der Physik betrachten kann. Eine Veranlassung mehr für die Ausführung seines Vorhabens findet der Verf. in dem Umstande, daß die atomistische Naturansicht eben jetzt mehr als sonst um sich greift, mehr noch im Auslande freilich, als unter uns Deutschen, und auch unter uns wol hauptsächlich nur durch ausländische Literatur ihre warmen Anhänger und eifrigen Vertheidiger findet, während die Stimmen für eine nicht atomistische Naturansicht, die man kaum noch, als jener entgegengesetzt, die dynamische nennen sollte, immer seltener und aus Mißbehagen am Streit immer bedächtiger, man möchte sagen, immer kleinlauter werden. Des Verfassers Absicht müsste gänzlich verkannt werden, wenn man ihn der Anmaßung beschuldigen wollte, als gedächte er die große Streitfrage durch einige abgerissene, noch dazu auf einen besonderen Zweck berechnete Züge zur Entscheidung zu bringen. Aber jede bloß einseitige Behandlung den wahren Fortschritten der Wissenschaft stets für gefährlich haltend, glaubt er, daß gewisse Dinge ohne Rücksicht auf Autoritäten, deren die Atomistik leicht die Mehrzahl aufzuweisen haben würde, nicht oft genug, wenn auch nur in einzeln hingeworfenen Bemerkungen zur Sprache gebracht werden können. Eine vollständige Beleuchtung der atomistischen Streitfrage würde jetzt ohnehin mehr als ein doppeltes Compendium der Physik erfordern.

Erster Abschnitt.

Einige Gedanken über die Grundbeschaffenheiten der Materie, besonders in Rücksicht ihres Aggregatzustandes.

Erstes Kapitel.

Ein paar Worte über die atomistische Naturansicht.

„Haüy's Lehre von dem Baue der Krystalle hat den großen Nachtheil jeder atomistischen Naturansicht, daß sie der tiefern Forschung über die Wirkungen der Kräfte, welche die Krystallisationen bedingen, den Weg versperrt."

Hausmann's Untersuchungen über die Formen der leblosen Natur. Seite 250.

§. 1.

Die Theilbarkeit der Materie giebt keinen Beweis a priori für die atomistische Naturansicht.

Alle Materie ist und wirkt im Raume, alle wahrnehmbare (tastbare oder körperliche) Materie besitzt räumliche Ausdehnung. Nur was im Raume vorhanden ist, kann der Gegenstand sinnlicher Erkenntniß werden. An Allem, was räumlich ausgedehnt ist, lassen sich gleichartige, außer und neben einander bestehende Theile unterscheiden; Theilbarkeit oder die Möglichkeit einer Eintheilung liegt also schon in der Vorstellung desselben. Auch lehrt die Erfahrung, daß jedes wahrnehmbare Quantum der Materie auf die eine oder andere Art noch in kleinere Stücke zerlegt werden könne. — So unbedingt nun aber auch bis auf diesen Punkt nicht bloß die Physiker, sondern überhaupt alle Menschen in ihren Ansichten über das Wesen der Materie übereinstimmen, weil darin nur unmittelbare und jeden Augenblick zu wiederholende Wahrnehmungen ausgesprochen sind; so ganz entgegengesetzter Meinung sind die Physiker über die Art und Weise und über die Zulässigkeit der Folgerungen, welche aus dem Begriffe der räumlichen Ausdehnung unmittelbar abgelei-

tet werden können, weil sie als nothwendige Bestandtheile in demselben schon enthalten sind. Der Raum nämlich ist, wie jedes Continuum, unendlich theilbar; überall darf man Grenzen in demselben annehmen, und wo man sich dieselben auch denken mag, erscheinen sie als willkürlich; es giebt keine kleinste Raumtheile, denn jeden, den man dafür ausgeben wollte, würde man sich selbst wieder auf die mannigfaltigste Weise in kleinere Theile zerlegt denken können. Auch die Materie erfüllt einen Raum; räumliche Ausdehnung ohne Stetigkeit ist nicht denkbar. Wird also auch die Materie wie der Raum selbst, den sie einnimmt, unendlich theilbar sein?

Nach Scholz (Anfangsgründe der Physik, als Vorbereitung zum Studium der Chemie, Wien 1827, im Anfange) besteht die Schlußfolge der Atomistiker in Folgendem: Theilbarkeit setzt Zusammensetzung, Zusammensetzung das Einfache voraus. Die Materie ist unstreitig theilbar, also auch zusammengesetzt. Durch fortgesetzte Zerlegung, gleichviel ob man sie mit Hilfe der in der Wirklichkeit zu Gebote stehenden Kräfte und Werkzeuge weit genug treiben und mit den Sinnen weit genug verfolgen kann oder nicht, müsste man endlich einmal auf das Einfache, die einfachen Theile zurückkommen, wovon das Ganze der Materie die Zusammensetzung ausmacht, und diese einfachen nicht weiter zerlegbaren Theile der Materie sollen Atome heißen. — Man überzeugt sich leicht von der Grundlosigkeit dieser Schlußfolge.

Theilbarkeit, oder die Möglichkeit einer Eintheilung, soll Zusammensetzung, doch wol nur aus den gedachten Theilen, voraussetzen, also nothwendig machen? Wer in aller Welt verbindet nothwendig mit dem Begriffe „Eins," daß es aus vier Vierteln, und warum nicht eben so nothwendig, daß es aus drei Dritteln, sieben Siebenteln u. s. w. zusammengesetzt sei? Und in welche Theile muß man sich denn wieder nothwendig ein Viertel, ein Drittel oder ein Siebentel, z. B. eines Fußes, einer Quadratmeile u. dergl. zerlegt, oder aus welchen zusammengesetzt denken? Muß man sich denn auch nur gerade aliquote Theile eines Ganzen vorstellen? Weßhalb nicht eben so gut solche, die gar kein rationales Verhältniß zu einander haben? Auf wie unendlich mannigfaltige Weise läßt

sich ein Körper in Stücke zerlegen, oder zum Mindesten zerlegt denken, deren Abmessungen nicht einmal gegen einander commensurabel sind? — eine Vorstellung, die sich der strenge Atomistiker gar nicht, oder doch nicht als wirklich darstellbar erlauben darf. Welche von allen diesen möglichen Zusammensetzungen wird denn nun aber zur Constitution der Materie als nothwendig vorausgesetzt, oder welche von allen diesen denkbaren Zerlegungen führt denn am Ende auf jene vorgeblich einfachen Theile? — In der That nur die gänzliche Verkennung der Begriffe Theilbarkeit und Theil könnte jenem irrigen Raisonnement einen Anschein von Wahrheit retten. Der Begriff Theil ist ein relativer, er setzt allerdings einen anderen voraus, d. h. doch wol den eines Ganzen, wovon das Bezeichnete einen Theil ausmacht, mag es einfach heißen oder nicht; aber doch wohl nicht den einer eigenen Zusammensetzung aus gleichartigen Theilen? Und nun soll die Idee der Theilbarkeit gar auf die Vorstellung eines einfachen Theiles zurückführen. Was ist denn ein einfacher Theil? Ein Theil des Raumes, mithin auch der räumlichen Materie, wie klein er auch sei, behält immer noch Ausdehnung. Man kann sich also von ihm noch die Hälfte denken. Ist nun die Hälfte einfacher als der ganze Theil, der einfach sein sollte? Was ist überall einfacher, als einfach? Und bezieht sich nun der Begriff der Theilbarkeit oder der Zusammensetzung aus jenen angeblich einfachen Theilen auf diese oder deren Hälften? — Gleichwohl sollen, jener Definition zufolge, Atome die mit Materie erfüllten einfachen Raumtheile sein. Denn nur insofern der Materie Ausdehnung im Raume zukommt, wurde von ihrer Theilbarkeit gesprochen. — Doch es bedurfte vielleicht im Ernste so vieler Worte nicht zur Widerlegung *).

*) In dem Handbuche der Naturkunde von Muncke, Heidelberg, 1829. S. 32. u. f. finden wir folgende Apologie der Atomistik: „Allerdings nimmt der Atomist auch Kräfte an, aber bloß solche, (?) für deren Existenz die Erfahrung Beweise liefert. — Auf dem Wege der Erfahrung muß dann der Physiker nothwendig auf Atome kommen, wenn er sich nicht aus dem Gebiete der Erfahrung in das der Dichtung verirren will ꝛc." — Dieser Weg der Erfahrung soll folgen-

Die ältere Atomistik, wogegen sich die neuere mit Recht verwahrt, sprach dem Atome, als dem letzten Resultate aller Eintheilung der Materie, vielleicht um den eben gerügten Widerspruch zu vermeiden, räumliche Ausdehnung gänzlich ab, und stellte sich dadurch in einen Rang mit derjenigen Theorie, welche die Linie als die Zusammensetzung unendlich vieler ma-

---

der sein: „Alle meßbaren Körper nämlich lassen sich theilen. — Diese Theilung läßt sich bei allen, sowohl durch mechanische, als auch durch chemische Mittel so weit fortsetzen, daß weder die Größe, noch auch die Form dieser Theile weiter erkennbar bleibt, selbst wenn man sie mit Hilfe tausendfach vergrößernder Werkzeuge betrachtet. Diese Theilchen also, zu denen man auf dem Wege der Versuche gelangt, (??) sind physisch unendlich klein, hiernach physisch keiner weiteren Theilung fähig, und somit für den Naturforscher wirkliche Atome, ohne daß man sie im geometrischen Sinne des Ausdrucks unendlich klein nennen darf ꝛc." — Von der Erfahrung möchte man leicht einen andern Beweis vermuthet haben. —

S. 42. §. 16. behauptet Hr. Hofr. M. wieder, daß die Elementartheile der Körper nicht im strengsten Sinne unendlich klein genannt werden können, und macht in der Zugabe zum §. einen höchst verfänglichen Unterschied zwischen den (absolut) unendlich kleinen Theilchen und den letzten Bestandtheilen der Körper ꝛc.

Ueberhaupt wollen die Atomisten noch immer einen Unterschied gemacht wissen, wenn es sich um die unendliche Theilbarkeit des Raumes und der Materie handelt. Es scheint, als ob diese Forderung aus der dunkeln Idee entspränge, daß die Vorstellung der Materie ein positives Factum mehr erfordere, als die Vorstellung des Raumes, und daß dieses auf ein letztes positives Eins hinausgeschoben werden solle. Ist man damit um ein Haar breit weiter gekommen? Muß man nicht noch eben so gut in dem Atome einen Gegenstand ursprünglicher Anschauung denken, dessen Realgrund uns ein ewiges Räthsel bleibt, als in dem Ganzen der Materie? Und ist nicht der Raum vollkommen so gut ein positives Factum unserer Erkenntniß, als die Materie? Und bleibt nicht die räumliche Ausdehnung der Materie ein integrirender, bloß in der Form der Vorstellung abgesonderter Bestandtheil ihres Begriffes?

thematischer Punkte angesehen wissen will, gleich als wenn sich ein Etwas aus der unendlichen Wiederholung des Nichts erzeugte.

§. 2.

Nähere Bestimmung des Problems der atomistischen Naturansicht.

Die Materie ist also in der Idee wenigstens so gut, wie der Raum selbst, den sie erfüllt, und eben deshalb, weil sie einen Raum einnimmt, unendlich theilbar. Es ist nicht zu übersehen, daß auch die Atomistiker, welche ihren Atomen noch einige, wenn auch noch so geringe Ausdehnung vorbehalten — und nur von diesen kann in der Folge die Rede sein — der Materie in diesem geometrischen Sinne unendliche Theilbarkeit gar nicht wegläugnen können. Jedenfalls ist nämlich im Innern des ausgedehnten Atoms ein Punkt, und durch diesen eine Ebene denkbar, welche von selbst zwei Seiten oder Theile des Atomes unterscheidet. Demnach gestaltet sich bei ihnen der Begriff von Atomen dahin um, daß sie abgeschlossen für sich existirende Grundbestandtheile der Materie seien, welche ihre selbstständige Gestalt und räumliche Ausdehnung unter allen Umständen unveränderlich beibehalten. Sie sind isolirte, von der Natur selbst vorgebildete Massentheilchen der Materie, welche von keiner unter allen existirenden Kräften, die chemischen nicht ausgenommen, ihrer Form und sonstigen wesentlichen Beschaffenheit nach, angetastet und verändert werden können. — Liegt nun aber in dem ersten und allgemeinsten Merkmale des Begriffs der Materie, welches rein Thatsache der Erfahrung ist, nichts, was diese Vorstellung von einer primitiven Zusammensetzung aus vorbegrenzten Theilen auf irgend eine Weise rechtfertigt; so sollte sich die Beantwortung der Fragen, ob denn in Wahrheit anderweitige Erfahrungen über die Natur der Materie diese Annahme *nöthig*, oder auch nur in hohem Grade *wahrscheinlich* machen, und wenn man sie gelten läßt, ob sie nicht bloß keinem der bekannten Naturgesetze widerspricht, sondern auch die mannigfaltigen Erscheinungen und Beschaffenheiten der Materie *befriedigend* erklärt, niemals der strengsten und vielseitigsten Prüfung entzogen haben. Es muß immer von vorn herein Mißtrauen gegen eine Ansicht oder Hypothese erregen, wenn wir darin nichts weiter, als die bloß

willkürliche Beschränkung einer Eigenschaft bis auf einen gewissen Grad sehen, welche im unbegrenztesten Verstande der Vorstellung von einem Dinge, dem sie beigelegt wird, nicht allein gar nicht widerspricht, sondern sogar ohne Widerspruch eingeräumt werden muß. Und lehrt nicht jede bessere Kenntniß, jeder berichtigte Irrthum in den Naturwissenschaften, daß das wahre Wesen der Naturdinge niemals besser begriffen sei, als wenn es möglichst abstract, d. h. mit Entfernung aller bloß bildlichen und aushelfenden Vorstellungen aufgefaßt wurde?

§. 3.

Die Erscheinungen der Starrheit und Krystallisation als hauptsächliche Veranlassung und Stütze der atomistischen Hypothese.

Wir sind somit lediglich auf das Gebiet und die Aussprüche der Erfahrung angewiesen, und haben zu untersuchen, wiefern diese mit der atomistischen Naturansicht in Einklang zu bringen sind oder nicht, und ob sie derselben zur Erklärung vielleicht gar nothwendig bedürfen. — Schwerlich aber hat wol irgend eine andere Erscheinung der Körperwelt so viel zur Entstehung der atomistischen Naturansicht beigetragen, als das Phänomen der Starrheit; schwerlich würde man zu den Atomen seine Zuflucht nehmen zu müssen geglaubt haben, bloß um den flüssigen Aggregatzustand zu erklären, und noch immer wird der starre Körper als die kräftigste Stütze der Atomistik aufgeführt. Richten wir deßhalb zuerst unsere Aufmerksamkeit auf die Eigenthümlichkeiten des starren Aggregatzustandes und die Folgerungen, welche die Atomisten zu Gunsten ihrer Ansicht daraus gezogen haben.

Der starre Körper behauptet eine selbstständige Gestalt, und setzt jeder mechanisch von Außen auf ihn einwirkenden Kraft, welche diese zu verändern, seine Theile auf einander zu verschieben oder von einander zu trennen strebt, einen namhaften Widerstand entgegen; seine Theile besitzen eine feste, relative Lage gegen einander, aus welcher sie nicht ohne äußere, mehr oder weniger starke Gewalt verrückt werden können. Man schließt hieraus auf eine bestimmte innere Anordnung seiner gleichartigen, also selbst schon starren Theile, und nirgends offenbart sich eine solche deutlicher, als in der vollendet-

sten Erscheinung der Starrheit, dem krystallisirten Körper. Sobald ein Körper bei dem Uebergange in den starren Aggregatzustand volle Freiheit hat, den Kräften, welche seine Eigenthümlichkeit bedingen, ungestört zu folgen, so vereinigen sich seine Theile in regelmäßige, geradflächig begrenzte Formen, welche bei verschiedenen Substanzen und auch bei derselben Substanz unter veränderten Umständen in verschiedenen Graden der Vollkommenheit sich ausgebildet zeigen. Diese regelmäßigen Formen sind entweder bei derselben krystallisirten Substanz auch immer genau dieselben, sie sind immer durch die nämliche Anzahl unter denselben Winkeln gegen einander geneigter, ebener Flächen eingeschlossen, oder wenn dieselben bei gleichbleibender chemischer Constitution der Krystalle auch abändern sollten, so haben sie doch einen streng gesetzmäßigen mathematischen Zusammenhang unter einander.

Dieser äußeren Form entspricht im Innern des Krystallkörpers gewöhnlich ein mehr oder weniger leicht darstellbares, regelmäßiges Gefüge, die sogenannte Textur, welche bei derselben Substanz gleichfalls unter denselben bestimmten Verhältnissen wieder vorkommt, nur nicht bei allen mit gleicher Deutlichkeit wahrgenommen werden kann. Wir sind also gezwungen, diese Anlage zu regelmäßiger Formenbildung durch bestimmte Gruppirung oder Anordnung der Theile zu den wesentlichsten Eigenschaften jeder spezifisch verschiedenen Materie und der Materie überhaupt zu zählen. Die bestimmte Form ist in der Natur der Materie selbst begründet und dient umgekehrt wieder zur bestimmten Charakteristik ihrer spezifischen Verschiedenheit. Entdecken wir nicht, wird der Atomistiker sagen, fast an allen krystallisirten und krystallinischen Körpern gewisse, unter gleichbleibenden Winkeln einander schneidende Richtungen, nach welchen die Trennung ihrer Theile ohne Verhältniß leichter, als nach andern sich bewerkstelligen läßt? Ist nicht diese Spaltbarkeit, welche an einigen Körpern in so ausgezeichnetem Grade bemerkt wird, daß sie sich fast nur nach diesen Richtungen zerstückeln lassen, sind nicht diese Blätterdurchgänge der augenscheinlichste Beweis einer von der Natur vorgebildeten Trennung der Theile? Weshalb anders findet das Messer im

Verfolge dieser Spaltungsebenen so höchst geringen, in jeder anderen Richtung den namhaftesten Widerstand? Deutet das nicht auf ein unbesiegbares Hinderniß aller ferneren Zerlegung der Materie, wenn es unseren unvollkommenen Instrumenten jemals gelingen sollte, bis zu der letzten Grenze aller Eintheilung vorzudringen, wo die Natur selbst aufgehört hat, zu theilen? Bleiben nicht die Seitenflächen der feinsten Lamellen, welche sich durch Spaltung des Gypses, Glimmers und vieler anderer krystallinischer Körper erhalten lassen, mit mathematischer Schärfe einander parallel? Haben nicht noch die kleinsten Rhomboederchen, worin sich eine Kalkspathmasse zersprengen oder zerkloven läßt, die nämlichen ebenen und Kantenwinkel wie das größere meßbare Spaltungsstück? Soll man zweifeln, daß auch eine Zertheilung, welcher freilich unsere Sinne nicht mehr zu folgen vermögen, doch am Ende nur völlig ähnliche Rhomboeder hervorbringen werde? Muß man nicht annehmen, daß auch fernere Spaltungsstücke des Bleiglanzes, Flußspaths, Kochsalzes ꝛc. von Würfelflächen begrenzt sein werden, wenn man keine andere an ihnen wahrnimmt, so lange sie sich noch nicht der Beobachtung entziehen? Und wenn denn nun auch manche krystallisirte Substanzen kein so ausgezeichnetes blättriges Gefüge verrathen, daß ein plumper Versuch hinreichte, um es vor Augen zu legen, soll man ihnen deßhalb dasselbe gänzlich absprechen? Deuten nicht oft genug auch bei solchen Substanzen Risse, Sprünge, Absonderungen im Innern und von der Textur abhängige Lichterscheinungen das wirkliche Vorhandensein solcher Blätterdurchgänge an? Und wo möchte eine Analogie in der Naturforschung durch mehr Beispiele gerechtfertigt sein als diese? und worauf anders beruht die Beweiskraft aller Erklärungen in der Naturwissenschaft, als auf Analogie, da ja das Register der Erfahrungen über keinen Gegenstand für geschlossen zu erklären ist?

Nehmen wir dazu das bekannte merkwürdige Krystallisationsgesetz, daß die Neigung secundärer Krystallflächen aus dem primären Neigungsverhältnisse stets durch Multiplication seiner Glieder mit ganzen, und noch dazu meistens sehr kleinen ganzen Zahlen abzuleiten ist, daß also die Neigungstangenten von

Kryſtallflächen, welche derſelben Zone angehören, immer nur rationale Verhältniſſe gegen einander haben — und wir glauben die hauptſächlichſten Thatſachen der Erfahrung über die Natur des ſtarren Aggregatzuſtandes angeführt zu haben, welche der Atomiſtiker ſeinen Folgerungen zum Grunde legen wird. Iſt es nicht den unvergeſſlichen Bemühungen und dem glücklichen Scharfſinne Hauy's gelungen, jene innige Beziehung zwiſchen äußerer und innerer Form auf das Genaueſte nachzuweiſen? Giebt uns dieſe Beziehung nicht auch rückwärts das Mittel an die Hand, ſelbſt in den Fällen noch die Grundgeſtalt der kryſtalliſirten Subſtanz zu beſtimmen, wo uns alle übrigen Merkmale des Blätterdurchganges im Stich zu laſſen ſcheinen? Bauet ſich nicht aus jenen primitiven Formen durch regelmäßige Auf- und Nebeneinanderlagerungen der ganze Kryſtallkörper ſammt allen ſeinen Abänderungsgeſtalten mit erſtaunenswerther Einfachheit auf? Wird nicht das räthſelhafte Phänomen des rationalen Verhältniſſes unter den Neigungen der Kryſtallflächen durch unſere einfachen Abnahmegeſetze (lois de décroissement), man möchte ſagen, ſo ſchön als natürlich entziffert? Und liegt darin nicht ein faſt unumſtößlicher Beweis für die primitive Untheilbarkeit der Molekülen?

§. 4.

Die Annahme geradflächig begrenzter Atome — im Gegenſatz zu den übrigen.

Wir geſtehen eine Menge von Thatſachen, welche auf den erſten Blick für die Anſicht zu ſprechen ſcheinen, daß die Materie zum wenigſten im rigiden Zuſtande aus iſolirten Theilchen von vorgebildeten Grenzen zuſammengeſetzt ſei, und wer glauben kann, mit der Zerlegung eines Körpers in regelmäßig begrenzte Schichten, Reihen und Moleküle über die Art des Nebeneinanderbeſtehens ſeiner Theile etwas erklärt zu haben, mag ſich leicht genug mit dieſer Vorſtellungsart befreunden. Wir halten abſichtlich noch unſer Urtheil darüber, ob und wie weit wir die Schlußfolge der Atomiſtik durch die angeführten Erſcheinungen begründet und nothwendig bedingt halten, bis auf eine ſpätere Gelegenheit zurück, laſſen einſtweilen die angeblichen Moleküle als letzte, unabänderliche Elemente der Materie gelten, und begleiten den Atomiſtiker zunächſt bei ſeinem

Geschäfte, aus den Atomen rückwärts das wahrnehmbare Solidum wieder zusammenzusetzen. Denn es ist Bedürfniß des menschlichen Geistes, wenn er weit genug getrennt und analysirt zu haben glaubt, sich dann auch über die Art und Weise des Zusammenhanges der erkannten Theile im Ganzen einen Begriff zu bilden, und dieser Verpflichtung, durch Zusammenstellung seiner problematisch angenommenen Atome wenigstens die Modificationen des dreifachen Aggregatzustandes, worin wir den Körper wahrnehmen, auf irgend eine Weise begreiflich zu machen, hat sich noch kein Vertheidiger dieser Naturansicht überhoben geglaubt. Die Tendenz der Atomistik ist weiter gegangen, und musste natürlich vermöge ihrer bündigen Principien, welche den Urgrund aller Mannigfaltigkeit in den Erscheinungen des sinnlich Wahrnehmbaren auf einen sehr beschränkten Raum zusammenziehen, nothwendig weiter gehen; sie musste bei allen ihren Erklärungen die selbstgesetzte Grenze im Auge behalten, daß die primitive Unantastbarkeit der Elementartheile nicht gefährdet werden durfte; sie musste den Versuch machen, diese Hypothese bei der Erklärung aller Phänomene der Körperwelt als haltbar nachzuweisen und das mechanische Prinzip als die allgemein durchgreifende, einzige und völlig ausreichende Ursache dieser Phänomene zu bestätigen. Wiefern dieses Bestreben hoch zu achten, oder bisher gelungen zu nennen sei, wird in der Folge noch die eine und andere Bemerkung anzudeuten dienen können. Vorläufig beschränken wir uns auf die Beantwortung der Frage, ob alle Eigenthümlichkeiten des verschiedenen, zumal des starren Aggregatzustandes in der atomistischen Vorstellungsart vom Wesen desselben ihre Erklärung finden, oder zum Mindesten damit bestehen können.

Man sollte meinen, das Phänomen, welches vorzugsweise zur Entstehung einer Hypothese die Veranlassung gab, müsste sich auch am leichtesten wieder aus derselben erklären lassen, und doch hat es seine Schwierigkeiten. Schon die geringe Uebereinstimmung in den häufig versuchten Darstellungen dieses Gegenstandes, welche zum Theil wunderlich genug ausgefallen sind, verräth den lockeren, wenig zwingenden Zusammenhang zwischen Thatsachen und Folgerungen, weil er noch für so verschiedenartige Auslegungen Spielraum hat. Ohne jedoch auf

eine Erörterung aller dieser Hypothesen, selbst nur flüchtig, eingehen zu wollen oder zu können, scheint es gleichwohl nöthig, einen nicht unerheblichen Unterschied derselben zu berücksichtigen.

Einige Atomistiker, und unter diesen vor allen Hauy, denken sich die ursprünglichen Massentheilchen der Materie (molécules intégrantes) durch ebene Flächen begrenzt, so wie sie im Verfolge der Spaltung entstehen, wenn diese so weit gediehen ist, daß sie bei fernerer Fortsetzung nicht mehr die geometrische Figur, sondern nur die relativen Dimensionen der Spaltungsstücke verändern würde — wobei denn freilich meistens gewisse im Krystall nicht minder deutlich wahrgenommene Spaltungsrichtungen außer Acht gelassen werden müssen —: andere geben ihren Atomen kugelförmige oder sphäroidische Gestalten, oder sehen dieselbe als vollkommen gleichgiltig an, und unter diesen gestatten sich wieder einige die Annahme, daß in gewissen Theilen der Oberfläche ihrer Atome eine vorherrschende, stärkere Anziehungskraft sich wirksam bezeige, welche freilich nur unter bestimmten Umständen (in genäherten Abständen) von Erfolg sein könne.

Was nun die Anhänger der ersten Ansicht betrifft, welche ihren Atomen eine ursprünglich eckige, geradflächig begrenzte Gestalt vorbehalten, von deren letztem Grunde sie denn weiter keine Rechenschaft zu geben für nöthig halten; so haben sie freilich von der größern Consequenz, womit sie die unmittelbaren Thatsachen der Erfahrung auch noch über die Grenze sinnlicher Wahrnehmung hinaus durchführen — ein Sprung, zu welchem jede atomistische Naturansicht ohne Ausnahme genöthigt wird — bei der rückwärts gehenden Erklärung der beobachteten Eigenthümlichkeiten starrer Körper auch den Vortheil, daß die geradflächige Begrenzung ganzer krystallinischer Massen und ihre geradflächige innere Textur aus ihrer Annahme nicht bloß mit Leichtigkeit, sondern sogar mit einer Art von Nothwendigkeit folgt. Eine Menge von Schwierigkeiten und Widersprüchen jedoch, welche diese Hypothese bloß schon bei der Erklärung der Krystallisationserscheinungen unaufgelöst lassen muß, haben bereits Bernhardi in seinen „Gedanken über

Krystallogenie und Anordnung der Mineralien" in Gehlen's Journal f. d. Chemie, Physik und Mineral. Bnd. 8. Heft 2. und Hausmann in seinen „Untersuchungen üb. d. Formen der leblosen Natur S. 247 ff." eben so scharfsinnig als umsichtig aus einander gesetzt, und wir können den Leser des Vergnügens nicht berauben, die eigenen Worte dieser beiden echt philosophischen Naturforscher a. a. O. nachzusehen. Für den gegenwärtigen Zweck glauben wir die Aufmerksamkeit noch besonders auf nachstehende Umstände lenken zu müssen.

§. 5.

Die sogenannte Flächenanziehung reicht zur Erklärung der Cohäsion krystallisirter oder starrer Massen in der Voraussetzung geradflächig begrenzter Atome nicht aus.

Werden die geradflächig begrenzten Atome ganz in der Art, wie sie durch fortgesetzte Spaltung zuletzt entstehen würden, zu einem Körper wieder zusammengeordnet, so giebt ihre bloße Neben- und Aufeinanderstellung an und für sich noch keinen wahren und festen Zusammenhalt der Art, wie wir ihn am rigiden Körper wahrnehmen, der jeder Kraft, welche seine Theile von einander zu trennen oder auf einander zu verrücken strebt, einen mehr oder minder beträchtlichen Widerstand entgegensetzt. Es müssen Kräfte hinzukommen, und zwar anziehende Kräfte, welche das ganze System von Massentheilchen in der einmal angenommenen Lage erhalten, so lange bis eine äußere Gewalt diesen Zusammenhang aufhebt. Wie ist diese Kraft der Anziehung beschaffen? Man nehme sie immerhin nach Bedürfniß stark genug an; aber in welcher Art soll sie sich denn wirksam zeigen? Die Atomistiker dieser Abtheilung denken sich das Feld ihrer Thätigkeit auf diejenigen Flächen beschränkt, welche sich in unmittelbarer Berührung oder in unmerklichen Abständen befinden. Offenbar soll damit diejenige Anziehung bezeichnet sein, welche man mit dem Namen der Flächenanziehung belegt hat, deren Charakter darin gesetzt wird, daß sie nur den in unmittelbarer Berührung befindlichen, oder wenn man lieber will, den in unmerklichen Abständen einander zunächst zugekehrten Theilchen der Materie das Bestreben ertheilt, sich

einander zu näheren, und den Widerstand bewirkt, welchen eine Kraft erfährt, die jene Theile aus der Berührung oder überhaupt nur in größere Entfernung von einander bringen will. Es liegt in der Vorstellung von dem Wesen dieser Kraft, welche wir uns aus der Wirklichkeit abstrahirt haben, daß sie nur in den einander zugekehrten (sich berührenden, oder nächstbenachbarten Flächen zur Anschauung kommen und sich in diesen nur durch einen gegenseitigen Zug offenbaren könne, welcher rechtwinklig gegen beide gerichtet ist. Daraus leuchtet ein, legen wir diese Anziehung zwei getrennt für sich bestehenden Körpern von selbstständiger, wenigstens durch jene Kraft nicht abzuändernder Gestalt bei, so kann sie nur dann einen wahren Zusammenhang derselben bewirken, welcher sich dem Losreißen widersetzt, wenn beide Körper einander wirkliche Begrenzungsflächen, keineswegs wenn der eine bloß eine Kante oder Ecke der Fläche, Kante oder Ecke des andern zukehrt. Wäre die Wahrheit dieser Behauptung nicht an und für sich klar, so ließe sie sich vielleicht folgendermaßen noch begreiflicher machen. Indem wir der bezeichneten Kraft eine Richtung zugestehen, welche lothrecht auf die Fläche trifft, worin sich sich äußert, wenigstens alle Anziehungen, welche von den dahinter liegenden Massentheilchen ausgehen, in diesen rechtwinkligen Zug zusammengesetzt denken; haben wir umgekehrt die Möglichkeit, durch den stetigen, zahllosen Inbegriff von Lothen gegen diese Fläche, deren Länge dabei ganz willkürlich, nur nicht als verschwindend angenommen werden darf, geometrisch die Körperschichte zu construiren, von welcher und gegen welche die erwähnte Anziehung ausgeübt wird. Versuchen wir diese Construction für den Fall, wo bloß eine Kante oder Ecke des zweiten Körpers einer Fläche des ersten bis zur Berührung oder bis auf einen insensibelen Abstand genähert ist, so erzeugt die stetige Reihe absoluter Perpendikel, welche in der Oberfläche des ersten Körpers an den Stellen der Berührung oder des unmerklichen Abstandes gedacht werden können, in dem zweiten Körper bei der ersten Voraussetzung nur eine geometrische Fläche, und im anderen Falle giebt es nur ein Loth der Art. Wie abgeschmackt es aber sein würde, einer geometrischen, idealen Fläche oder Linie

materielle Anziehungskräfte beizulegen, braucht nicht erinnert zu werden — eben so wenig, daß hiermit der in der mathematischen Theorie des Schwerpunktes gewöhnlichen Betrachtungsweise, wo Flächen und Linien Schwere, folglich Anziehung gegen das Centrum der Erde, nur uneigentlich beigelegt wird, keineswegs zu nahe getreten sein solle.

Wie diese Betrachtung für die Annahme, daß nur Kanten oder Ecken von beiden Körpern mit einander in Berührung kommen, ausfallen müsse, daß die Idee eines absoluten Perpendikels auf eine Kante oder Ecke schon an sich unzulässig sei, und daher für die anziehende Kraft in diesem Falle nicht einmal eine bestimmte Richtung ausfindig gemacht werden könne, versteht sich von selbst. Nur noch der vollkommenen Uebereinstimmung dieses Raisonnements mit Thatsachen der Erfahrung wollen wir erwähnen. Denn wenn ein prismatisch oder kegelförmig gestalteter Körper am Ende eines Wagebalkens aufgehängt, ins Gleichgewicht gebracht ist, so wird kein im geringsten größeres Uebergewicht auf der andern Seite dazu gehören, den Körper in die Höhe zu heben, mag derselbe ganz frei in der Luft schweben, oder mag seine horizontal liegende Kante oder seine Ecke mit der polirten, gleichfalls wagerechten Oberfläche eines Körpers in die innigste Berührung gesetzt sein, an welchem er mit erheblicher Gewalt anhaften würde, wenn möglichst glatte Flächen beider Körper nahe genug an einander gebracht würden. Ja es möchte selbst dazu noch kein merklicher Zuwachs des Uebergewichtes nöthig werden, um einen so gestalteten Körper unter ähnlichen Umständen von der Oberfläche einer Flüssigkeit loszureißen, die ihn netzt, also schon vermöge der Capillaraction an seinen Rändern bis auf meßbare Weite in die Höhe steigen muß.

Die Anwendung des Gesagten ist vorauszusehen. Hauy musste im consequenten Verfolge seiner Zerlegungsmethode gerade am häufigsten auf diejenigen Formen seiner molécules intégrantes verfallen, welche in ihrer Zusammensetzung nicht anders die an Krystallen beobachteten geometrischen Gestalten erzeugen können, als dadurch, daß sie mit ihren Kanten und Ecken an einander schließen. Von dieser Art sind namentlich

alle tetraedrischen Grundformen, das regelmäßige sowohl, als die verschiedenartigen Abänderungen des unregelmäßigen, und nur das dreiseitige Prisma macht hiervon eine Ausnahme. Wie will er uns aber glauben machen, daß ein solches Gebäude von Tetraedern, welche nur in Kanten- und Eckenberührung mit einander stehen, einen festen innern Zusammenhang erhalten könne — daß auch nur diese Elementarkörperchen, ausgerüstet mit jener reciproken Flächenanziehung, in dem Zustande einer vollkommen freien Beweglichkeit, welcher jeder Krystallisation vorangehen muß, sich bewogen finden könnten, einander mit den Ecken oder Kanten, und nicht vielmehr mit den entsprechenden Flächen aufzusuchen?

Große Schwierigkeiten machen auch unseres Erachtens dem schon oben erwähnten Principe, welches Hauy den Bestimmungen der Form seiner molécules intégrantes zum Grunde legte, die so häufig an manchen Substanzen beobachteten vielfachen Blätterdurchgänge, welche er dabei so gut als gar nicht vorhanden übergehen muß. Sollten nach seiner Ansicht die in manchen Krystallen auf so mannigfaltige Weise einander kreuzenden Blätterdurchgänge aus einer vorgebildeten Trennung oder Zerklüftung erklärlich werden; so müsste man, um nicht in Gefahr zu gerathen, die Atome selbst zu zerspalten, so unverhältnißmäßig weite, leere Abstände unter ihnen annehmen, daß man sich verwundern muß, wie ein so dünnes Aggregat für die Sinne noch alle Erscheinungen der Continuität hervorbringen könne. Ueberdieß haben die Formen der molécules intégrantes gerade die allergeringste Analogie in der wahrnehmbaren Krystallenwelt, welche nur als Ausnahmen von der Regel solche Krystallgestalten zeigt, an welchen nicht jeder oder überall gar keiner Begrenzungsfläche an der andern Seite des Körpers eine parallele entspricht. Es ist aber zum Mindesten ein Verstoß gegen anerkannte Regeln der Naturforschung, wenn man sich zur Erklärung eines Phänomens eine Annahme erlaubt, welche geradezu einer Eigenthümlichkeit desselben widerspricht, die wir, so weit die Beobachtung reicht, als wesentlich anerkennen müssen.

§. 6.

Das Gesetz des mathematischen Zusammenhanges unter verschiedenen Krystallformen desselben Systems hat nach Hauy's Hypothese keine Nothwendigkeit.

Kehren wir nun zu dem merkwürdigen Gesetze zurück, welches sich in dem mathematischen Zusammenhange aller Krystallformen offenbart, die zu demselben Systeme gehören, so ist nicht zu läugnen, daß sich die Möglichkeit dieser rationalen Neigungsverhältnisse secundärer Flächen aus Hauy's Vorstellungsart vom Baue des Krystallkörpers erklärlich finden lässt. Wenn gewisse Dimensionen eines Körpers in ihrem gegenseitigen Verhältnisse sich immerfort als Multiplen entsprechender Primärdimensionen zeigen, so liegt gewiß die Idee sehr nahe, wie man aus dem Eins durch Wiederholung das Vielfache entstehen sieht, alle Modificationen von Krystallformen einer chemisch-charakterisirten Substanz durch regelmäßige Zusammenordnung lauter identischer Grundgestalten (formes primitives) entstanden zu denken. Das Ganze des Körpers erscheint nun als das Vielfache eines bestimmten Elements. Hauy's Hypothese hat sich unstreitig diesem Gesetze angeschlossen, ist größtentheils aus demselben hervorgegangen und sucht rückwärts in ihm die hauptsächlichste Stütze ihrer Wahrscheinlichkeit. Geben wir nun auch zu, daß wegen der unendlichen Kleinheit der Kerngestalten, die wir ja nicht einmal an sich, viel weniger ihren Theilen nach wahrzunehmen im Stande sein sollen, selbst dann noch die Anschauung einer stetigen Fläche für die Sinne entstehen könne, wenn diese nach Hauy's Constructionen nur als eine Ebene, welche sämmtliche Kanten oder Ecken treppenförmig über einander gelagerter Kerngestalten verbindet, zu denken ist; so können wir doch in dieser Vorstellung nichts weiter als eine den beobachteten Erscheinungen ziemlich gut angepasste Zergliederung, keineswegs aber eine Erklärung derselben finden; welche zugleich ihren Grund und die Nothwendigkeit ihrer Entstehung angäbe. Sie spricht das Gesetz, welchem das Ganze gehorcht, selbst nur wieder als ein Gesetz aus, das die Theile beherrschen soll, und motivirt so wenig das eine wie das andere.

Nehmen wir nämlich den der Hypothese günstigsten Fall,

wo zur Erzeugung secundärer Kryſtallformen eine ſolche Stellung der Kerngeſtalten erforderlich wird, in welcher ihre identiſchen Flächen genau (mit völligem Zuſammentreffen der Kantenlinien und Ecken) an einander ſchließen, oder wenn gleich weite Abſtände derſelben von einander nöthig werden, wo dieſe Flächen im genaueſten Parallelismus einander ſo zugekehrt ſind, daß ihre Grenzen in lothrecht gegen beide gedachten Projectionsebenen über einander liegen; ſo erklärt nun Hauy die Bildung ſecundärer Kryſtallflächen mit rationalen Neigungsverhältniſſen dadurch, daß er annimmt, je eine, je zwei, je drei u. ſ. w. allgemein je r in beſtimmtem, z. B. verticalem Sinne über einander gelagerte Schichten von Maſſentheilchen (lames de superposition) ſtellen ſich ſo auf gewiſſe Flächen des Kryſtallkerns, daß ſie in regelmäßig wiederkehrender Ordnung an der Außenſeite in anderem z. B. horizontalem Sinne ſtets je eine, je zwei, je drei u. ſ. w. allgemein je n ſolcher Reihen von Molekülen verlören, oder bei dieſen Auflagerungen von je einer, je zwei u. ſ. w. allgemein je r ſolchen Atomenſchichten finde regelmäßig eine Abnahme (décroissement) oder ein Zurücktreten um je eine, je zwei u. ſ. w. allgemein je n ſolche Reihen (rangées) in anderem Sinne Statt. Die Richtung dieſer Abnahme wird nach gewiſſen Elementen des Kryſtallkerns beſtimmt (décroissement sur les bords, sur les angles, intermédiaire.)

Streng genommen begiebt ſich nun freilich jeder Atomiſtiker — wie ſich's zum Theil ſchon im Vorigen zeigte, noch mehr aber durch ſpätere Betrachtungen dargethan werden ſoll — des Rechts, zur Erklärung der Phänomene von der Flächenanziehung Gebrauch machen zu dürfen. Laſſen wir indeſſen immerhin die Annahme einer Kraft gelten, durch welche die Atome einander die entſprechenden Flächen der Anziehung in der erwähnten Art zuzukehren gezwungen werden; ſo iſt deßhalb keineswegs abzuſehen, warum erſtlich bei der ungehinderten Beweglichkeit der Theile, welche aller Kryſtalliſation vorangeht, nicht jede untere Lage von Atomen ſich zuerſt aus der oberen, neu hinzukommenden zu vervollſtändigen ſtrebt, um die Anziehung aller Atome, auf denen ſie ruht, auf gleiche Weiſe zu beſchäftigen und nicht die am Rande liegenden frei

und mäßig zu lassen, und zweitens, wofern man auch dieses einzuräumen geneigt wäre, weshalb denn so unzählige Male diese reihenweise Abnahme immer in dem nämlichen unveränderten Verhältnisse erfolge, so daß denn auch wirklich die im Ganzen resultirende Fläche haarscharf in allen ihren Theilen, die davon abhängige Neigung erhalte. Weßhalb, fragen wir, beobachten denn diese Lagen von unmeßbar kleinen Massentheilchen, deren Gesammtheit eine sehr wohl meßbare Fläche constituirt, gleichsam wie eine unerlaßliche Vorschrift, constant immer dasselbe Schema stufenweiser Gruppirung? Wodurch wird jedes folgende Paar von Schichten genöthigt, um die Breite einer Atomenreihe zurückzutreten, wenn es das erste that? Was hindert, daß nicht bald auf die Erhöhung um eine, zwei, drei, vier u. s. w. allgemeine x Lagen abwechselnd eine Abnahme in die Länge oder Breite bald um eine, bald um zwei, drei oder vier allgemein um n Reihen erfolge? Was zwingt die Atome, sobald eine Fläche sich zu bilden beginnt und gegen eine andere absetzt, immer im ganzen Bereiche derselben nach dem nämlichen Verhältnisse ab-, an- und aufzusetzen? Weßhalb tritt nicht abwechselnd bald das eine, bald das andere Verhältniß ein, da sie ja alle der Natur gleich möglich sind? Freilich ginge damit die ganze Erscheinung der regelmäßigen Begrenzung durch ebene, nach bestimmten Verhältnissen gegen einander geneigte Flächen, wie sie den Charakter der Krystallisation ausmacht, gänzlich verloren; aber wo liegt denn in der Hypothese, welche sie erklären soll, irgend eine Bedingung ihrer Nothwendigkeit? Nimmt nicht das ganze, unbestreitbar erwiesene Phänomen im Gewande dieser Erklärung das Ansehen eines artigen, oder besser gesagt, eines eigensinnigen Naturspiels an? Wollte man ja eine Vorliebe der Natur für Symmetrie und Regelmäßigkeit vorschützen, die nur an jene gute, alte Zeit eines harmlosen Glaubens an Naturspiele erinnern würde, so widerspricht einer solchen Annahme schon wieder eine andere allbekannte Erscheinung an den Krystallen, daß nämlich äußerst selten die Dimensionen gleichartiger, zumal benachbarter Flächen gleich gefunden werden, daß vielmehr die eine höher oder tiefer und nicht in derselben

Ecke, wie die andere, aufzuheben pflegt u. s. w. — Doch dergleichen Vorstellungen erlaubt sich jetzt kein Naturforscher mehr.

§. 7.

Auch das Phänomen der Lichtreflexion streitet gegen Hauy's Annahme.

Hielte sich die Atomistik nicht vermittelst der verzweifelten Kleinheit ihrer Atome, welche weit hinter der Grenze sinnlicher Wahrnehmbarkeit liegen soll, beständig die Hinterthür offen; wodurch sie bei jeder Gelegenheit entschlüpft, sobald sich die Sinne einfallen lassen wollen, als Augenzeugen eine species facti unter die Acten des Streits niederzulegen; man hätte ihr wohl tausend Gegengründe mehr vorzulegen, so lange man sich von der trostlosen Meinung noch nicht hat überzeugen können, als sei man mit seinen fünf Sinnen in die Schöpfung gesetzt — nur um angeführt zu werden. Dahin rechne ich unter anderm den Einwand, daß sich schlechterdings in jedem Punkte, oder richtiger in jeder Linie, wo nur immer das Spaltungsinstrument, natürlich in der Richtung eines vorhandenen Blätterdurchganges, aufgesetzt wird, augenblicklich eine Spalte vor seiner Schärfe eröffnet, ohne daß dieselbe jemals nöthig hätte, etwa von dem Rücken eines Atomes abzugleiten. Doch wir wissen schon voraus, was auf diesen und ähnliche Einwürfe geantwortet werden würde, und so sparen wir auch die Ausführung des hier so nahe liegenden Gedankens, wie jede atomistische Ansicht die wahre Bedeutung des Blätterdurchganges und seine wesentliche Verschiedenheit von krystallinischer Absonderung weder begriffen hat, noch zu erklären vermag, absichtlich bis für eine spätere Gelegenheit auf.

Einen Einwurf heben wir inzwischen noch hervor, welcher ganz besonders die Annahme geradflächig begrenzter Atome betrifft, und von ihr trotz aller unendlichen Kleinheit der Massentheilchen wol schwerlich genügend beseitigt werden möchte. Halten wir uns der größeren Deutlichkeit wegen gleich an einen bestimmten Fall, mit dem Vorbehalte jedoch, daß das Gesagte mit geringen Abänderungen, welche die Möglichkeit etwaiger Ausreden nur noch erschweren dürften, auf unzählig viele ähnliche Voraussetzungen angewendet werden kann. Denken wir uns eine Krystallfläche, welche nach Hauy's Vorstel-

den Atomen der wägbaren Materie — und wie gesagt, es ist nicht abzusehen, wie sich ein Atomist dagegen verwahren wollte. — übernehmen die Vertheidiger dieser Ansicht zugleich vor allen Dingen die doppelte Obliegenheit, erstens die Phänomene der Cohäsion, zumal in ihren Modificationen nach dem verschiedenen Aggregatzustande der Körper unter dieser Voraussetzung, und zweitens die Nothwendigkeit oder doch die Möglichkeit solcher ursprünglicher, unter allen Umständen beibehaltener Entfernungen der letzten Massentheilchen von einander zu erklären. Folgen wir ihnen also in ihren Versuchen, diese Aufgabe zu lösen, besonders diejenigen berücksichtigend, welche wegen ihrer angeblichen Uebereinstimmung mit Thatsachen der Erfahrung die größte Wahrscheinlichkeit besitzen sollen, oder doch die meisten Anhänger gefunden haben.

§. 9.

Die allgemeine Gravitation oder Massenanziehung kann die Erscheinungen der Cohäsion ꝛc. nicht bedingen.

Wir sehen unter den Theilen starrer Körper einen stärkeren oder schwächeren, aber stets hinreichenden Zusammenhang, um ihnen ihre selbstständige Gestalt zu sichern und einen Kraftaufwand nöthig zu machen, wenn diese Theile aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt oder von einander getrennt werden sollen. Auch die flüssigen Körper stellen sich uns in größeren, zusammenhängenden Massen dar, welche nicht ohne äußeren Einfluß die Absonderung einzelner Theile gestatten, und bei den tropfbar flüssigen, wenigstens ein von inneren Bedingungen abhängiges, ohne Einwirkung physischer Ursachen nicht zu veränderndes Volumen behaupten. Dieser Zusammenhang muß in einer gegenseitigen Anziehung der letzten Massentheilchen seinen Grund haben. Von welcher Art ist denn aber diese Anziehung? — Unter getrennten und von einander entfernten Massen finden wir allerdings in der Natur ein gegenseitiges Bestreben nach Annäherung, welches im geraden Verhältniß der Massen und im umgekehrten mit den Quadraten der Entfernung wächst und abnimmt. Ist es nun vielleicht diese nach dem allgemeinen Gravitationsgesetze wirksame Kraft, wodurch die letzten Massentheilchen eines Körpers zu-

sammengehalten werden? — Ich glaube, wer nicht gerade Physik studirt, wird niemals von selbst auf diesen Gedanken kommen. Die Atomistik musste diese Frage in Berathung nehmen, um der Natur getreu zu bleiben; sie muß es als ihren höchsten Triumph ansehen, wenn es ihr jemals gelingen sollte, die Erscheinungen der Körperwelt, so weit sie als Wirkungen anziehender Kräfte gelten können, welche von den Körpern selbst ausgehen, aus diesem einfachen mechanischen Princip der Massenanziehung zu erklären — wir glauben hinzusetzen zu dürfen, sie hat ihren Zweck verfehlt und bleibt eine unstatthafte Hypothese, so lange ihr dieses nicht gelungen ist. Denn mit Ausnahme derjenigen Erscheinungen, welche mit Recht als Wirkungen eigenthümlicher, unwägbarer Substanzen angesehen werden, zeigt sich nirgends in der Welt zwischen getrennten wahrnehmbaren Massen in meßbaren Entfernungen von einander irgend eine andere Einwirkung, als diese gegenseitige Gravitation. Diese Kraft dependirt aber einzig und allein von der Entfernung und von der Masse, d. i. der bestimmten Menge beharrender Materie*), derjenigen Körper, welche von ihr sollicitirt werden, keineswegs von ihren chemischen Beschaffenheiten, ihrem substanziellen Charakter oder von ihrem Aggregatzustande u. dergl. Ließe sich also nur eben so unbedingt die umgekehrte Behauptung rechtfertigen, daß durchaus alle Kräfte, welche zur Erklärung von Phänomenen angenommen werden, die in dem substanziellen Charakter der Körper begründet sind, bloß in gänzlicher Berührung derselben, und nicht auch auf Entfernungen wirken; so wäre der Atomistik das Urtheil gesprochen, sobald sie die Phänomene der Cohäsion, Adhäsion und chemischen Verwandtschaft überall solche Erscheinungen, deren Grund sie in einer gegenseitigen Anziehung von einander entfernt gehaltener Atome finden will, nicht aus dem allgemeinen Gesetze der Massenanziehung abzuleiten vermag.

Beschränken wir uns zunächst auf die Erscheinungen der Cohäsion und Adhäsion, unter Umständen auch Capillaraction genannt (um noch eine Erklärung über die Möglichkeit oder Noth-

*) Vergl. Fischer's Lehrb. der mechanischen Naturlehre. 3te Auflage. Berlin und Leipzig. 1827. Cap. V. §. 6. S. 35.

wendigkeit der Annahme einer wahren gegenseitigen Durchdringung bei der chemischen Vereinigung verschiedenartiger Körper zu vermeiden); so werfen wir also zuerst wieder die Frage auf: ist es denkbar, daß der natürliche Zusammenhang der letzten Massentheilchen eines Körpers bloß der Erfolg einer gegenseitigen Anziehung derselben nach dem allgemeinen Gravitationsgesetze sei? — Schon die einfache Erfahrung, daß die unteren Theile des festen und unter Umständen auch des flüssigen Körpers sich nicht als Atomenschichten von den oberen ablösen, um zu Boden zu fallen, kann diese Frage beantworten. Will man sich aber durch Rechnung von der Unzulässigkeit dieser Hypothese überzeugen, und selbst den günstigsten Fall gänzlicher Berührung der cohärirenden Atome annehmen, wobei ihre Schwerpunkte, auf welche sich die Massenanziehung jedesmal reducirt, nur noch um den doppelten Halbmesser der Atome von einander entfernt bleiben; so ergiebt sich, daß die Dichtigkeit der Atome, um die Stärke der Cohäsion einigermaßen erklärlich zu finden, selbst dann noch so ungeheuer groß gedacht werden müsste, daß die beobachtete Dichtigkeit der Körper damit den allerauffallendsten Widerspruch macht*).

Gewiß hätten sich die Atomistiker die vergebliche Mühe erspart, das Princip der Cohäsion als eine bloße Modification der Massenanziehung ansehen und in der gleichartigen Erdschwere ein Maß für dieselbe finden zu wollen, wenn sie bedacht hätten, daß erst, indem die Cohäsion ein Quantum der Materie zusammenhält, eine Masse erzeugt wird, welche als solche gegen andere eine Anziehung ausüben kann. Beide Potenzen sind also wesentlich von einander verschieden. Es ist nicht zu übersehen, daß auch der Atomistiker selbst dann noch nicht weiter mit seinen Erklärungen der Natur gekommen sein würde, als der Nicht-Atomistiker, wenn es ihm gleich geglückt wäre, das Phänomen der Cohäsion aus dem Princip der Massenanziehung zu erklären. Denn er muß ja nun immer noch eine solche pri-

*) Vergl. Fechner's uebersetz. v. Biot's Experimental-Physik. 2te Aufl. Bnd. I. S. 406.

märe Cohäsion annehmen, wodurch die Theile jedes einzelnen Atomes zusammengehalten werden.

Es liegt aber auch sonst noch in dem Begriffe der Cohäsion ein Merkmal, wodurch sich dieselbe von dem Princip der Massenanziehung wesentlich unterscheidet. Offenbar wird Cohäsion nur von den Theilen gleichartiger Materie behauptet; ihre Wirksamkeit beschränkt sich nur auf solche Körper, welche durch den Inbegriff ihrer chemischen Eigenschaften auf gleiche Weise charakterisirt sind; sie hat folglich ihren Grund lediglich in dem substanziellen Charakter der Materie. Die Gravitation dagegen wirkt auf alle Körper (tastbare Materie), so weit unsere Erfahrung reicht, gleich stark, wie verschiedenartig auch ihr chemisches Verhalten sein mag. So lange also die Atomistik an der gänzlichen Identification aller Materie verzweifeln muß, so lange wird sie auch den Plan aufgeben müssen, das eine Princip auf das andere zurückzuführen. Wäre derselbe nicht gleich an dem ersten Versuche gescheitert, so könnte auch schon die verschiedene Stärke der Cohäsion bei verschiedenartigen Körpern, welche keineswegs mit ihrer Dichtigkeit gleichen Schritt geht, Bedenken gegen sein Gelingen erregt haben. Indessen hätte sich hier von einer hypothetischen Ungleichheit der Größe, Dichtigkeit und Entfernung der Atome noch einige Aushilfe erwarten lassen. Diese Aussicht wird aber gänzlich abgeschnitten durch die Erscheinungen der Adhäsion, oder des Zusammenhalts getrennter Körper ohne chemische Vereinigung. Da sie einzig und allein von der substanziellen Beschaffenheit der Körper abhängt, zwischen ungleichartigen so gut und oft stärker, als zwischen gleichartigen zum Vorschein kommt, und dabei Gesetze befolgt, welche sich auf keine Weise a priori vorher bestimmen lassen, so daß die Kenntniß des Verhaltens von zwei Körpern gegen den nämlichen dritten keineswegs genügt, um daraus auf ihr gegenseitiges Verhalten zu schließen; so läßt sich voraussehen, daß an der Erklärung ihrer Erscheinungen jede Hypothese zu Schanden werden muß, welche sich nur die Annahme einer mechanischen Einwirkung körperlicher Theilchen als Massen auf einander gestatten will.

§. 10.

Dürfen überall zur Erklärung der Cohäsion, Adhäsion u. anziehende Kräfte angenommen werden, die auf Entfernungen wirken?

Die Atomistik sieht sich also genöthigt, nicht bloß von der allgemeinen Gravitation verschiedene, in dem spezifischen Charakter der wägbaren Materie begründete Kräfte anzunehmen, sondern denselben auch (weil sie die Atome eines Körpers unter allen Verhältnissen in Abständen von einander denkt) eine Wirkungsfähigkeit auf Entfernungen einzuräumen. Es wäre also die wichtige Frage zur Entscheidung zu bringen, ob in der That auch solche Kräfte, welche in dem substanziellen Wesen der tastbaren Materie begründet sind, oder richtiger zu sagen, dasselbe bedingen, eine Wirksamkeit in Entfernungen ihrer Substrate besitzen oder nicht? — Soll die Erfahrung entscheiden, so ist längst entschieden. — Wie mögen die Atomisten noch immer behaupten, daß die Erfahrung ihre erste Rathgeberinn sei! — Sie bietet nicht ein Beispiel dar, welches eine Thätigkeit der Cohäsion, Adhäsion oder chemischen Verwandschaft schon vor der unmittelbaren Berührung der Materie oder anders als im stetigen Zusammenhange ihrer Theile ohne Widerspruch anzunehmen nöthigte. Die Atomistik läugnet dieses geradezu; Continuität der Materie, unmittelbare Berührung ist nichts als Sinnentäuschung, höchstens vielleicht Annäherung der Atome bis auf einen gewissen Primärabstand. Hier ist also schlimmes Streiten; denn man ist wieder ganz hinter die Grenzen der Wahrnehmung zurückgedrängt, so sehr man sich auch dagegen sträuben mag, Eindrücke, welche die Materie noch im Zustande einer Vertheilung auf uns macht, welche die Mechanik in manchen Fällen unglaublich weit getrieben hat*), noch für grobsinnlich halten zu sollen.

Nehmen wir nun aber auch mit den Atomisten eine gegenseitige Attraction zwischen je zwei gleichartigen und ungleichartigen Molekülen an, welche in gewissen, für uns freilich unmerklichen Abständen eine bestimmte, gleichbleibende Stärke besitzt; so ist die nächste Frage

*) Man vergleiche hierüber die physikalischen Lehrbücher und Wörterbücher unter dem Artikel »Theilbarkeit der Materie«, z. B. Biot's Experimentalphysik, übersetzt v. Fechner. 2te Aufl. Bd. I. S. 11. u. f.

nach dem Gesetze, welchem diese Kraft gehorcht, wenn die Entfernung ihrer Träger wächst oder abnimmt. Darf man sich über das Wesen einer auf Entfernungen stetig wirkenden Kraft im Voraus irgend eine Vermuthung erlauben; so ist gewiß diese noch durch Analogie und Vernunftgründe am ersten gerechtfertigt, daß ihre Intensität in dem Maße geschwächt wird, in welchem sie sich über eine größere Fläche verbreitet, d. h. wie die Gravitation im umgekehrten Verhältniß zu den Quadraten der Entfernung steht, auf welche sie wirkt. Setzt man nun auch die Stärke der Stoffanziehung für irgend einen Abstand der Atome nach Bedürfniß groß genug, so ist augenblicklich klar, daß es dieses Gesetz nicht sein kann, welches sie beherrscht. Sie wäre nicht anders, als in Einstimmigkeit mit der allgemeinen Gravitation zu denken, und müsste so eine merkliche Verschiedenheit in den Wirkungen derselben hervorbringen. Die Gravitation, namentlich die Erdschwere, ist aber gleichgiltig gegen alle Stoffverschiedenheit.

Diese Anziehung, welche dem spezifischen Charakter des Atomes inhärirt, soll nach der atomistischen Vorstellung nur auf unmerkliche Entfernungen wahrnehmbare Wirkungen hervorbringen; sie bleibt also Function der Entfernung, wird aber wahrscheinlich in dem allerrapidesten Verhältnisse abnehmen, wenn jene wächst. Nun sollen sich nach eben dieser Ansicht die Atome des starren Körpers in näheren Abständen von einander befinden, folglich auch einander ungleich stärker anziehen, als im flüssigen. Wie kommt es denn, daß zwei flüssige Tropfen in einander überfließen, sobald sie sich nur in der geringsten Fläche berühren, während zwei Stücke eines starren Körpers, mögen sie auch in der glattesten Fläche, wie z. B. zwei Spaltungsstücke, getrennt sein und augenblicklich wieder möglichst genau zusammengelegt werden, selbst unter dem stärksten Druck, sich nicht wieder so vereinigen, daß sie den ursprünglichen festen Zusammenhang erhielten? Der feinste Schnitt in dem elastischsten, festen Körper bewirkt eine bleibende Trennung, obgleich die getrennten Theile nach der Entfernung des Instruments augenblicklich in ihre vorige Lage zurückkehren. Die Atome des expansivflüssigen Körpers sollen sich in mehr, als hundertmal größeren Abständen von einander befinden, als die

Atome des nämlichen Körpers im tropfbar-flüssigen oder starren Aggregatzustande. Und dennoch ändert sich die Stoffanziehung nicht wesentlich mit der Aggregatform. Salzsaure Dämpfe und Ammoniakgas bilden noch eben so wohl Salmiak, wie tropfbare Salzsäure und liquides Ammoniak. Will man aber der Stoffanziehung noch eine Wirksamkeit auf solche Abstände zutrauen; wie eigensinnig, wenn man die Folgerung nicht gut heißen will, daß mit der Summe wirksamer Theilchen auch die Intensität der Kraftäußerung wachsen müsse! So müsste also auch die Stärke der Flächenkraft bei den Phänomenen der Cohäsion, Adhäsion und Capillaraction mit der Menge von Massentheilchen, von denen sie wechselsweise ausgeübt wird, also mit der Dicke der sich berührenden Platten, Flüssigkeitsschichten u. s. w. im Verhältniß stehen — ein gerader Widerspruch mit der Erfahrung! Eine vergoldete Platte leistet bei den Versuchen über Adhäsion die nämlichen Dienste, wie eine massiv-goldene u. dergl. m.

Soll man denn aber dieser Stoff- oder Flächenanziehung, wird man einwenden, schlechterdings gar keine Fähigkeit, auch nur auf die allergeringsten Entfernungen zu wirken, eingestehen? Wie ließe sich dann das Aufsteigen einer Flüssigkeit an dem Rande eines Gefäßes zwischen zwei einander sehr genäherten Platten oder in Haarröhrchen, die von ihr genetzt werden, begreiflich finden? Muß man nicht sogar der Kraft, welche eine Schichte des einen Körpers, wie unendlich dünn und zart man sich dieselbe auch denken will, an der Oberfläche eines andern fest zu halten vermag, eine Thätigkeit auf einige, wenn gleich unmeßbare Weite einräumen, indem sie sich ja auch nach der Dimension der Dicke durch die unendlich feinen Schichten beider Körper, die sich an der Berührungsfläche zunächst liegen, hindurch erstrecken muß? Es versteht sich von selbst, daß man in der bloß ideellen Fläche, worin zwei Körper zur Berührung kommen, nicht den Ursprung einer physischen Kraft suchen darf. Nur dem Körperlichen (nach drei Dimensionen Ausgedehnten) inhärirt die materielle Kraft. Wer sich also das Feld, wo die Kraft der Cohäsion, Adhäsion, Capillaraction oder wie sie sonst heißen mag, thätig wird, also das Feld, von welchem sie wechselsweise ausgeht und auf das sie sich erstreckt, nicht auch zu

beiden Seiten der Berührungsfläche, worin sie sich äußert, nach der Dicke hin ausgedehnt denken wollte, der höbe zugleich ihr Substrat und sie selbst auf. Man muß also von dieser gemeinschaftlichen Grenze aus zwei körperliche Schichten unterscheiden, um für die Kraftäußerung in derselben ein Subject und ein Object zu gewinnen. Aber wo liegt nun die zweite Grenze einer solchen Schichte? Man kann sie so nahe oder so weit von der ersten annehmen, als man will, nur daß man sie niemals mit ihr zusammenfallend denken darf. Denn es ist eine unbestreitbare Thatsache der Erfahrung, daß die Dicke dieser Schichten weder bei den Phänomenen der Cohäsion, noch der Adhäsion den geringsten Einfluß habe, daß dünnere und dickere materielle Lagen ceteris paribus das Phänomen mit gleicher Stärke hervorrufen, und daß die Intensität dieser Kraftäußerungen, welche wir Cohäsion und Adhäsion nennen, nur von der Größe der Fläche, worin sie sich zeigen, abhänge und mit dieser in geradem Verhältniß stehe.

Liegt aber nicht gewissermaßen in dem Umstande, daß uns hier die Natur nur eine einzige Grenze angewiesen hat, wo wir die Aeußerung einer in reciproker Thätigkeit gedachten Kraft beobachten können, der indirecte Beweis dafür, daß wirkliches Zusammentreten der Materie, an welche sie gebunden ist, in einer gemeinschaftlichen Fläche auch die Bedingung sei, an welche ihr Erwachen geknüpft ist? Noch deutlicher scheinen indessen für diese Ansicht folgende Beobachtungen zu sprechen. Man kann Wasser in ein reines, aber trockenes Glas gießen, wenn man es möglichst vor Schwankungen hütet, ohne daß es merklich am Rande in die Höhe steigt. Niemals wird es aber einen so hohen Stand erreichen, als wenn das Gefäß schon vorher oder durch gewaltsames Schwanken des Wassers benetzt wird. Eine Flüssigkeit steigt in einem trockenen Haarröhrchen, an welchem sie adhärirt, niemals bis zu der Höhe, zu welcher sie sich darin erheben kann, wenn die inneren Seitenwände desselben schon vorher mit der nämlichen Flüssigkeit befeuchtet sind. Weßhalb aber nicht, wenn die dabei thätige Kraft auch nur eine Wirksamkeit auf die allergeringste Weite besitzt? Und wie kann ein Glas, oder überall ein Gefäß von Wasser oder jeder anderen Flüssigkeit, die dasselbe netzt, überfüllt werden, so daß dieselbe

sich mit einem convexen Rücken, ohne überzufließen, über den horizontalen Rand erhebt, selbst bei beträchtlichen Schwankungen, wenn die Wirkung der Adhäsion sich auch nur auf die unmerklichste Entfernung erstreckt und die Cohäsion der Flüssigkeit, wie gewöhnlich angenommen wird, in diesem Falle überwiegt? Wenn die Schwere der Flüssigkeit ihrem Aufsteigen am Rande des Gefäßes nur hinderlich ist, so würde sie ja hier der Adhäsion nur behilflich werden, um das Ueberfließen zu befördern, wofern diese auch von den nächst benachbarten und nicht bloß von den schon benetzten Theilen der festen Wand — und nicht bloß in perpendiculärer Richtung — ausginge. Man benetze nun auch gewaltsam den Rand, und die Flüssigkeit wird augenblicklich bis zu der horizontalen Fläche des Randes abfließen.

Die Erklärungen, welche man gewöhnlich von dem Vorgange dieser Erscheinungen aufzustellen pflegt, scheinen noch keineswegs vorwurfsfrei und nicht auf allzuklaren Begriffen vom Wesen derjenigen Kräfte zu beruhen, aus deren Conflicte man dieselben abzuleiten bemüht ist. Man behauptet allgemein, eine Flüssigkeit adhärire an einem festen Körper, wenn die demselben zunächst liegenden Theilchen stärker von diesem als von den gleichartigen Flüssigkeitstheilchen auf der anderen Seite angezogen würden. In der atomistischen Sprache: die Atome der Flüssigkeit, welche zunächst an der Oberfläche des starren Körpers liegen, den sie benetzt, werden von diesem stärker angezogen, als von den hinter ihnen liegenden gleichartigen Atomen; diese aber werden vermöge ihrer Cohäsion gegen die ersten gezwungen, dem Zuge derselben bis auf eine gewisse, durch ihr eigenes Gewicht näher bestimmte Weite zu folgen. Und daraus soll folgen, daß ein Wassertropfen unter einer horizontal gehaltenen Glastafel hängen bleibt, daß sich die Flüssigkeit in einem Haarröhrchen oder zwischen zwei benachbarten festen Wänden oder an dem Rande des Gefäßes über ihr Niveau erhebt? Ob man sich auch wol den Begriff der Anziehungskraft bei diesen Erklärungen recht deutlich gedacht hat? — Mit diesem Worte bezeichnen wir das gegenseitige Bestreben zweier Körper, sich einander zu nähern; die Anziehungskraft ist desto stärker, ein je größeres Bestreben nach gegenseitiger Annäherung sie in

denselben hervorzubringen vermag, d. h. je größer die daraus entspringende Bewegung des einen gegen den andern in der nämlichen Zeit sein würde, wenn sie ihm ungehindert folgen dürften. Denken wir uns nun die Atome eines Wassertropfens, der sich unter einer horizontalen Glastafel befindet, zuerst auf irgend eine Weise ins Gleichgewicht gesetzt, was von den gleichen Abständen dieser Atome unter einander abhängen wird. Nun sollen die zunächst unter der Platte befindlichen Atome des Wassers von dieser stärker angezogen werden, als von den selbst wieder unter ihnen liegenden Wasser-Atomen. Ihr Bestreben, sich nach oben zu bewegen, ist also größer als das entgegesetzte einer Bewegung nach unten — wäre es demselben gleich oder gar kleiner als das letztere angenommen, so wäre das Phänomen noch weniger, oder eben so wenig zu erklären. — Gleich große Bewegungsfähigkeiten oder Geschwindigkeiten des nämlichen Körpers in gerade entgegengesetzten Richtungen heben sich auf. Die nächste Atomenreihe unter der Glastafel behält also einen Ueberschuß des Bestrebens, derselben näher zu rücken; Nichts hindert sie, demselben nachzukommen, so lange bis ein zwischentretendes Medium dem Ueberschuß dieses Zuges das Gleichgewicht hält. Der Abstand zwischen der ersten und zweiten Atomenschichte der Flüssigkeit wird augenblicklich erweitert; Erweiterung des Abstandes schwächt die Intensität der gegenseitigen Anziehung; die zweite Atomenreihe hat also ein stärkeres Bestreben, sich nach unten als nach oben gegen die benachbarten Atome hin zu bewegen; dazu ihr eigenes Gewicht — was muß der Erfolg sein? — Die zweite Atomenreihe muß sich sammt allen tiefer liegenden von der obersten ablösen, um zu Boden zu fallen — und was geschieht? — der ganze Wassertropfen bleibt ruhig hängen. Ich sehe wenigstens nicht ein, wie man diesen Schluß vermeiden will.'

Wie die Anwendung dieser Betrachtung auf die übrigen Fälle zu machen sei, ist von selbst klar. Es läßt sich zur Noth begreifen, wie eine Atomenreihe einer Flüssigkeit durch den stärkeren Zug einer unmittelbar über ihre Oberfläche hervorragenden, starren Wand bewogen werden könne, sich über das allgemeine Niveau zu erheben. Wie aber ein ganzer Wasserberg am Rande des Glases, eine ganze Wassersäule im Haar-

röhrchen oder zwischen zwei nahen Wänden in die Höhe steigen und festgehalten werden kann, das ist nimmermehr zu begreifen, wenn die Adhäsionskraft der festen Wand nur die zunächst liegenden Atome der Flüssigkeit afficiren und die entgegengerichtete Cohäsion überwiegen soll, und wenn beide als anziehende Kräfte gedacht werden, welche zwischen getrennten (an sich freilich nur durch unmeßbare, hinsichtlich ihrer eigenen Größe aber gewiß nicht unbeträchtliche Entfernungen getrennten) Molekülen thätig seien.

Die nicht-atomistische Erklärung dieser Phänomene, welche Wasserpunkte oder unmeßbar dünne Schichten der Flüssigkeit unterschieden haben will, die Adhäsion als einen Zug nach außen, die Cohäsion als einen entgegengerichteten Zug nach innen betrachtet, und in dem Verhältniß ihrer Stärke die Auflösung dieser Erscheinungen zu finden vermeint, weicht im Wesentlichen von der atomistischen Erklärung nur dadurch ab, daß sie zwischen ihren hypothetischen Grenzen nicht auch von gleichartiger Materie unerfüllte Zwischenräume annimmt. Im Grunde aber ist sie eben so gut atomistisch, und der Erfolg des stärkeren Zuges nach außen als nach innen, nach oben als nach unten, müsste eben so wie vorhin Ablösung des ersten Wasser-Pünktchens oder Häutchens von allen folgenden sein — oder man müsste denn wieder einen ganz eigenthümlichen Begriff von Zug und Gegenzug haben. Verfolgt man diese Idee weiter in der Voraussetzung, daß die Materie unendlich theilbar sei, und daß ein flüssiges Tröpfchen oder Häutchen nach der Dimension der Dicke über jeden Grad der Kleinheit hinaus abnehmen könne, so lange es nur nicht ganz verschwindet, ohne daß die Adhäsionskraft, welche es an einem starren Körper festhält, aufhörte, befriedigt zu sein; so ginge daraus hervor, daß von einem Tropfen oder von einer Flüssigkeits-Schichte, welche sich für den ersten Augenblick mit einer Fläche an einen festen Körper anschließen mag, unaufhörlich die entlegensten Theilchen oder Lagen herabfallen oder herabgleiten müssten, ohne daß dieser Act jemals ein Ende erreichte. Die Atomistik hat hier doch noch eine Grenze in ihrem letzten einfachen Atome.

Man sieht daraus deutlich genug, sollte man meinen, daß man schon bei den Erklärungen der Cohäsion und Adhäsion mit

dem Begriffe einer Anziehungskraft, wie ihn die Mechanik darbietet, nicht ausreiche. Die Zweideutigkeit dieses Wortes hat schon unglaublich viele Dunkelheiten in der Naturforschung veranlasst, die nicht verschwinden werden, so lange man den Mißbrauch dieses Wortes nicht aufhebt. Und dann sollte auch der Verstand aufhören, selbst da noch Grenzen (das eigentliche Object seiner Erkenntniß) zu suchen, wo die Natur selbst keine gesetzt hat. Mir wird immer bange, wenn ich Erklärungen bei den Thätigkeiten substituirter Theilchen einfädeln sehe. Sie mögen ihren Nutzen haben, wenn sie in einfachen Voraussetzungen dem schweren Fassungsvermögen in der Ergründung eines stetig durchgreifenden Gesetzes zu Hilfe kommen, und sich nach ewigen Gesetzen der Vernunft zum reinen Begriffe desselben aufschwingen — wie die Analyse den glänzendsten Vortheil davon hatte, daß man damit anfing, das Ungleichförmige in eine unendliche Anzahl unendlich kleiner gleichförmiger Differenziale aufzulösen, um mit Einem Schlage des Calcüls im Integral das umfassende Bildungsgesetz in voller Lauterkeit hervorzuzaubern. Wer aber an den selbstgewählten Grenzen stehen bleibt, der darf nie hoffen, daß die Natur ihm ihr geheimes Walten offenbare. — Wir brechen für jetzt diese Betrachtungen ab. Vorläufig interessirt uns nur das Resultat, worin sich der Gegensatz zwischen atomistischer und nicht-atomistischer Erklärungsart der Cohäsion und Adhäsion kund giebt, daß die erstere unter *denselben* Umständen, welche nur eine *graduelle* Verschiedenheit gestatten (größere oder geringere Entfernung der Massen oder letzten Massentheilchen) von demselben Körper *zwei ganz heterogene* Kraftäußerungen behauptet, die eine Function seiner Masse, die andere Function seiner Stoffbeschaffenheit, während die andere, in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, für die letztere Kraftäußerung, welche mit dem substanziellen Charakter des Körpers zusammentrifft, auch einen *wesentlich verschiedenen* Umstand, nämlich Flächengemeinschaft der Materie in der Berührung oder Mangel der Trennung, als *nothwendige Bedingung* voraussetzt und fordert.

§. 11.

Um das Bestehen primärer Abstände unter den wägbaren Massentheilchen, trotz der ihnen beigelegten gegenseitigen Anziehungskraft, zu erklären, darf nicht zugleich eine Repulsivkraft unter denselben angenommen werden. — Ein Bedenken gegen die Annahme der Repulsivkraft überhaupt.

Wenn nun aber die atomistische Hypothese schon so viele unüberwindliche Schwierigkeiten findet, indem sie nur erst das Wesen derjenigen Grundkraft zu bestimmen sucht, welche einen Zusammenhang unter den getrennten Theilchen gleichartiger und ungleichartiger Materie, wie ihn die wahrnehmbaren Massen in der Natur zeigen, bewirken soll; so ist die zweite, eben so wesentliche Anforderung, daß sie die Nothwendigkeit ursprünglicher Abstände unter diesen problematischen Atomen erklären muß, in welcher Art sie sich auch immer zu einem körperlichen Quantum vereinigt haben mögen, wahrlich nicht geeignet, ihre Verlegenheit und die Widersprüche zu vermindern, in welche sie sich mit Thatsachen der Erfahrung verwickelt. Was für ein Gesetz auch immerhin die Anziehungskraft befolgen mag, in welcher wir den Grund der Cohäsion erblicken sollen, es kann nur das Bestreben der Atome, sich einander zu näheren, darunter gedacht werden. Fände also dieses Bestreben kein Hinderniß, so müssten sich die gesonderten Moleküle bis zur Berührung ihrer Oberflächen einander nähern. Diese Annahme ist aber nach der atomistischen Vorstellungsart unstatthaft. Es muß daher die Wirksamkeit der gegenseitigen Attraction durch irgend ein Medium beschränkt werden, welches im entgegengesetzten Sinne wirkt. Das gerade Gegentheil der Anziehungskraft ist die Repulsivkraft oder das Bestreben materieller Theile, sich weiter von einander zu entfernen. Soll man den Atomen also vielleicht auch eine Repulsivkraft als Grundkraft der Materie beilegen? Es wäre die größte Ungereimtheit von der Welt, demselben Substrate in derselben Richtung zu gleicher Zeit zwei gerade entgegengesetzte Wirkungsfähigkeiten einräumen zu wollen. Ja es scheint überall dem menschlichen Verstande an und für sich zu widersprechen, ein abstoßendes Princip als Grundkraft der Materie anzunehmen. Woher sonst das mit so glücklichem Erfolge belohnte Streben aller Naturforscher, den Grund solcher Erscheinungen, welche, obenhin betrachtet, leicht für Wir-

kungen abstoßender Kräfte gelten könnten, in bewährten Anziehungskräften zu entdecken, welche nur in entgegengesetztem Sinne thätig sind? Man fühlt sich nach gerade versucht zu glauben, daß die Repulsivkraft der Materie nirgends weiter als in Compendien der Physik existirt hat. Ich lasse es dahin gestellt sein, ob man sich das Widerstrebende, welches denn doch die Idee einer der Materie ursprünglich inwohnenden Repulsivkraft für den menschlichen Geist zu haben scheint, vielleicht noch folgendermaßen auf deutlichere Begriffe zurückbringen könne oder solle. Man muß sich diese Kraft eben sowohl wie die Anziehungskraft in reciproker Thätigkeit denken. Da sie nun in dem Bestreben von zwei getrennten Massen bestehen soll, sich immer weiter von einander zu entfernen, so findet sie natürlich in diesen Massen selbst keine Grenze, sondern geht nur von einer Stelle zwischen beiden durch sie hindurch ins Unendliche. Man verliert also schon die Relation der Gegenseitigkeit, indem man sich ihre Wirkung von jener Stelle nach beiden Seiten hin ausgehend vorstellen muß. In diesem Punkte zwischen beiden Körpern aber ihren Sitz oder Grund anzunehmen, hieße eine Ungereimtheit begehen; denn ein bloß gedachter Punkt oder gleichviel der leere Zwischenraum zwischen den beiden Körpern kann unmöglich der Träger einer physischen Kraft sein, welche ohnehin nach der ersten Voraussetzung von der Materie selbst ausgehen sollte.

§. 12.

Das Princip der Wärme soll die wägbaren Atome in Abständen von einander erhalten; aber die zu dem Ende postulirte Undurchdringlichkeit des einen gegen die andern ist nicht einzuräumen.

Genug, kein einziger Physiker gestattet sich die Vorstellung, daß die Theile der Materie zugleich die Wirkungen der Anziehung und Abstoßung auf einander ausüben könnten, um vielleicht in der Art ihres gegenseitigen Verhältnisses den Grund für die Modificationen ihres Nebeneinanderbestehens zu finden. Und in der That auch das tollste Spiel dieser beiden Grundkräfte und ihre verwegensten Gegensätze würden doch nicht ausreichen, um die Phänomene der Wirklichkeit zu erklären. Dagegen hat man fast einstimmig dem Principe der Wärme

die Rolle übertragen die Atome der wägbaren Materie in Abständen aus einander zu halten. Es ist uns kein Körper im absolut wärmeleeren Zustande bekannt; Erhöhung der Temperatur bewirkt in allen Körpern Volumenerweiterung oder wenigstens Erhöhung der Expansivkraft; die Wärme nimmt den thätigsten Antheil an der Constitution des Aggregatzustandes; unter ihrem Einflusse schmilzt und verdampft der Körper und entzieht dabei jedesmal ein bestimmtes Quantum Wärmestoff der Wahrnehmung durch das Gefühl und Thermometer, wie denn auch stets im umgekehrten Falle, wenn der Körper aus dem expansiv-flüssigen in den liquiden, oder aus diesem in den starren Zustand übergeht, wieder die nämliche Menge dieses Stoffes entbunden oder frei wird — lauter Erscheinungen, welche für den Atomisten eben so viele Gründe abgeben, das Princip der Wärme für die Ursache seiner problematischen Abstände unter den ponderabelen Atomen anzusehen.

Man stellt sich also vor, zwischen denselben sei stets eine größere oder kleinere Menge der Wärmematerie gelagert, wodurch ihr gänzliches Zusammentreten verhindert werde. Etwa wie sich ein Badeschwamm durch eingesogenes Wasser ausdehne, soll die erhöhte Temperatur auf die Volumenzunahme des wägbaren Körpers wirken u. s. w. Lassen wir die Folgerungen, welche die Atomisten, zumal aus den Verschiedenheiten der relativen Größe dieser Abstände, zur Erklärung des dreifachen Aggregatzustandes und damit zusammenhängender Erscheinungen abgeleitet haben, vorläufig noch ganz außer Acht, und prüfen wir dagegen nur erst einmal die Vorstellung vom Wesen des Wärmestoffs, welche diese Ansicht noch ganz im Allgemeinen erheischt; so muß unseres Bedünkens jeder Unbefangene darin eine Annahme erblicken, welche mit Thatsachen der Erfahrung schlechterdings nicht vereinbar scheint.

Den Atomen der wägbaren Materie muß ihre primitive Undurchdringlichkeit ohne Einschränkung vorbehalten bleiben; sie sollen also auch gegen das Princip der Wärme undurchdringlich sein. Diese ist folglich nur neben und um sie gelagert (juxtaponirt), ohne sie zu durchdringen. Müsste es demnach nicht möglich sein, daß sich die Wärmematerie auch an und für sich als ein Raum erfüllendes Quantum darstellte? Müsste sich

hiernach nicht in der Torricellischen Leere wenigstens die freie Wärme der umgebenden Wände sammeln und vielleicht gerade in größter Fülle anhäufen? Und zeigt nicht der Versuch, wenn man ein Thermometer in diesen leeren Raum bringt und denselben plötzlich verengt *), gerade das Gegentheil?

Ueberhaupt findet sich die Wärme, so weit unsere Erfahrung reicht, nur als coexistirend in den wägbaren Körpern. Warum giebt uns denn auch unser Gefühlsvermögen gar keine Kenntniß von den Eigenthümlichkeiten der an und für sich bestehenden Wärmematerie als etwas außer uns Gegebenen, wenn die letzten Theilchen der wägbaren Materie, also auch der Nervensubstanz, undurchdringlich dagegen sein sollen? Wir glauben, gerade aus demselben Grunde, weßhalb wir nicht die geringste Empfindung von allen chemischen Processen unseres eigenen Organismus und von der Gegenwart der verschiedenartigen körperlichen Materien haben, welche sich in jedem Augenblicke auf die mannigfaltigste Weise (bei den Thätigkeiten der Haut, bei der Respiration, der Verdauung u. s. w.) mit seinen Bestandtheilen verbinden, sich demselben assimiliren oder aus früheren Verbindungen trennen, um neue einzugehen — gerade aus demselben Grunde kann uns das Gefühl auch niemals über die Gegenwart der Wärme als eines eigenen für sich bestehenden Stoffes belehren — eben weil die Wärme alle Körper ohne Ausnahme im wahren Sinne des Wortes durchdringt, so wie jene Körper ebenfalls ihre Gegenwart dem Gefühle nicht verrathen, welche unseren eigenen Körper oder dessen Bestandtheile auf gleiche Weise chemisch durchdringen. Nur so lange die Materie in Berührung mit unserem eigenen Körper denselben nicht durchdringt, sondern noch außer ihm vorhanden bleibt, giebt sich dieselbe dem Tastsinne oder dem Gefühle unseres Leibes überhaupt als etwas Materielles oder Körperliches zu erkennen. Nur das für unseren Leib Undurchdringliche, oder so lange es gegen denselben undurchdringlich bleibt, ist auch tastbar. Und bloß aus diesem Grunde konnte sich über die Materialität der Wärme des Lichts und der Electricität ein

*) Gay-Lüssac's Versuch in Berzelius Chemie, übersetzt von Wöhler. I. S. 58.

Streit erheben, weil wir bloß ihre Wirkungen durch die Sinne wahrnehmen, ohne durch den Tastsinn von der Existenz eines äußer uns gegebenen Substrats überzeugt zu werden, daß wir als ihren Grund anzuerkennen genöthigt würden. Aber dieses Substrat entzieht sich gerade deßhalb der sinnlichen Wahrnehmung, weil es gegen den Leib, womit es in Berührung kommt, so wenig wie gegen alle tastbare Materie überhaupt undurchdringlich ist*). Mit einem Erfahrungsbeweise wird uns wenigstens kein Atomistiker die Ansicht ausreden wollen, daß die Wärme alle Körper in Wahrheit durchdringe; denn nur eine unmittelbare Thatsache der Erfahrung glauben wir in dieser Ansicht ausgesprochen zu haben, frei von allen hypothetischen und fremdartigen Vorstellungen über die Natur der Materie, deren Begriff nur gar zu oft nach besonderen Erscheinungen gefaßt wird. Und auch in der übertriebensten Feinheit der Wärmetheilchen sehen wir keine Aussicht, womit er ihre Undurchdringlichkeit gegen wägbare Atome retten könnte. Denn warum sollten die selbst aus Atomen (nach seiner Ansicht) zusammengesetzten Organe und Nerven des Gefühls- oder Tastsinnes uns nicht auch von der Existenz des Wärmestoffs außer und zwischen ihnen oder ihren Atomen eine Empfindung zu verschaffen im Stande sein, da sie doch empfänglich genug sind für die Reize, welche von diesen Wärmetheilchen herrühren sollen?

§. 13.

La Place's und Biot's Hypothese über den dreifachen Aggregatzustand der Körper.

Allein man muß es schon einmal gutheißen, daß die Atome

*) Auch schon J. J. Engel beweist in seinem Versuche über das Licht mit der ihm eigenthümlichen Klarheit, Schärfe und Gewandtheit, daß dem Lichte die Eigenschaft der Undurchdringlichkeit gegen andere Materien, und seiner eigenen Theile gegen einander, schlechterdings nicht zugestanden werden dürfe, und daß alle Einwürfe, welche man dem sogenannten Emanationssysteme gemacht hat, lediglich darauf beruhen, weil man dem Lichte zu voreilig, und ohne sich auf irgend einen Beweis der Erfahrung stützen zu können, diese Eigenschaft beigelegt hat, welche man irriger Weise als eine allgemeine Eigenschaft der Materie überhaupt annahm.

der wägbaren Materie und der Wärme gegen einander undurchdringlich sein sollen, so wenig auch die Gesetze derjenigen Erscheinungen, welche an diese Eigenschaft geknüpft sind, auf das Princip der Wärme ihre Anwendung finden. Nun aber sollte man meinen, genug eingeräumt zu haben, um dem Atomistiker getrost bei seinen Erklärungen der Natur, vor allen Dingen wenigstens des dreifachen Aggregatzustandes, folgen zu können, dem zu Gefallen offenbar die bisherigen Voraussetzungen gemacht sind. Diese Erklärung, welche unter den Namen eines La Place und Biot für viele Naturforscher gleichsam zum obersten Glaubensartikel geworden zu sein scheint, und gewiß durch diese Namen allein schon vor jedem unbedachtsamen Angriffe warnt, besteht nun bekanntlich dem Wesentlichen nach etwa in Folgendem.

Jedes Atom der wägbaren Materie ist von einem veränderlichen Quantum Wärmestoff atmosphärenartig umgeben. Die Stärke, womit das ponderabele Atom den Wärmestoff anzieht, richtet sich nach seinem spezifischen oder substanziellen Charakter. Eben darin liegt auch der Grund für die gegenseitige Anziehung, welche die gleichartigen Atome der wägbaren Materie in ihrer Vereinigung zu einem wahrnehmbaren Körper auf einander ausüben. Die Stärke dieser reciproken Anziehung ist für dieselbe Substanz gleich, ändert sich aber mit der Entfernung der Atome von einander, und zwar höchst wahrscheinlich so, daß sie in einem sehr raschen Verhältniß abnimmt, wenn diese Entfernung wächst. Daß diese Atome trotz ihrer wechselseitigen Attraction selbst dann nicht bis zur Berührung einander nahe kommen, wenn ihre Abstände so weit verringert sind, daß jene Kraft mit sehr erheblicher Gewalt sich äußern kann, verhindert einzig und allein jene dazwischentretende Wärmeatmosphäre, welche von den schweren Atomen mit einer von ihrer gegenseitigen Anziehung ganz verschiedenen und durch dieselbe nicht zu störenden Kraft festgehalten wird. Diese Wärmeatmosphären wirken also nach Art einer Feder, welche zwischen zwei gegen einander gepreßte Körper gespannt ist. Eine ausdrückliche Erklärung darüber, in welcher Form man sich die Wärmematerie selbst zu denken habe, scheinen manche Physiker hierbei absichtlich zu vermeiden. Aber der strenge Atomistiker

muß auch sie, wie alle Materie, in ursprüngliche Atome zerschneiden — man möchte ihn deßhalb fast mit demselben Rechte Tomistiker wie Atomistiker nennen — einen ursprünglich flüssigen Aggregatzustand giebt es für ihn nicht*), und so sieht man leicht ein, daß selbst bei der Annahme, die Atome der Wärme üben auf einander gar keine Anziehung aus, doch das zurückstoßende Princip als Primärkraft der Materie hervorgeholt werden muß, um wenigstens das gänzliche Zusammentreten der Wärmeatome zu verhüten, indem sie der Anziehungskraft der von ihnen umhüllten wägbaren Moleküle so lange nachgeben müssten, bis sie einander berührten, und ihre gegenseitige Undurchdringlichkeit eine fernere Aeußerung der Attraction unmöglich machte. Diese sollen nun übrigens als Massen von gleichgiltiger Gestalt auf einander wirken, so daß ihre gegenseitige Anziehung wie von Punkten ausgehend oder wie auf ihre Schwerpunkte zurückkommend angesehen werden mag.

*) In einem sehr schätzbaren Aufsatze über Elasticität und Entbehrlichkeit der Repulsivkraft zur Erklärung derselben in Gren's Journale der Physik, Bd. VII. S. 208 ff. um die Elasticität (eigentlich wol die Expansivkraft) der Luft erklärlich zu finden, will J. T. Mayer nur zugestanden haben, daß die Wärmeatmosphären, wovon er ihre Moleküle umgeben denkt, einer ursprünglichen Zusammendrückbarkeit in sich fähig seien und sich wirklich in der Luft, wie wir sie kennen, in einem solchen namhaft zusammengepressten Zustande befinden. Stellen wir auch das Bedenken wegen der Undurchdringlichkeit der Luftmoleküle gegen die Wärme bei Seite, so fragen wir, weßhalb — wenn einmal durch die Theilnahme an dieser Eigenschaft der Wärmestoff zu einem tastbaren Fluidum gestempelt ist — weßhalb soll man nicht gleich der wägbaren Materie selbst die Eigenschaft beilegen, daß sich ein und das nämliche Quantum derselben vollkommen stetig und gleichförmig über einen größeren und kleineren Raum ausbreiten könne, also auch ohne primitive Porosität in ein kleineres Volumen zusammendrücken lasse, wofern in der Idee, daß der in dieser Hinsicht wenigstens als gleichartig gedachte Wärmestoff diese Eigenthümlichkeit besitze, nichts liegen soll, was etwa dem Verstande oder unserer Vorstellung vom Wesen der Materie überhaupt anstößig wäre?

Aus dem Conflicte dieser drei Kräfte, der Anziehung wägbarer Atome gegen einander, gegen die Moleküle der Wärme, und der ursprünglichen Repulsivkraft der letzteren, sollen sich nun die Phänomene des Nebeneinanderbestehens körperlicher Theile erklären, und namentlich soll in dem Verhältniß der relativen Stärke dieser drei Kräfte der Grund liegen für die Aggregatform, worin sich der Körper zeigt.

Befinden sich nämlich die Atome der wägbaren Materie in so großen Abständen von einander, daß ihre wechselseitige Anziehung gegen die überwiegende Repulsivkraft der Wärme als unmerklich verschwindet; so erscheint der Körper in expansiv-flüssiger Form, deren Charakter in dem thätigen Bestreben der Materie nach allseitiger Raumerweiterung liegt. Durch den Druck, welchen die Theile eines solchen Körpers gegen sperrende Wände nach allen Richtungen hin mit gleicher Stärke ausüben, giebt sich dieses Bestreben deutlich zu erkennen.

Werden die schweren Atome der Materie einander bis auf solche Abstände genähert, daß ihre gegenseitige Anziehungskraft der widerstrebenden Repulsivkraft der Wärme das Gleichgewicht hält; so erscheint der Körper in tropfbar-flüssiger Gestalt. Das Wesen dieser Aggregatform besteht in gänzlicher gegenseitiger Aufhebung (Neutralisation) anziehender und abstoßender Kräfte — und daher der höchste Grad innerer Beweglichkeit, die leichteste Verschiebbarkeit und Trennbarkeit der Theile eines Liquidums. Oder wenn auch dieser Widerstreit der Grundkräfte im Liquidum sich nicht haarscharf bis zum Nullzustande ausgeglichen hat, so soll doch das Uebergewicht der Cohäsion stets so gering bleiben, daß es schon durch den allerkleinsten Kraftaufwand überwunden werden kann.

Vermindern sich nun endlich die Abstände der wägbaren Atome noch mehr, so daß ihre gegenseitige (mit abnehmender Entfernung sehr schnell gesteigerte) Anziehungskraft das Uebergewicht bekommt und dem Verschieben oder Trennen der Theile einen namhaften Widerstand entgegenzusetzen vermag; so wird der Körper fest oder starr.

Nach Biot*) sollen als Bedingung der Starrheit noch

*) Biot's Lehrb. der Experimental-Physik, deutsch von Fechner. 2te Aufl. Leipz. 1828. Bd. I. S. 386 — V. d. Elasticität. —

besondere Modificationen dieser Anziehungskraft hinzutreten, welche von der Gestalt der Theilchen abhängen und erst in diesen geringeren Abständen merklich werden können, weil die Wirkung dieser Modificationen durch die Entfernung nothwendig in weit rascherem Maße geschwächt werden müsste, als die Grundkraft selbst. Nach seiner Ansicht soll sich dann der feste Körper regelmäßig krystallisiren, wenn die Theilchen, mit Beibehaltung einer völlig freien Beweglichkeit, allmählig auf solche Abstände gebracht werden, daß sie sich drehen und eine Stellung annehmen können, bei der sie sich mit den Seiten der stärksten Anziehung an einander legen oder vielmehr einander annähern. Bei derselben Substanz sollen diese Stellen einer prädominirenden Anziehung der Moleküle, von ihrer Gestalt abhängig, auch immer die nämlichen bleiben, so daß sie sich stets auf die ihnen eigenthümliche Weise zu Krystallen zusammenordnen. »Diese Lagen des Gleichgewichts«, heißt es weiter S. 387, »können jedoch nicht die einzigen sein, auf denen der feste Zustand beruht. Denn wenn die Theilchen durch fremde Einwirkungen, z. B. Schütteln oder schnelles Abkühlen, gehindert werden, sich genau in die Anordnung zu fügen, welche das Maximum ihrer Anziehung bedingt, so werden sie bei der Annäherung einander andere Seiten zukehren müssen, und in andere Lagen gegen einander gerathen, in denen zwar der Einfluß ihrer Gestalt noch merkbar sein kann, aber doch verschieden von dem sein muß, der im Fall einer ungestörten und bloß durch inwohnende Kräfte bedingten Anordnung Statt fand. Dies wird demnach den Zustand der festen, nicht krystallisirten Körper bedingen.«

So gewagt es nun auch scheinen mag, im Bewusstsein mangelhafter Kenntnisse und unzureichender Kräfte, so ausgezeichneten Männern zu widersprechen; so tragen wir doch kein Bedenken, die Einwendungen, welche wir dieser Hypothese mit Grund entgegenstellen zu können glauben, wie unvollkommen sie auch sein mögen, frei und unbefangen der einsichtsvolleren Prüfung bloß zu geben. Denn im Freistaate der Wahrheit gilt kein Ansehn der Person, und der Wahrheit zu Ehren zu irren oder widerlegt zu werden, kann Niemandem zur Schande gereichen.

§. 14.

Einige allgemeinere Einwürfe gegen diese Hypothese.

Die Gründe, welche die Annehmbarkeit dieser Hypothese im Allgemeinen oder ihre ersten Grundideen, selbst wenn Atome einmal zugegeben wären, zu bestreiten scheinen, haben größtentheils im Vorhergehenden schon ihre Erörterung gefunden. Es gehört dahin die Unzulässigkeit der Annahme, daß die wägbaren Atome und die Wärme für einander undurchdringlich sein sollen, was nun einmal in der Erfahrung nirgends nachgewiesen werden kann. Nicht weniger Schwierigkeiten macht die Vorstellung einer ursprünglichen Repulsivkraft der Wärme, welche nicht verwechselt werden darf mit der ursprünglichen Expansivkraft der Materie, deren Begriff in der Folge noch näher zu bestimmen sein wird. Ebenso wenig wird die Voraussetzung durch die Erfahrung gerechtfertigt, daß die schweren Atome als Körper von gleichgiltiger Gestalt in Entfernungen und doch mit einer Kraft auf einander wirken sollen, welche von der allgemeinen Massenanziehung wesentlich verschieden sei. Der Charakter der Flächen- und Stoffanziehung wird dadurch offenbar vernichtet, oder wenigstens mit dem aus Thatsachen entlehnten Begriffe der Massenanziehung naturwidrig verwirrt: die Idee der Cohäsionskraft nimmt ohnehin in der atomistischen Naturansicht eine ganz andere Bedeutung an, als worin sie uns aus bloßer Beobachtung entgegentritt.

Wenn man ferner zur Erklärung des starren Aggregatzustandes an den Atomen gewisse Stellen annimmt, welche ausschließlich mit einer ganz besonderen Anziehungskraft begabt sein sollen; so ist das eine reine Willkürlichkeit und nicht bloß ein besonderes Verhältniß, in welchem sich die angenommene Grundkraft auf eigenthümliche, aber doch durch ihren Charakter bedingte Art und Weise äußere, sondern es wird den Atomen, welche in ihrer Individualität schon als die Träger so vieler ungleichartiger Kräfte erscheinen, noch eine ganz neue, von jener wesentlich verschiedene Grundkraft angedichtet, für die kein anderes Phänomen weiter einen überzeugenden Belag giebt. Denn die gegenseitige Anziehung der wägbaren Atome sollte angesehen werden als von Schwerpunkt zu Schwerpunkt wir-

kend, gleichgiltig gegen ihre Gestalt. Ueberdieß wird sich zeigen, daß jene neu hinzugekommene, nur in besonderen Theilen der Atomenoberfläche thätige Kraft — welche augenscheinlich nur das Bedürfniß einer besonders modificirten Cohäsionskraft zur Erklärung der Eigenthümlichkeiten des Starrseins geschaffen hat — in den Umständen, von welchen ihr Erwachen abhängig gedacht wird, gar keine so sehr veränderte Voraussetzungen finde, daß sich hieraus eine so gewaltige Verschiedenheit der Wirkung, wie sie der starre und flüssige Körper zeigt, begreiflich machen ließe. Und wie ganz unbestimmt wird auch das Wesen dieser Kraft und ihrer Wirksamkeit gelassen, wenn es darauf ankommt, den Unterschied krystallisirter und bloß derber, fester Massen anzugeben.

§. 15.

Beobachtete Erscheinungen bei den Uebergängen der Körper aus einem Aggregatzustande in den andern, welche mit der angeführten Hypothese nicht übereinstimmen.

Vergleicht man ferner auch nur obenhin die erwähnte Hypothese mit den Thatsachen der Erfahrung bei Veränderung des Aggregatzustandes einer und derselben Substanz, so ist eine Disharmonie zwischen beiden nicht leicht zu verkennen. Die Verschiedenheit der Aggregatform soll nach dieser Ansicht aus dem verschiedenen Verhältnisse entspringen, in welches die Stärke der anziehenden Kraft wägbarer Massentheilchen gegen die Stärke der widerstrebenden Repulsivkraft der Wärme jedesmal gesetzt ist*). Beide Kräfte müssen als Functionen der Entfernung ih-

*) Fechner, a. a. O. in dem angehängten vierten Schaltkapitel, macht den Versuch, die Möglichkeit bleibender Abstände unter den wägbaren Atomen aus der Anziehungskraft umkreisender Wärmeatome abzuleiten, welche nur in entgegengesetztem Sinne wirksam sein soll. Sollte sich auch, was freilich im Voraus nicht abzusehen ist, jemals eine Hypothese erdenken lassen, welche die Rolle der Repulsivkraft, die dem Atomisten so unentbehrlich ist, einer bloß widerstreitenden Anziehung unter allen Umständen zu übertragen vermöchte, so würde doch das nachfolgende Raisonnement, nur in anderer Form und mit Vertauschung der Namen, immer darauf seine Anwendung finden. Ueber

rer Substrate, in welchet Art es immer sei, stetig wachsen und abnehmen, wenn sich diese verändert. Man findet freilich das Gesetz, welchem die Repulsivkraft unterworfen sein soll, nicht eben ausdrücklich angegeben; aber man sollte meinen, die atomistische Auslegung des Mariotte'schen Gesetzes, daß die Dichtigkeit oder Volumen-Abnahme wenigstens der permanenten Gasarten der Stärke des auf sie ausgeübten Drucks direct proportional ist, müsste von selbst den Schluß herbeiführen, daß diese abstoßende Kraft der Wärme im umgekehrten Verhältniß wie die Entfernung ab- und zunehme. Wie dem aber auch sei, jedenfalls gebietet eine Menge von Erscheinungen die Voraussetzung, daß die Stärke der Kraft, womit die wägbaren Atome einander anziehen, durch Erweiterung ihrer Abstände in weit schnellerem Maße geschwächt werde, als die widerstreitende Repulsivkraft. Beide Kräfte sind nun einander gerade entgegengesetzt. Für das Verhältniß ihrer Stärke giebt es also nur eine dreifache Annahme. Entweder die Attraction überwiegt, oder die Repulsivkraft überwiegt, oder beide sind in völligem Gleichgewicht. Oder setzt man die Wirkung der anziehenden Kraft positiv, folglich die Wirkung der abstoßenden negativ, so kann der Werth einer Function, wodurch ihre Relation zu bestimmen sein möchte, entweder nur positiv oder negativ oder $= 0$ sein. Dieser Nullzustand ist aber nichts weiter als eine bloße Grenze, welche den stetigen Uebergang aus positiven in negative Werthe oder aus diesen in jene vermittelt. Der geringste Ueberschuß also, welchen die Stärke der einen oder anderen Kraft erhält, muß augenblicklich den einen oder anderen Aggregatzustand herbeiführen, welcher diesseits oder jenseits jener Grenze liegt. Der graduelle Unterschied in den Eigenthümlichkeiten dieser beiden äußeren Aggregatformen muß sich natürlich stetig ändern, wenn die Intensität der bedingenden Kraft durch die Umstände, wovon sie dependirt, gesteigert oder geschwächt wird, und bei dem Uebergange eines Körpers aus dem einen in den anderen Zustand kann der mittlere nur momentan auf der Grenze bestehen. Unter diesem soll nun au-

die erwähnte Fechnersche Hypothese werden noch an einer späteren Stelle in anderer Beziehung einige Bemerkungen Platz finden.

genscheinlich der tropfbar-flüssige Aggregatzustand verstanden werden.

Ist es nun gleich nicht zu verkennen, daß dieser in mancher Beziehung zwischen dem starren und dem expansiv-flüssigen Zustande der Körper in der Mitte steht, so ist doch sein Erscheinen in der Natur mit dieser Vorstellungsart vom Grunde seiner Entstehung auf keine Weise zusammen zu reimen. Wo zeigt sich denn in der Wirklichkeit dieser stetige Fortschritt vom Starren zum Expansiv-flüssigen (etwa durch erhöhte Temperatur) in der Art, daß der Körper nur im Momente des Ueberganges liquide wäre? Müsste nicht hiernach ein tropfbar-flüssiger Körper in der Natur die außerordentlichste Seltenheit sein? Und sind nicht vielmehr diese Grenzscheiden zwischen Starrheit, tropfbarer und luftförmiger Flüssigkeit durch so hervorstechende, charakteristische Züge bezeichnet, daß man im Voraus an der Realität jeder Hypothese verzweifeln muß, welche diese Uebergänge aus irgend einer nach dem Gesetze der Stetigkeit wirksamen Ursache zu erklären versucht? Gewiß niemals werden Versuche der Art einen glücklicheren Erfolg haben, als der, wie es scheint, nunmehr längst aufgegebene Plan, alle Geschöpfe in eine zusammenhängende Stufenleiter, wie Glieder einer Kette zusammen zu reihen. Es kann selbst unter den drei Naturreichen keine weitere Kluft befestigt sein, als unter den drei Aggregatzuständen einer und der nämlichen Substanz.

Damit soll keineswegs gesagt sein, daß nicht in dieser oder jener Beziehung, rücksichtlich des einen oder anderen Merkmals eine gegenseitige Annäherung unter denselben Statt finden könne; wer aber eher vergleicht als unterscheidet, eher durch Aehnlichkeiten, Verbindungen und Uebergänge schafft, als durch scharfe Bestimmung der Grenzen trennt und sondert, der läuft Gefahr, auch das Verschiedenartigste durch einander zu mengen.

Tritt nicht die Wärme, eben das mächtigste und nach der vorliegenden Hypothese das einzige Agens bei der Constitution des Aggregatzustandes, auf diesen Punkten des Ueberganges, nämlich auf den beiden Grenzscheiden, wo der starre Körper liquide, und der liquide expansiv-flüssig wird, oder umgekehrt, in so durchaus veränderten Verhältnissen auf, daß schon darum der unbefangene Beobachter den Gedanken eines von ihr her-

rührenden, stetigen Ueberganges, und nun gar nur eines einzigen fahren lassen muß, wenn er ihn überall nur hätte bei sich aufkommen lassen? Wie geht es denn zu, fragen wir, daß der schmelzende oder sich verflüchtigende Körper, ganz abweichend von seinem früheren Verhalten gegen die Wärme, gerade in dem Augenblicke seines Ueberganges in den anderen Aggregatzustand plötzlich ein unverhältnißmäßig großes Quantum Wärme in einen Zustand versetzt, worin sie weder auf das Gefühl noch auf das Thermometer zu wirken im Stande ist? Was veranlasst denn diese Wärme, im umgekehrten Falle wieder mit Einem Male in derselben Quantität zum Vorschein zu kommen, frei in umgebende Körper überzuströmen und dem Gefühle und Thermometer wieder wahrnehmbar zu werden? Warum giebt nicht jeder Körper in Berührung mit kälteren allmählig so viel Wärmestoff ab, als der eigenthümlichen Anziehungskraft von beiden gegen denselben angemessen ist, um ins thermometrische Gleichgewicht zu kommen? Woher dieses sprungweise, allen Gesetzen der Continuität widersprechende, plötzliche Anschreißen und Wiederfahrenlassen so bedeutender Quantitäten von Wärmestoff gerade bei einer gewissen Temperatur, da doch innerhalb dieser Grenzen, während der Körper in seinem Aggregatzustande beharrt, ein vollkommen stetiges Ueberströmen der Wärme aus dem wärmeren Körper in den kälteren nach dem constanten Verhältniß ihrer Empfänglichkeit (Capacität) für dieselbe erfolgt? Weßhalb ist schon innerhalb dieser Grenzen die räumliche Ausdehnung, welche der Körper durch die Wärme erfährt, den Graden oder der Quantität derselben so wenig proportional, und wie kommt es dann, daß die Wärme, welche bei dem Uebergange eines Körpers aus dem starren in den liquiden Aggregatzustand gebunden wird, eine im Verhältniß zu ihrer Menge nur so äußerst geringe, man darf sagen, eine ganz unverhältnißmäßig kleine Volumenzunahme desselben, beim Schmelzen des Eises sogar eine Volumenabnahme bewirkt? Hört hier etwa die Wärme auf, das Princip der Repulsivkraft zu sein? Aber weßhalb? —

Wie soll man sich's ferner erklären, daß ein Wassertropfen in Ruhe bis tief unter 0° abgekühlt werden kann, ohne zu gefrieren, und daß dann die leiseste Erschütterung seine Krystallisation und das Freiwerden von Wärme bewirkt, wodurch das

Thermometer augenblicklich bis auf den Frostpunkt steigt? — und die ganz ähnliche Erscheinung, daß eine bei höheren Graden der Hitze gemachte, sehr gesättigte Auflösung eines leicht krystallisirbaren Salzes in Wasser, wenn sie vor aller Bewegung in Acht genommen wird, sehr stark abgekühlt werden kann, ohne daß das Salz in Krystallen aus der Flüssigkeit anschließt, wie es doch der verminderten Temperatur angemessen wäre, und auch augenblicklich der Fall ist, wenn man die Mischung im geringsten erschüttert, wobei sich zugleich freie Wärme in derselben zeigt?

Worin besteht denn überall der Unterschied zwischen gebundener (latenter) und freier Wärme? — Wie dieser bei der Vorstellung noch möglich bleiben soll, daß die Wärme, durch anziehende Kräfte der wägbaren Atome sollicitirt, sich um dieselben lagere, ohne sie zu durchdringen, ist gar nicht abzusehn. Denn gesetzt auch, man dächte sich unter der gebundenen Wärme diejenige, welche von den einzelnen Atomen durch ihre spezifische Anziehungskraft atmosphärenartig unbeweglich festgehalten werde, unter der freien Wärme hingegen etwa solche, welche von ganzen Summen oder Haufen wägbarer Massentheilchen angezogen, mehr unregelmäßig und beweglich zwischen ihnen hindurchstriche; so lassen sich dagegen doch wieder mancherlei Einwendungen machen. Warum sehen wir nämlich dann nicht, daß ein Körper allmählig so viel Wärmestoff binde, als zu seiner Umwandlung in einen anderen Aggregatzustand nöthig scheint, wenn ihm hinreichende Zeit gelassen wird, in einer gleichbleibenden, obgleich niedrigen Temperatur sich mit der erforderlichen Wärme zu sättigen? Warum schmilzt z. B. nicht ein Stückchen Zinn im siedenden Wasser, mag es auch noch so lange darin bleiben, da ja doch die Atome desselben hinreichende Gelegenheit hätten, ihre Anziehung gegen den fortwährend durchstreichenden, freien Wärmestoff zu befriedigen, und ihn nach Bedürfniß um sich fest zu halten? Wie kann dann ferner auch in dem eben erwähnten Versuche die geringe Erschütterung des bis tief unter den Gefrierpunkt abgekühlten Wassertropfens sein augenblickliches Erstarren und die Entbindung von so viel Wärme hervorbringen, da derselbe ja vorhin schon genöthigt war, immerwährend Wärme an die kältere Um-

gebung herzugeben? Und wie grillenhaft erscheint dann abermals die Attraction wägbarer Atome gegen den Wärmestoff, daß sie in jedem Aggregatzustande immer gerade ein bestimmtes Quantum desselben in den unbeweglichen Zustand zu versetzen beliebte, jeder anderen Portion aber, welche noch hinzukäme und den Uebergang zwischen beiden durch ein weites Intervall getrennten Mengen vermitteln könnte, völlig freien Durchgang gestattete! Was veranlasst denn z. B. die Atome des Wassers, jedesmal bei der Schmelzung des Eises ein gewisses fixes Quantum Wärmematerie, welches durch andere Beobachtungen meßbar wird, und dann erst wieder beim Verdampfen ebenfalls ein meßbares Quantum derselben dergestalt an sich zu ziehen, daß ihr jede Freiheit der Einwirkung auf umgebende Körper genommen wird — und warum verschmähen sie alle zwischen ihnen hindurchziehenden Wärmetheilchen, welche nur zur Erhitzung des liquiden Wassers von 0° bis 80° R. dienen?

§. 16.

Unzulänglichkeit der Hypothese hinsichtlich der Erklärung des tropfbar-flüssigen Aggregatzustandes, und zwar

A. weil derselbe nicht bloß als ein Grenzzustand zwischen den beiden andern anzusehen ist.

Wir nehmen von dieser Betrachtung Gelegenheit, nunmehr auf einige Punkte einzugehen, welche mehr die Eigenthümlichkeiten des dreifachen Aggregatzustandes im Einzelnen betreffen und die Wahrscheinlichkeit der fraglichen Hypothese noch mehr in Zweifel zu stellen scheinen. Es wurde schon vorhin bemerkt, wie sich das Wesen des tropfbar-flüssigen Aggregatzustandes auf keine Weise mit der aufgestellten Erklärung desselben vereinigen lasse. Er soll durch das völlige Gleichgewicht hervorgebracht werden, worin sich die gegenseitige Attraction der schweren Atome mit der widerstreitenden Repulsivkraft der dazwischen tretenden Wärmetheilchen gesetzt habe. Hiernach macht er also bloß die Grenze zwischen Starrheit und ausdehnsamer Flüssigkeit, und jeder Umstand, welcher der einen oder anderen Kraft das Uebergewicht verschaffte, müsste augenblicklich diese oder jene Aggregatform bewirken. Es ist unbegreiflich, wie trotz dem ein Körper bei verschiedenen Temperaturen noch flüssig bleiben kann. Mit steigender Wärme dehnt sich das Liqui-

dum in einen größeren Raum aus; nach der atomistischen Ansicht werden also dadurch seine Atome in weitere Abstände von einander gebracht, ihre wechselseitige Anziehung wird geschwächt, die Intensität der Repulsivkraft wird durch die Anhäufung von mehr Wärme zwischen ihnen erhöht — und dennoch erhält diese noch nicht das Uebergewicht; denn der Körper bleibt tropfbarflüssig, und sobald ihm das seiner Temperatur entsprechende Volumen anzunehmen verstattet wird, zeigt sich die Expansiv- oder Repulsivkraft beruhigt, d. h. der Körper äußert ferner kein Bestreben mehr, sich über einen größeren Raum zu verbreiten. Soll man nun etwa wieder annehmen, die Stärke der Repulsivkraft nehme mit der wachsenden Entfernung in rascherem Verhältniß ab, als die gegenseitige Attraction der wägbaren Atome? Zur Erklärung der Starrheit wurde das Gegentheil angenommen, und das Gesetz über die Expansivkraft luftförmiger Körper spricht auch dagegen. Oder soll man etwa gar die Unabhängigkeit der beiden anziehenden Kräfte wieder aufgeben, welche die schweren Atome unter einander und gegen den Wärmestoff ausüben, und etwa voraussetzen, die größere Beschäftigung der letzteren erhöhe auch die Intensität der ersteren? Die Hypothese wäre noch ungereimter.

B. weil die Cohäsion unter den Theilen tropfbar-flüssiger Körper keineswegs aufgehoben, sondern sehr namhaft ist. — Verschiedene Belege für diese Ansicht.

Und ist denn auch nur in Wahrheit die Cohäsion unter den Theilen einer Flüssigkeit so unbedeutend gering, wie uns die Atomistiker gern glauben machen wollen? Nur die allergrößte innere Beweglichkeit und Verschiebbarkeit ihrer Theile mag diese Vorstellung veranlasst haben; aber man muß auch diejenigen, und hier gerade diejenigen Erscheinungen, berücksichtigen, welche uns vom Gegentheil überzeugen.

In allen den Fällen, wo jene vollkommene Beweglichkeit und leichte Verschiebbarkeit der Theile eines Liquidums außer Spiel gebracht wird, zeigt sich eine sehr namhafte und ganz unerwartete Stärke dieses Zusammenhanges. Die Versuche mit den Adhäsionsplatten sind bekannt genug. Durch diese Adhäsion der Flüssigkeit an feste Körper wird erst ein Angriffspunkt gewonnen, um der Cohäsion ihrer Theile, welche sich natürlich nur

in einer Fläche äußern kann, eine meßbare Kraft entgegensetzen zu können. Die Versuche selbst beweisen unläugbar, daß es der Zusammenhang unter den flüssigen Theilen selbst ist, welcher durch die gegengelegten Gewichte aufgehoben wird, und nicht etwa der Zusammenhang unter den sich berührenden flüssigen und festen Theilen. Denn die Platten werden benetzt abgerissen, und Platten von gleicher Oberfläche, aus welcher Materie sie auch bestehen mögen, wenn sie nur von der Flüssigkeit genetzt werden, haben bei derselben Flüssigkeit auch die nämliche Wirkung, d. h. sie werden immer erst durch einen gleich starken Gegenzug von ihr losgerissen. Aber auch diese Versuche gestatten noch der inneren Beweglichkeit der flüssigen Theile einen zu großen Spielraum, welcher von erheblichem Einfluß ist. Denn der gehobenen Platte folgt Anfangs stets eine Flüssigkeitssäule nach, deren Durchmesser sich gegen die Mitte hin zu verjüngen bestrebt ist, und deren eigenes Gewicht mit in Anschlag gebracht werden muß. Dazu kommt, daß auch das leiseste Schwanken der Platte einen sehr merkbaren Erfolg haben muß.

Weit kräftiger wird daher der Erfolg, wenn man zwei solche Platten mit ihren möglichst genau an einander passenden Flächen nahe genug zusammenbringt, und durch eine Flüssigkeit verbindet, welche sie nässt. Auch in diesem Falle rührt der Widerstand, welchen eine trennende Kraft erfährt, nicht von dem Anhaften der festen Platten an einander, sondern lediglich von der Cohäsion der dazwischen gebrachten Flüssigkeitsschichte her. Beide Platten werden nämlich benetzt von einander gerissen, und wenn sie trocken auf einander gelegt werden, so ist ihre Adhäsion verhältnißmäßig nur äußerst gering. Man hat wol gesagt, die verbindende Flüssigkeit vermehre die Stellen der Berührung und dadurch die Stärke der Adhäsion. Aber diese größere Summe der Berührung findet dann doch bloß zwischen Flüssigem und Festem, nicht aber zwischen den beiden festen Platten unter sich Statt, deren Berührung noch eher dadurch vermindert sein mag. Es ist bloß die möglichste Beschränkung der Verschiebbarkeit jener flüssigen Zwischenlage, welcher man in diesem Falle die weniger gestörte Aeußerung ihrer Cohäsion zu verdanken hat.

Die Grenzen, welche durch das Anhaften an die Oberflächen der starren Platten fixirt sind, kommen einander nahe genug, um die Ungleichheit des Drucks der dazwischen liegenden flüssigen Theilchen in verschiedenen Horizontalebenen und das Spiel der Centralattraction (als welche sich die Cohäsion der Flüssigkeit im Zustande freier Wirksamkeit äußert), die sich hier nur noch am Rande beider Platten thätig zeigen kann, so gut wie gänzlich aufzuheben. Man bringe nun die durch die Flüssigkeit verbundenen Oberflächen beider Platten in eine horizontale Lage, und jeder Angriff, welchen die Cohäsion der Flüssigkeit in senkrechter Richtung dagegen auszuhalten hat, wird ihre Stärke als sehr namhaft bewähren. Nicht allein, daß sie das ganze Gewicht der unteren Platte zu tragen vermag, wenn diese an sich nicht allzuschwer ist, sondern es wird immer noch eine beträchtliche Gewalt, ein beträchtliches Gewicht erfordert, um die untere Platte von der oberen, d. h. die dünne Flüssigkeitsschichte, welche sie benetzt, von derjenigen zu trennen, welche an der oberen haften bleibt. Um dagegen die untere Platte an der oberen in horizontalem Sinne zu verschieben, wenn ihre einander im Parallelismus zugekehrten Oberflächen nur glatt und eben genug sind, daß keine Reibung starrer Theile an starren es hindert, wird schon der leiseste Druck hinreichen, zumal wenn die untere Platte kleiner und die obere ganz von der Flüssigkeit benetzt ist, so daß beim Verschieben kein Theil von der Oberfläche der ersteren bloß gestellt wird, oder unter der anderen hervortritt. Werden beide Platten schräg gegen den Horizont geneigt, so löst sich die untere nicht augenblicklich los, um in verticaler Richtung herabzufallen, sondern sie gleitet mit Leichtigkeit an der oberen hinab. Denn in der Richtung der einander zugekehrten Oberflächen beider Platten behält die dazwischen tretende Flüssigkeit ihre volle Beweglichkeit bei. — Ganz ähnliche Erscheinungen hat der Maler, welcher seine Oelfarbe mit dem Reibsteine auf einer Platte reibt. Er hebt denselben nur sehr gewaltsam in fast lothrechter Richtung von der Platte ab, leichter, obschon nie ohne einige Anstrengung, indem er ihn schräg von derselben abwärts dreht, und am leichtesten, wenn er ihn bloß von der Platte herunterschiebt. Durch die mechanisch beigemengten starren Färbestoffe wird das Oel zäher

und schwerflüssiger; die rauhe, in unregelmäßige Spitzen auslaufende Oberfläche der Farbe am Reibsteine und an den Stellen der Platte, wo er abgehoben wurde, zeigt noch deutlich die Spuren einer gewaltsamen Trennung. Und auch hier ist es nichts anderes, als der Zusammenhang unter den Theilen der Flüssigkeit, welcher überwunden werden musste.

Beweisen nun aber nicht Beobachtungen und Versuche dieser Art eine sehr kräftige Cohäsion, oder wenn man einmal den Namen gelten lassen will, eine sehr starke gegenseitige Anziehungskraft unter den Theilen eines Liquidums? Und wie will man dann noch die Behauptung rechtfertigen, daß sich im tropfbar-flüssigen Körper die reciproke Anziehung der letzten Massentheilchen mit der widerstreitenden Repulsivkraft ganz oder doch beinahe ins Gleichgewicht gesetzt habe?

Wir führen noch einige hierher gehörige Erscheinungen an, welche von jeher dieser Hypothese die Einschränkung aufgedrungen haben, daß im flüssigen Körper stets noch einige, wenn gleich so schwache Cohäsion der Theile übrig bleibe, daß eine große innere Beweglichkeit derselben dadurch nicht gehindert werde — in der That aber noch eben so viele unaufgelöste und unauflösbare Probleme für dieselbe sind. Will man eine solche Cohäsion noch schwach nennen? Und was hat denn überall die Cohäsion Hinderliches für die freie innere Beweglichkeit? Es ist nur allzuklar, daß man sich den Begriff der Cohäsion nur vom starren Körper abstrahirt und ihn deßhalb gleich im Ursprunge falsch verstanden hat. — Zu den erwähnten Erscheinungen, welche nicht ohne die Annahme einer thätigen Cohäsion erklärt werden können, muß nun vor allen Dingen das Phänomen der Tropfenbildung selbst gezählt werden. Ebenso auch die Erscheinung, daß zwei in Berührung mit einander gebrachte Tropfen derselben Flüssigkeit in einander überfließen zu einem einzigen Tropfen *). Ein Wassertropfen bleibt unter einer

*) Soll man daraus folgern, daß die Cohäsion schon in unendlich nahen Abständen thätig werde, wenn schon die Theile noch getrennt bleiben, so daß sie z. B. in diesem Falle die Theile der Flüssigkeit, welche in der Nachbarschaft der Berührung an den einander zugekehrten con-

horizontal gehaltenen Glasscheibe hängen und fällt erst herab, wenn seine Masse und sein Gewicht eine gewisse Größe erlangt haben, wobei seine Anfangs beinahe halbkugelförmige Gestalt allmählig in die kugelförmige übergeht. Die Adhäsion an die Glasplatte hält aber diesen Tropfen nicht zusammen; denn diese soll nur auf unmerkliche Entfernungen eine merkbare Wirkung haben. Ja ein Wassertropfen bleibt selbst an einer vertical gestellten, trockenen Glasscheibe hängen, ohne herabzufließen, indem er die Gestalt eines runden Beutels annimmt, der nach unten der Glasfläche seine convexe Seite zukehrt. Man kann einen Tropfen zwischen zwei hineingetauchten Stäbchen, an denen er adhärirt, in die Länge ziehen, so daß er beinahe walzenförmige Gestalt erhält, und sein mittlerer Theil frei in der Luft schwebt. Ein Haarröhrchen aus Glas läßt sich tief in eine Quecksilbermasse tauchen, ohne daß dieses in seine Mündung eindringt

---

veren Oberflächen beider Tropfen sich möglichst nahe liegen, zur gänzlichen Vereinigung nöthigte? — Ich bin nicht der Meinung, sondern glaube, daß, sobald nur erst beide Tropfen die geringste Berührungsfläche mit einander gemein haben, de facto aus ihnen nur eine einzige, zusammenhängende Masse wird, in welcher nicht eher Ruhe oder Gleichgewicht eintreten kann, als bis die durchgreifende Spannung der Cohäsion in allen Richtungen gleiche Dimensionen erhält, oder ihre äußerste Begrenzung in der Kugeloberfläche findet. Das fernere Ueberfließen, meine ich, geschieht nicht mehr von Oberfläche gegen Oberfläche, sondern unter der Oberfläche, so daß die äußere Grenze nur von innen herausgeschoben wird. Wird doch schon das Zusammenfließen zweier Tropfen durch den unmerklichsten fremdartigen, z. B. staubigen Ueberzug verwehrt, und fließen dieselben ja ganz in einander über, wenn dieses Hinderniß nur an einer kleinen Stelle ihrer gegenseitigen Berührung hinweggeräumt wird. Ihr erstes Zusammentreten in einer Fläche, wenn sie beinahe bis zur Berührung einander genähert sind, kann aber sehr wohl durch die Massenanziehung hervorgebracht werden, welche im Meridiane der Berührung ein geringes Ansteigen der Flüssigkeit (ringförmig) bewirken muß, wie der Mond im Meridiane des Orts an der Erde, in welchem er steht, die Fluth.

und in demselben bis zur Höhe des umgebenden Quecksilberspiegels aufsteigt u. dgl. m.

Nicht ohne Interesse scheint mir in dieser Beziehung eine Beobachtung, welche man alle Tage zu machen Gelegenheit hat. Wenn nämlich Luftblasen in einer Flüssigkeit aufsteigen, so werden diese nicht ohne Anstoß in einem stetigen Zuge aus der Oberfläche derselben herausfahren, sondern indem sie unter dieselbe anstoßen, immer eine mehr oder weniger bemerkbare Verzögerung oder einen gänzlichen Stillstand in ihrer Bewegung erleiden. Für den Augenblick hebt eine solche Luftblase stets erst eine dünne Schichte der Flüssigkeit mit sich über das Niveau derselben empor, welche sie erst durchbrechen muß, um ganz aus der Flüssigkeit herauszutreten. War ihre Geschwindigkeit nicht allzu groß, und ist ihr Volumen nur gering, so bleibt sie eine Zeitlang unter der Oberfläche stille stehen, indem sie oftmals über den Spiegel der Flüssigkeit nur in einem schwach gekrümmten Rücken hervorragt und bei weitem dem größten Theile nach unter demselben liegt. Erst nachdem von ihrem höchsten Scheitel nach allen Seiten hin die Flüssigkeit abgeflossen ist, zerplatzt sie und fährt gänzlich aus der Oberfläche hervor. Der ganze Versuch erfordert weiter nichts, als daß man ein Stückchen weißen Zucker in ein Glas Wasser wirft*). Je mehr Zucker man schon in dem Wasser aufgelöst hat, desto auffallender ist das plötzliche Anhalten und längere Beharren der Luftbläschen unter der Oberfläche, vermuthlich, weil das Wasser durch die Aufnahme des Zuckers zähflüssiger wird.

Durch diese einfache Thatsache scheint ein sehr inniger Zusammenhang unter den Theilen einer Flüssigkeit nachgewiesen zu werden. Indem sich nämlich die Luftblase der Oberfläche der Flüssigkeit nähert, begrenzt sich zwischen beiden wenigstens von zwei Seiten eine dünne Flüssigkeitsschichte, und nun hat die Erscheinung große Aehnlichkeit mit der vorhin erwähnten, wenn man eine Flüssigkeit zwischen zwei nahe an einander schließende Platten bringt. In beiden Fällen werden

*) Auch das scheinbare Anziehen und Abstoßen des Gefäßrandes läßt sich an diesen Bläschen sehr gut beobachten.

zwei Grenzen eines Liquidums einander sehr nahe gebracht, dort freilich durch zwei feste Körper, an denen es adhärirt, hier dagegen durch zwei expansiv-flüssige, an denen es nicht merklich adhärirt. Beide Male wird jedoch die große innere Beweglichkeit seiner Theile durch die Nähe beider Oberflächen in gewissem Sinne sehr beschränkt, und ihre Cohäsion *in einer Fläche* angegriffen — die einzige Bedingung, unter welcher sie bemerklich werden kann. Es ist nun nichts anders als die Cohäsion dieses zarten flüssigen Häutchens, welches sich oben über der Luftblase ausspannt, wodurch ihr Austreten aus der Flüssigkeit momentan angehalten, oder auf längere Zeit völlig verhindert wird. Das Moment der Kraft aber, womit die Luftblase in die Höhe getrieben wird, ist nach hydrostatischen Gesetzen bekanntlich gar nicht unbedeutend, und doch wird sie genöthigt, wenn die Geschwindigkeit ihres Anstoßes nicht beträchtlich ist, größtentheils unter dem Niveau des Liquidums zu bleiben.

Auch ohne hier auf eine tiefere Untersuchung über die Verhältnisse der Cohäsionskraft in diesem von der Luftblase gehobenen, flüssigen Häutchen einzugehen — eine Untersuchung, welche sich ganz auf das Wesen der Cohäsionskraft im flüssigen Körper gründen müsste und schwerlich so leicht abgemacht ist — lässt sich doch so viel beurtheilen, daß ihre Spannung in verschiedenen Richtungen auch verschieden ist, und daß die flüssigen Theile nur etwa in der Richtung, welche senkrecht auf der Dicke dieses Häutchens steht, ihre volle Beweglichkeit beibehalten. In dieser Richtung fließen daher die Theilchen, ihrem eigenen Gewichte folgend, vom Scheitel des Bläschens zwischen beiden Grenzflächen herab, bis die liquide Decke an der höchsten Stelle so dünn geworden ist, daß ihre Cohäsion daselbst dem hydrostatischen Gegendrucke der Luftkugel von unten nicht mehr das Gleichgewicht zu halten vermag. Will man, der größeren Anschaulichkeit wegen, einmal von der Annahme ausgehen, der höchste Theil des flüssigen Häutchens besitze nun einmal, gleichsam wie eine starre Gewölbdecke, gleichviel, woher? eine ursprüngliche Cohärenz; so wäre es nur noch die Cohäsion der Flüssigkeit in irgend einem ringförmigen Durchschnitte, in der Richtung eines Parallelkreises um den Scheitel des Bläschens senkrecht gegen die Oberfläche genommen, welcher man

die Depression der Luftkugel unter dem Wasserspiegel als Wirkung beimessen könnte. Doch es muß jede Erklärung der Art voreilig erscheinen, wenn sie nicht von einer Rechnung unterstützt wird, die aus Principien herfließt, welche den Grundzustand der Flüssigkeit, ihren mannigfaltigen Erscheinungen nach, umfassend berücksichtigen.

Die abweichende Beschaffenheit der Oberfläche tropfbarer Flüssigkeiten, welche sich unter so mancherlei Umständen zu erkennen giebt, ist schon oft von den Physikern zur Begründung der Ansicht aufgeführt worden, daß unter den flüssigen Theilen selbst immer noch eine erhebliche Cohäsionskraft thätig sei. Ein Insect, welches im Innern eines Wassertropfens mit Leichtigkeit schwimmt, arbeitet sich nur mit Mühe über die Oberfläche desselben empor. Die bekannten Wasserspinnen und andere Insecten eilen schnell über den Wasserspiegel hin, indem sich unter ihren Füßen nur eine geringe Vertiefung in denselben eindrückt. Wer mit einer Fläche, z. E. nur mit der flachen Hand, auf die Oberfläche einer Flüssigkeit trifft, empfindet den nachdrücklichsten Widerstand; die spezifisch schwerere Nadel bleibt auf der Oberfläche des Wassers liegen, indem sich diese unter ihr nur ein wenig senkt, wenn sie behutsam so auf dieselbe gelegt wird, daß sie der Länge nach in allen Punkten einer sehr schmalen Fläche gleichzeitig mit ihr in Berührung kommt. — Wir begnügen uns hier mit der Anführung dieser Thatsachen, um zu zeigen, daß der Zusammenhang unter den Theilchen einer tropfbaren Flüssigkeit in der That denn doch nicht so gar schwach oder streng genommen so ganz aufgehoben ist, wie es nach der fraglichen atomistischen Hypothese sein sollte. (Späterhin werden wir noch einmal auf die erwähnten Umstände zurückverweisen müssen.)

Um also das eine wesentliche Merkmal der tropfbaren Flüssigkeit, nämlich die freieste innere Beweglichkeit ihrer Theile, zu erklären, nimmt die Hypothese völliges Gleichgewicht der zwischen denselben thätigen, anziehenden und abstoßenden Kräfte an, und stellt sich dadurch in den unläugbarsten Widerspruch mit der Erfahrung, welche an allen Liquidis unter den erforderlichen Umständen einen Zusammenhang erkennen läßt, der in ihrem Sinne nur als der Erfolg einer sehr kräftigen,

§. 18.

Am wenigsten befriedigt die Erklärung der Starrheit nach der obigen Hypothese. — Die Erscheinungen derselben würden ebensowohl die Annahme eines Uebergewichts der anziehenden über die abstoßenden Molecularkräfte, als auch die eines Gleichgewichts unter denselben, nöthig machen.

Was nun die Erklärung des starren Aggregatzustandes betrifft, welche wir oben anführten, so scheint sich darin die Hypothese selbst verlassen und aufgegeben zu haben. Die wägbaren Atome des Körpers sollen einander noch näher rücken, als im liquiden Zustande; ihre gegenseitige Attraction soll dadurch das Uebergewicht erhalten über die widerstreitende Repulsivkraft der Wärme — denn theils wächst die Stärke der letzteren mit abnehmender Entfernung nicht in eben so raschem Verhältniß als die Stärke der ersteren, theils machen es die Erscheinungen der Wärme bei dem Uebergange eines Körpers aus dem flüssigen Zustande in den starren, und umgekehrt, höchst wahrscheinlich, daß eine und dieselbe Masse eine weit geringere Quantität von Wärmestoff gebunden enthält, wenn sie fest, als wenn sie flüssig ist — und doch spricht man trotz dieses Uebergewichtes der Anziehungskraft auch wieder von einem Gleichgewicht, worin sich die Atome des starren Körpers befinden sollen. Was kann man sich aber unter einem solchen Gleichgewicht denken?

Wenn das Bestreben der wägbaren Atome, sich einander zu nähern, stärker geworden ist, als das Widerstreben der Wärmeatome, welche von jenen festgehalten werden; so sieht man nicht ein, wie eher Ruhe erfolgen kann, als bis sie alle in der engsten Berührung zusammengetreten sind, und folglich ihre eigene Undurchdringlichkeit aller ferneren Bewegung, welche aus der Uebermacht der Anziehungskraft entspringen müsste, ein unüberwindliches Ziel setzt. Aber diese völlige Berührung der Atome, der wägbaren sowohl als der unwägbaren, welche beide undurchdringlich und weder einer Zusammenziehung noch Ausdehnung in sich fähig sein sollen, darf der Atomistiker niemals zugeben, ohne zugleich tausend anderen Erklärungen zu entsagen, welche er von Erscheinungen der Wirklichkeit giebt. Und doch muß er einerseits ein Uebergewicht der Anziehungskraft unter den Atomen des starren Körpers annehmen, um

daraus den festen Zusammenhang zu erklären, welchen die Theile desselben auf das Unzweideutigste zeigen — und andererseits wird auch wieder ein Gleichgewicht zwischen den anziehenden Kräften der wägbaren und den abstoßenden der unwägbaren Atome nöthig; denn die Theile des starren Körpers befinden sich in gänzlicher Ruhe und zeigen so wenig ein thätiges Bestreben nach Raumverminderung als nach Raumerweiterung, so lange ihr Volumen nicht durch äußere Einwirkungen, wie z. B. Druck oder Zug, gewaltsam verändert ist — oder in atomistischer Sprache, die Atome des starren Körpers äußern weder ein Bestreben, sich einander mehr zu nähern, noch auch ein Bestreben, sich weiter von einander zu entfernen. Was soll man nun annehmen? Uebergewicht der einen von zwei einander entgegengesetzten Grundkräften — denn die dritte, welche außerdem noch an der Constitution des Aggregatzustandes Theil nehmen soll, nämlich die Anziehung der wägbaren gegen die unwägbaren Atome der Wärme, ist augenscheinlich nur als das Bindemittel für die beiden anderen zu Hilfe gezogen — hebt offenbar das Gleichgewicht derselben auf, und doch wird der Erfolg von beiden nöthig, wenn man zwei unbestreitbare Merkmale der Starrheit in der atomistischen Erklärung retten will.

Es ist vorhin schon bemerkt, was die überwiegende Anziehungskraft der schweren Atome bewirken müsste. Obgleich aber bloß die von ihr erzwungene Berührung aller Atome den Widerstand hervorbringen könnte, welchen eine trennende Kraft von der Cohäsion des starren Körpers erfährt; so wird dennoch jener Erfolg geläugnet. Mag nun aber auch die völlige Berührung der Atome durch eine seltsame Laune der Repulsivkraft gehindert werden; so kann doch nicht eher Stillstand der Annäherung Statt finden, als bis die anziehende Kraft durch die abstoßende ins Gleichgewicht gebracht oder aufgehoben ist. Sollte aber das Gleichgewicht dieser beiden Grundkräfte das eine Mal den tropfbar-flüssigen Aggregatzustand bewirken, so muß es ihn unter allen Umständen bewirken. Denn der Begriff des Gleichgewichts läßt sich nicht ändern, mögen die beiden Kräfte, welche einander darein versetzt haben, jede für sich genommen, das eine Mal stärker, das andere Mal schwächer

sein. Die Anziehungskraft ist aufgehoben, eine trennende Kraft hat also keinen Gegenzug mehr zu überwinden (wir stellen es freilich in Abrede, daß Mangel der Cohäsion im Charakter der Flüssigkeit liege), und freie innere Beweglichkeit ist so gut den Theilen des starren, wie des flüssigen Körpers gesichert, d. h. der definirte Körper wäre wieder nur ein atomistisch-flüssiger.

§. 19.

Auch Biot's Annahme gewisser Seiten prävalirender Anziehung an den Atomen starrer Massen genügt nicht.

Biot's Annahme, daß die Atome eines Körpers im festen Zustande einander vielleicht gewisse Seiten einer prävalirenden Anziehung zukehrten, deren Einfluß erst bei größerer Annäherung der Atome merkbar werden dürfte, liegt unverkennbar eine sehr richtige Bemerkung über das Wesen der Starrheit zum Grunde. Es werden dadurch bestimmte Richtungen der Anziehung fixirt, und die Atome oder Theile des rigiden Körpers erhalten dadurch eine feste relative Lage gegen einander. Was für eine Menge von Kräften ist nun aber schon dem Atome in seiner Einfachheit aufgebürdet! Wie unklar und unbestimmt fällt der Unterschied zwischen krystallisirten und bloß derben, festen Massen aus! Ja, genau genommen, verträgt sich die Hypothese, welche den letztgenannten Zustand erklären soll, gar nicht einmal mit derjenigen, welche eben erst zur Erklärung des Phänomens der Starrheit in seiner größten Vollkommenheit, d. i. der Krystallisation, gemacht wurde. Wenn zu diesem Ende angenommen war, daß die wägbaren Atome bei größerer Annäherung im Zustande freier Beweglichkeit gezwungen würden, einander die entsprechenden Seiten der stärkeren Anziehung zuzukehren; so wird diese Nothwendigkeit augenblicklich wieder aufgehoben, indem man annimmt, daß die Atome, auch in anderen unregelmäßigen Lagen zusammengeordnet, die Erstarrung der ganzen Masse hervorzubringen vermöchten. Und der zweite Fall ereignet sich in der Wirklichkeit gerade am häufigsten. Der schlimmste Umstand bleibt aber wieder der, daß die Atome trotz ihrer gegenseitigen Anziehung in Entfernungen von einander nur dann ruhig erhalten werden können, wenn diese Anziehungskraft durch eine widerstreitende Repulsivkraft

compensirt wird. Es bleibt also auch hier wieder kein Ueberschuß der Attraction, woraus ein Widerstand gegen trennende Kräfte entspringen könnte.

Ueberdieß zeigt sich in der Erfahrung verhältnißmäßig gar keine so bedeutende Volumenverminderung, wenn ein liquider Körper starr wird, daß davon eine so gewaltige Verschiedenheit der Wirkung und das plötzliche Hervortreten einer so mächtigen Modification oder eigentlich einer ganz neuen Art der Molecularanziehung zu erwarten wäre. Und noch dazu dehnt sich das Wasser beim Gefrieren mit unwiderstehlicher Gewalt beinahe um 1/9 seines Volumens im Zustande der größten Dichtigkeit aus. An diesem einzigen Factum möchten wahrscheinlich alle Versuche scheitern, das Phänomen der Starrheit und den verschiedenen Aggregatzustand der Körper überhaupt aus dem Conflicte zweier Kräfte zu erklären, welche zwischen getrennten und von einander entfernten Massentheilchen thätig sein sollen*).

*) J. T. Mayer in den Anfangsgründen der Naturlehre, 5te Aufl. Gött. 1823. §. 384 u. 385 will die angeführte Erscheinung daraus erklären, daß im Eise beim Gefrieren Luft- oder Wasserdampf-Blasen entständen, und daß die Wassertheilchen eine bestimmte Lage dabei annähmen. Will man nicht unsichtbare Bläschen mitrechnen, so widerspricht der Augenschein dieser Erfahrung; nicht weniger der Umstand, daß das Wasser schon vor dem Gefrieren von 4° bis 0° C. anfängt sich auszudehnen, und daß sich bei anderen, nicht wässrigen Liquidis, in denen doch auch der entweichende freie Wärmestoff Dampfblasen erzeugen müsste, gar keine ähnliche, sondern vielmehr die entgegengesetzte Erscheinung einer stetigen Zusammenziehung zeigt. Die daneben als Supplement gegebene Erklärung ist zu unbestimmt gelassen, als daß man Etwas dagegen einwenden könnte. Soll man sich etwa denken, die Wasseratome stellten sich mit ihren Kanten oder Ecken auf einander, um das scheinbare Volumen zu vergrößern, so sind gegen eine solche Annahme schon im Vorigen mehre Gegengründe erörtert.

§. 20.

Das ungleiche Verhalten starrer und flüssiger Körper gegen erlittenen Druck folgt nicht aus der atomistischen Theorie.

Die atomistische Erklärung der Starrheit, wenn sie Atome in Entfernungen von einander mit anziehenden Kräften begabt denkt, ist nun freilich gleich in ihren Principien so unhaltbar, daß man sich in Verlegenheit sieht, auf welchen Grund hin man ihr noch fernere Einwendungen entgegenstellen soll. Weil indessen noch immer so viele Naturforscher in der vollendeten Ausbildung der Atomistik das höchste Ziel ihrer Wissenschaft erblicken; so kann es sich vielleicht der Mühe verlohnen, noch auf einige Umstände hinzuweisen, welche das Ungenügende der bisherigen und die Schwierigkeiten aller derjenigen Hypothesen, die in der Voraussetzung gewisser Entfernungen der Atome von einander etwa noch erdacht werden können, in ein helleres Licht zu setzen geeignet scheinen.

Die Hypothesen, welche den Unterschied zwischen Starrheit und Flüssigkeit zu erklären versuchen, pflegen gemeiniglich nur den zuerst in die Augen springenden Gegensatz zwischen beiden zu berücksichtigen, daß die Theile des starren Körpers eine feste, ohne Gewalt nicht zu verändernde, relative Lage gegen einander besitzen, wodurch demselben eine selbstständige Gestalt gesichert wird, die Theile einer Flüssigkeit dagegen auch schon durch die geringste Kraft auf einander verschoben werden können. Aber eben so wichtig ist der Unterschied, daß der starre Körper einen Stoß oder Druck nur in der einen Richtung, in welcher er ihn empfängt, mit der ursprünglichen Stärke weiter fortpflanzt, eine gesperrte, durch starre Wände am Ausweichen verhinderte Flüssigkeit aber den mechanischen Druck, welcher von ihrem eigenen Gewichte, oder bei den expansiv-flüssigen Körpern von ihrer Expansivkraft herrührt, oder der auf ihre Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten hin mit gleicher Stärke verbreitet.

Gegenseitige Undurchdringlichkeit zweier Körper ist die erste Bedingung, damit der eine durch Druck oder Stoß auf den anderen einwirken könne. Aber eben so wesentlich scheint die zweite Bedingung zu sein, daß der eine Körper den anderen auch wirklich berühren müsse, um ihm seine Bewegung oder

sein Bestreben nach Bewegung mitzutheilen. Für den, der noch seinen Augen traut, bedarf dieß keines Beweises, — der geringste Zwischenraum, welcher einen Körper noch von einem anderen auf ihn zu bewegten, oder gegen ihn an drückenden trennt, schützt ihn vor den Wirkungen des Stoßes oder Druckes — der Atomistiker wird und darf die letztere Bedingung schlechterdings nicht zugeben. Denn gesetzt auch, er wollte annehmen, die Oberfläche des einen Körpers käme mit der Oberfläche des andern, auf den er stoßen oder drücken soll, zur wirklichen Berührung; so dürften darum doch noch nicht die Atome jedes einzelnen Körpers für sich, welche die Fortpflanzung des Stoßes oder Drucks vermitteln sollen, bis zur Berührung ihrer Oberflächen zusammentreten. Denn diese müssen unter allen Umständen durch Zwischenräume von einander getrennt bleiben.

Wie sonderbar es nun auch scheinen mag, der Wärme die Rolle einer Vermittlerinn oder Zwischenträgerinn für Druck und Stoß zu übertragen — eben weil man ein billiges Bedenken gegen ihre Undurchdringlichkeit nicht unterdrücken kann — so ist es doch bloß die Repulsivkraft dieses Princips, welche dem Atomistiker in dieser Verlegenheit Rath schaffen muß. Indem ein Körper auf einen anderen (d. i. ein Atomensystem auf ein anderes) stößt oder drückt, sucht er denselben, weil beide gegen einander undurchdringlich sind, aus seinem Raume zu verdrängen. Wird der zweite Körper durch irgend eine Ursache am Ausweichen verhindert, so wird der erste nur noch eine gewaltsame größere Annäherung der Atome des letzteren zu bewirken streben (wenn man die Rückwirkung auf ihn selbst übersieht) und bekommt es so mit ihrer Repulsivkraft zu thun. Diese wird natürlich in gleichförmiger Thätigkeit rings um das abstoßende Atom (der Wärme), folglich gegen alle umgebenden gedacht. Sie wird unmittelbar nur in der einen Richtung des Drucks oder Stoßes selbst angegriffen; nun kann sich freilich kein Atom dem anderen nähern, ohne zugleich noch mehren umstehenden in vielen anderen Richtungen näher zu rücken, aber diese gegenseitige Annäherung ist in der einen Richtung verhältnißmäßig größer als in der anderen; die Intensität der Repulsivkraft wächst mit abnehmender Entfernung; ihrer Thätigkeit sind ohnehin schon durch die Mittelpunkte benachbarter,

der keineswegs entgegengesetzt sind, und daß die Eigenthümlichkeiten der drei verschiedenen Aggregatzustände nicht in dem dreifachen Verhältniß begründet sein können, worin zwei widerstreitende Grundkräfte ihrer Stärke nach angenommen werden.

§. 21.

Schwierigkeiten in der atomistischen Erklärung besonderer Modificationen der Starrheit.

Die atomistische Hypothese hat sich selbst des Vortheils beraubt, den ihr die Annahme einer überwiegenden Anziehungskraft der letzten Massentheilchen bei den Erklärungen des dreifachen Aggregatzustandes allenfalls noch hätte gewähren können, indem sie sich die Voraussetzung gänzlicher Berührung der Atome, wodurch jene Annahme einzig und allein zu rechtfertigen ist, durch unzählig viele andere Umstände gezwungen, selbst verbieten musste. Wird sie dadurch außer Stand gesetzt, das Phänomen der Starrheit auch nur im Allgemeinen zu erklären, so halten wir sie noch viel weniger geschickt, die mannigfaltigen Modificationen der Starrheit, als z. B. die verschiedenen Arten der Elasticität, die Härte, Biegsamkeit, Dehnbarkeit, Festigkeit oder Tenazität u. s. w. als den Erfolg einer bloß modificirten Thätigkeit ihrer Grundkräfte darstellen zu können. Auf individuelle Beschaffenheiten der Atome dürfen diese Eigenschaften der Körper selbst nicht zurückgeschoben werden; denn die Atome sind absolut hart, absolut fest, absolut unelastisch, kurz das wahre Ideal atomistischer Starrheit. Es bleibt also nur noch die Annahme verschiedener Stellungen der Atome übrig, um daraus alle jene abweichenden Modificationen des Starrseins zu erklären. Wie das aber möglich sein soll, selbst wenn man die Atome in Berührung auf einander dächte, lässt sich nicht allzugut begreifen. Wie können nur verschiedenartige Körper und selbst gleichartige Körper in verschiedenen Abänderungen, ja die nämlichen Individuen an verschiedenen Enden und manche Krystalle, z. B. das Kyanit*), sogar auf verschiedenartigen Flächen abweichende Härtegrade besitzen, wenn die anziehende und abstoßende Grundkraft auch im starren Körper

*) Vergl. Hausmann's Handbuch der Mineralogie. 2te Ausgabe. Band I. Seite 354.

sich ins Gleichgewicht gestellt haben? Woher die bedeutenden Veränderungen in der Härte so vieler Körper, wenn sich ihnen nur eine äußerst geringe Quantität eines anderen Stoffes chemisch beimischt? Worauf gründet sich der Unterschied zwischen elastischen und unelastischen Körpern? Mag man auch die Atome des elastischen Körpers in eine Art gezwungener Stellung versetzen, indem man zu einer eckigen Gestalt derselben oder zu besonders bevorzugten Seiten ihrer reciproken Anziehung seine Zuflucht nimmt; ich habe mich noch durch keine atomistische Erklärung von den Phänomenen der Elasticität überzeugen können, daß nicht in den Bedingungen, worin sie den Grund der Starrheit sucht, zugleich die Bedingungen lägen, entweder daß alle rigide Massen völlig unelastisch, oder daß sie alle in gleichem Grade elastisch sein müssten. Wie soll man sich die bekannte Erscheinung der spröden Glastropfen und der Bologneser Fläschchen erklären? Man nimmt verschiedene Grade der Spannung zwischen äußeren und inneren Theilen an. Kann denn die nämliche Substanz bei verschiedenen Graden der Dichtigkeit in der nämlichen Temperatur als starr erscheinen, da doch der Abstand der Atome, also der Grad der Dichtigkeit, über den Aggregatzustand entscheidet? Mögen denn auch etwa die äußeren und inneren Theile dieser Körper verschiedene Mengen von Wärme gebunden haben; auf keinen Fall ist schon ein Gleichgewicht unter den bedingenden Kräften anzunehmen. Warum also folgt das bewegliche Heer von Atomen — denn in Abständen von einander bleiben sie beweglich, so lange die Kräfte, welche sie sollicitiren, sich noch nicht ausgeglichen haben — nicht dem einen oder anderen überwiegenden Zuge, bis Alles in bester Ordnung ist? Hätten nicht die zwischen den wägbaren durchstreichenden Wärmeatome alle Ursache, wenn von ihnen die Herstellung des inneren Gleichgewichts zu erwarten ist, sich doch wenigstens nach und nach, wenn es nicht augenblicklich anging, an die schweren Atome desselben Körper-Individuums gleichmäßig zu vertheilen?

§. 22.

Die geradflächige Begrenzung krystallisirter Substanzen wird durch die atomistische Theorie nicht genügend erklärt.

Kehren wir aber zu der charakteristischsten Erscheinung der

Starrheit, zu den Erscheinungen der Krystallisationen zurück, von welchen sich doch augenscheinlich die atomistische Hypothese entspann; so finden wir in ihr — sonderbar genug! — gerade für dieses wesentlichste Eigenthum des von der Natur am schärfsten bezeichneten Aggregatzustandes nicht einen einzigen genügenden Grund angegeben. Wenn sich die Grundkraft der Materie, welcher wir das Phänomen der Cohäsion zuschreiben, in derjenigen Modification, wie sie den liquiden Aggregatzustand bewirkt, durch die Bildung des isolirten Tropfens als Centralattraction am deutlichsten kund giebt; so offenbart sie sich als Bedingung der Starrheit am unzweideutigsten durch die freieste Aeußerung ihrer Thätigkeit in der Krystallenwelt mit mathematischer Bestimmtheit. Aber gerade dasjenige Phänomen, welches der Hypothese den Ursprung gab, geht in derselben wieder unter. Sollte es nicht von derselben mißverstanden sein?

Das wesentlichste Merkmal des Krystalls ist seine geradflächige, eckige Begrenzung. Die Flüssigkeit begrenzt sich sphäroidisch, wenn die Kraft, welche ihr Wesen bedingt, frei sich selbst überlassen ist, man darf sagen, vollkommen kugelförmig, wenn sie jemals dieser Kraft allein ihre Gestalt verdanken könnte. Woher aber dieser auffallende Contrast, wenn die nämliche Grundkraft, atomistisch: die wechselseitige Anziehung der Atome, im starren Körper nur einen höheren Grad der Stärke besitzt, als im flüssigen? — Man hat den Atomen insgesammt, zum Beweise seiner Gerechtigkeit gegen die Natur, die Kugelform verliehen. Offenbar ist damit dem flüssigen Aggregatzustande zu viel Ehre erwiesen. Naturgemäßer war Hauy's Hypothese, welche dem Atome, als dem idealen Repräsentanten der Starrheit, auch die vollendetste, wahrgenommene Gestalt der Starrheit, d. i. die geradflächige, eckige vorbehielt. Wenn sich Seeber und Andere die Mühe gaben, zu zeigen, wie durch vorgeschriebene Gruppirungen runder oder vollkommen kugelförmiger Massentheilchen, wenn sie fein genug angenommen werden, allerlei Gestalten entstehen können, die dem Auge und dem Tastsinn als geradflächig und mit mathematischer Schärfe kantig und eckig erscheinen; so sehe ich nicht ein, weßhalb sie bei ihren Voraussetzungen, die jede Gestalt entschuldigen, zur Rechtfertigung ihrer Behauptung eines so consequenten Fleißes zu

bedürfen glaubten, und was sie denn am Ende mit aller Mühe gewonnen haben wollen. Wer einmal zugegeben hat, die Atome können wegen ihrer unendlichen Kleinheit für Punkte gelten, eine Reihe derselben, nach einer Dimension zusammengeordnet, wenn auch durch Zwischenräume getrennt, bringe die Anschauung einer Kante oder Linie, und eine Schichte derselben, nach zwei Dimensionen neben einander gestellt, den Eindruck von der stetigen Oberfläche eines Körpers hervor, der kann gegen die Möglichkeit, aus einem hinlänglichen Haufen solcher Atome jede beliebige körperliche Gestalt zu construiren, billiger Weise nichts mehr einzuwenden haben. Man postire nur erst in gehörigen Entfernungen auf jeden Eckpunkt des Körpers, den man aufbauen will, ein Atom, rücke zwischen je zwei, die durch eine Kante verbunden werden sollen, die erforderliche Anzahl materieller Punkte in gerader Linie ein und fülle damit den Umriß dieses Körpers so weit aus, bis die äußersten in denjenigen Ebenen neben einander liegen, welche durch die Kanten schon vorgezeichnet sind, — und der Krystall oder der Krystallkern, den man entstehen lassen wollte, ist fertig — d. h. ein Haufen Sand oder Staub, der noch nicht einmal die Festigkeit des Sandsteins hat, ist geradflächig zugeschnitten, daß ihn ein blödes Auge für einen Krystall halten kann. Was für einen Grund, welche innere Bedingung hat aber dieses seltsam eckige Gerüst? Warum ordnet die starr machende Kraft die letzten Kügelchen der einen Substanz immer auf diese, einer anderen wieder auf andere Weise an?

Man hat offenbar die Kugelform als die Gestalt der Atome des flüssigen Körpers am zweckmäßigsten gefunden, und sich gescheuet, die Atome sich selbst krystallisiren zu lassen, um die Krystallisation der ganzen Masse zu erklären. Hat man aber mit diesen zusammenpunktirten Körpern auch nur etwas mehr gesagt, als daß größere Haufen sich in die krystallinische Form fügen, indem es die kleineren thun? Die Atomistik sollte den umgekehrten Weg gehen, wie Hauy es machte; sie geht von der Starrheit als dem schlechthin Gegebenen aus, sie sollte also erst dieses Phänomen analysiren, sich danach die Atome zurechtformen, und dann versuchen, aus diesen Atomen den flüssigen Körper zu construiren. Leider geht aber auch schon die Starr-

heit und Krystallisation der ganzen Masse darüber zu Grunde, wenn man sie aus namenlos kleinen, gesonderten Theilchen zusammensetzt, die an und für sich starr und krystallisirt sind. — Wir verweilen um so weniger bei dieser Hypothese, da ihr selbst auch die Atomistiker keinen sonderlichen Werth beilegen.

Biot's Annahme besonders hervorstechender Seiten der Anziehung an den Atomen hat wirklich auch den Vorzug, daß sich die Entstehung geradflächig begrenzter Massen — abgesehen von der atomistischen Porosität — daraus erklären lässt. Wenn sie nur nicht die anderen Gebrechen atomistischer Hypothesen theilte! Und der gesetzmäßige Zusammenhang in der Verbindung von Krystallflächen, die bei derselben Substanz unter den mannigfaltigsten Abänderungen vorkommen können, möchte sich aus ihr, selbst mit Hilfe Hauy'scher Abnahmegesetze, nicht leicht erklären lassen, wenigstens nicht von selbst verstehen.

§. 23.

Eben so wenig die Erscheinungen des Blätterdurchganges.

Keine geringere Wichtigkeit für das Wesen der Krystallisation, als das äußere Merkmal der geradflächigen Begrenzung, hat die Erscheinung des Blätterdurchganges, welcher bei weitem an den meisten Krystallen wahrgenommen wird, und zur Oberfläche stets eine feste, mathematisch bestimmte Beziehung hat. Ja indem die Verhältnisse der Blätterdurchgänge bei der nämlichen Substanz einen viel constanteren Charakter zeigen, als die Gestalt der Oberfläche, sich immerfort gleich bleiben, selbst wenn diese auf die mannigfaltigste Weise abändert, da sie einfacher und weit weniger von Nebenumständen abhängig zu sein scheinen, und sich auch dann noch erhalten, wenn die äußere Form des Körpers zufällig oder willkürlich verändert ist, so daß sie in diesem Falle noch als Erkennungsmerkmal einer Substanz dienen können; so kann man keinen Anstand nehmen, die Textur für die erste Wirkung der Krystallisationskraft und die geradflächige äußere Gestalt, bedingt durch das innere Gefüge, für dessen Erscheinen an der Oberfläche, gleichsam für dessen gesetzmäßig veränderlichen Abdruck zu halten, trotz dem daß an den Krystallen mancher Substanzen überall gar keine und an den übrigen nicht für alle, vielmehr im Allgemeinen

nur für die wenigsten Krystallflächen auch die entsprechenden Blätterdurchgänge wahrgenommen werden. Denn die Auffindung der Textur erfordert in den meisten Fällen eine große Geschicklichkeit, und muß in der Unvollkommenheit der Instrumente nothwendig irgendwo einmal eine Grenze finden. Da aber, wo sich bis jetzt noch keine Spur eines regelmäßigen inneren Gefüges hat entdecken lassen, sind augenscheinlich andere Beschaffenheiten der krystallinischen Körper, bei vielen Metallen, z. B. die Dehnbarkeit, Schuld daran, und auch bei solchen Körpern verräth sich noch oft genug auf andere Weise, wie z. B. bei der Behandlung mit Säuren, eine regelmäßige Structur. Wenn aber diejenigen Substanzen, deren Krystallisationen einen großen Flächenreichthum besitzen, gewöhnlich nur in den Richtungen von verhältnißmäßig sehr wenigen unter diesen Flächen eine Spaltung zulassen, so tragen gewiß eben diese ausgezeichneteren und vorherrschenden Blätterdurchgänge am meisten dazu bei, andere minder vollkommene, welche sekundären Flächen entsprechen würden, unkenntlich zu machen. Genug, es wird Niemand einen Schluß verbieten, den die zahlreichste Analogie zuverlässig rechtfertigt. —

Fragen wir denn aber, welchen Grund die bisher aufgestellten atomistischen Hypothesen für diese merkwürdige Erscheinung des Blätterdurchganges angeben; so kann sich keine dem gerechten Vorwurfe entziehen, daß sie auch in dieser Hinsicht den großen Gegensatz zwischen Starrheit und Flüssigkeit gänzlich verwische, und auch nicht einmal den Unterschied zwischen regelmäßig krystallisirten und bloß derben, festen Massen auf deutliche Vorstellungen zurückzubringen vermöge. Wegen der Unantastbarkeit der Atome kann eine Trennung körperlicher Theile nur in der Erweiterung ihrer Abstände in senkrechter oder schräger Richtung gegen die Trennungsfläche bestehen. Das Spaltungsinstrument dringt in die leeren Zwischenräume zwischen den Atomen. Soll der Körper wirklich spaltbar sein, so wird man sich etwa vorstellen müssen, zu beiden Seiten der Spaltungsebene in gleichen Entfernungen stehen die Atome in regelmäßiger Anordnung einander gegenüber, so daß dem vordringenden Instrumente in dieser Ebene selbst kein Atom etwa hindernd in den Weg treten könne. Wollen wir auch den Um-

stand übersehen, daß die Größe dieser leeren Zwischenräume im Verhältniß zu der Größe der Atome selbst bei manchen Substanzen, z. B. beim Kalkspath, außerordentlich groß gedacht werden müsse, um in allen den Richtungen, wonach sich dieselben spalten lassen, offene, geradflächig begrenzte Zerklüftungen vorzufinden; wollen wir auch dem Atomistiker die Erklärung davon erlassen, wie die Vollkommenheit des Blätterdurchganges, theils bei verschiedenen Varietäten der nämlichen Substanz, theils in verschiedenen Richtungen bei demselben Krystall-Individuum durch so mannigfaltige Grade abweichen könne*): so glauben wir doch schwerlich in der atomistischen Vorstellung vom Grunde des Blätterdurchganges Auskunft darüber zu erhalten, wie eine Anordnung der Elementartheilchen, welche zur Erzeugung einer gewissen Art von Blätterdurchgängen vorausgesetzt wird, in der einen Substanz zugleich noch die Spaltbarkeit in gewissen anderen Richtungen mehr oder minder deutlich vorbilde, wovon bei anderen Substanzen, denen entweder völlig dieselben oder doch ganz ähnliche, primäre Blätterdurchgänge von nicht geringerer Vollkommenheit eigen sind, auch nicht eine Spur oder Andeutung wahrgenommen wird. Weßhalb läßt sich z. B. von zwei Substanzen, welche gleich ausgezeichnete Blätterdurchgänge nach den Flächen eines Würfels besitzen, die eine auch noch nebenbei in den Richtungen der Oktaeder- oder Rhombendodekaederflächen spalten, die anderen nicht? Weßhalb kommen in Begleitung des späthigen Gefüges bei der einen Substanz auch noch Blätterdurchgänge vor, welche horizontalen oder verticalen Flächen entsprechen, bei anderen aber wieder nicht? Und wenn einmal eine gewisse Anordnung

*) Nach der atomistischen Theorie müssten sich diese im letzteren Falle sogar voraus bestimmen lassen, weil man die relative Größe der Abstände in den Richtungen sekundärer Blätterdurchgänge aus einer angenommenen (an sich unbestimmten) Weite solcher Zwischenräume für die ausgezeichneteren primären berechnen könnte — wenigstens in den Voraussetzungen, wenn diese letzteren, an sich von gleicher Vollkommenheit, einen Krystallkern allseitig begrenzten, wie z. B. drei einander rechtwinklig schneidende oder rhomboedrische Blätterdurchgänge.

der Atome gedacht werden muß, um bestimmte wahrgenommene Blätterdurchgänge zu erklären, warum zeigen sich dieselben nicht auch in allen den Richtungen, in welchen durch jene Gruppirung ebenfalls offene, geradflächig begrenzte Lücken vorbereitet sind?

Nachdrücklicher aber, als dieser Umstand, scheint die Thatsache gegen die atomistische Erklärung vom Entstehen der Textur oder des Blätterdurchganges zu sprechen, daß derselbe in den dichten, festen Massen gänzlich verschwindet. Wenn das innere Gleichgewicht zwischen den Grundkräften der Atome lediglich von den Abständen, worin sie sich befinden sollen, abhängt; so müssten sie in keinem Körper, sollte man denken, eher zur Ruhe kommen können, als bis sie sich in gleichen Abständen regelmäßig neben einander gestellt hätten. Alsdann aber müsste jeder starre Körper Blätterdurchgänge besitzen. Der Atomistiker kann sich um so weniger gegen diesen Schluß verwahren, da er verhältnißmäßig sehr weite Zwischenräume zwischen den Atomen eingesteht. Möchten sich dann auch die Seiten der stärkeren Anziehung, nach Biot's Ansicht, in weniger symmetrischen Stellungen befinden, so müsste ja offenbar diese verminderte Einstimmigkeit in den Wirkungen der gegenseitigen Anziehung das Spalten, welches doch bloß diesen Widerstand zu überwinden hat, eher erleichtern als erschweren. Und einen auffallenden Widerspruch mit dieser Theorie bildet die Erscheinung, daß in der Regel bei derselben Substanz die Textur undeutlicher wird und mehr und mehr verschwindet, je loser und lockerer ihr Aggregatzustand ist, und je weniger Continuität sie schon dem Auge zeigt.

Und womit will uns endlich die atomistische Hypothese ausreden, daß nicht auch jedes Liquidum wenigstens in der horizontalen Richtung blättriges Gefüge besitzen müsste? Das erste hydrostatische Grundgesetz verlangt als Bedingung des inneren Gleichgewichts gleichen Druck in jeder Horizontalfläche der Flüssigkeit. Bei der größtmöglichen Verschiebbarkeit ihrer Theile würden sie folglich, als Atome gedacht, durch ihr eigenes Gewicht genöthigt, sich in horizontalen Schichten regelmäßig über einander zu legen. Es ist freilich an sich ein Unsinn, bei dieser leichtesten Beweglichkeit der flüssigen Theilchen nur an Blät-

terdurchgänge zu danken; aber ist denn der Fall beim atomistisch construirten starren Körper wesentlich verändert?

§. 24.

Fechner's Hypothese über den wahrscheinlichen Grundzustand der Körper (in der zweiten Auflage seiner Uebersetzung von Biot's Experimental-Physik. Bnd. I. S. 896. ff. Leipzig 1829).

Ehe wir zur Betrachtung einiger anderer Erscheinungen weiter gehen, welche bei der Entscheidung über die Wahrheit oder Realität der atomistischen Hypothese berücksichtigt zu werden verdienen, mögen noch einige Bemerkungen Platz finden über die schon öfter gelegentlich erwähnte Hypothese, welche Fechner in der zweiten Auflage seiner trefflichen Uebersetzung von Biot's Experimentalphysik im ersten Bande im 4ten Schaltkapitel freilich nur in den ersten Umrissen entworfen hat. So wenig der geehrte Verfasser selbst diesem Versuche den Werth einer umfassenden Hypothese, um den Grundzustand der Materie zu erklären, beilegen will, eben so wenig sollen diese Bemerkungen etwas mehr bezwecken, als auf einige Schwierigkeiten aufmerksam zu machen, welche sich der vollständigen Durchführung jener Hypothese entgegenstellen möchten.

Fechner unterscheidet größere oder schwerere und kleinere oder leichtere Atome. Die letzteren sollen den Wärmestoff vorstellen und durch eine anziehende Kraft, welche das allgemeine Gravitationsgesetz befolgt, in Bewegungen um die ersteren erhalten werden. Es liegt ihm nun besonders daran, die Entstehung bleibender Abstände zwischen den größeren Atomen bloß aus dem Conflicte anziehender Kräfte zu erklären. Zu dem Ende sondert er in Gedanken zwei größere Atome aus, welche einander und die in hinreichender Anzahl sie umgebenden kleineren Atome nach dem Verhältniß ihrer Massen, übrigens als Körper von gleichgiltiger Gestalt oder wie Punkte anziehen. Zuerst sollen die kleineren Atome durch die Anziehung der größeren zu Bewegungen um dieselben vermocht werden in Bahnen, welche theils geschlossene, theils unendliche werden können. Während die beiden größeren Atome einander Anfangs nur schwach anziehen und sich deßhalb einander langsam nähern, werden die planetaren Atome immer mehr aus dem Zwischen-

raume zwischen beiden in den Außenraum verdrängt werden und sich in Bahnen bewegen, welche um die beiden größeren oder deren gemeinschaftlichen Schwerpunkt laufen. Andere bleiben jedoch in geschlossenen Bahnen um jedes einzelne größere Atom, so daß sie die Zwischenlinie zwischen beiden schneiden. Ist nun eine hinlängliche Menge der kleineren Atome in den Außenraum getreten, so wird ihr Gegenzug der Anziehung der größeren Atome einmal das Gleichgewicht halten können und ihrer ferneren Annäherung, geringere Oscillationen abgerechnet, ein Ziel setzen. — »Es leuchtet ein, fährt Fechner fort, daß auf solche Weise auch ein System von drei oder mehren größeren Atomen vermag im Gleichgewicht gehalten zu werden, indem eine hinlängliche Menge kleinerer planetarer Atome in ihrem Umkreis laufend gedacht wird, und wir sehen solchergestalt, daß die Bewegung gewisser Atome bleibende Abstände zwischen andern möglich macht.«

§. 25.

Einige allgemeinere Einwürfe dagegen.

Diese Hypothese ist augenscheinlich aus einer Analogie mit den beobachteten Bewegungen der Himmelskörper in unserem Sonnensystem hervorgegangen, und wir werden dadurch sogleich an einige Fragen erinnert, welche die Hypothese hätte beantworten müssen. Die Anziehungskraft der größeren Atome gegen die kleineren bringt allein noch keine Bewegungen der letzteren um die ersteren hervor. Bloß für sich genommen müßte dieselbe den kleineren Atomen eine Bewegung gegen den Mittelpunkt der Anziehung ertheilen, so daß sie sich, wie Eisenfeilspäne um den Magnet, auf die größeren Atome geradezu bewegt, dicht an dieselben lagern müßten, durch ihre eigene Undurchdringlichkeit am weiteren Vordringen gehindert. Damit sie aber zu Umläufen um die größeren Atomen in krummlinigen Bahnen vermocht würden, müßte ihnen irgend eine Anfangsgeschwindigkeit mitgetheilt sein, deren Richtung von der Richtung der Centralattraction abweicht. Woher diese? Woher der erste Stoß für jedes kleinere Atom, welches in die Nähe eines größeren kommt?

Und wären denn auch die kleineren Atome in solchen Um-

läufen um die größeren begriffen, so dürfen wir den Einfluß ihrer gegenseitigen Anziehung, der von ihrer jedesmaligen Stellung gegen einander abhängt, nicht übersehen. Um die anscheinende Ruhe der größeren wägbaren Atome erklärlich zu finden, muß man eine zahllose Menge verhältnißmäßig äußerst kleiner Atome der zweiten Art annehmen. Wenn diese aber eine erträglich gleichförmige Bewegung erhalten sollen, so müssen sie wieder, um ihren wechselseitigen Perturbationen zu entgehen, in so außerordentlich weiten Abständen von einander laufend gedacht werden, daß man sich eben so wenig überzeugen kann, von der Gesammtheit so zerstreut um einander kreisender, materieller Pünktchen die sinnliche Anschauung einer stetig zusammenhängenden Masse zu erhalten, als uns die zahllosen Lichtpunkte des gestirnten Himmels in ein Glanzmeer zu verfließen scheinen. Will man sich aber die ganze Menge von Atömchen, deren Gesammtzug die entgegengesetzte Anziehung der größeren Atome stets im Gleichgewicht erhalten soll, in einem verhältnißmäßig engen Raume dicht neben einander laufend vorstellen; so möchte die bunteste Regellosigkeit ihrer Bewegung und ein Gegeneinanderstoßen derselben nicht einen Augenblick zu vermeiden sein, selbst wenn man voraussetzte, diese planetaren Atome begännen ihren Kreislauf Anfangs alle in demselben Sinne — weßhalb? freilich —. Wenn z. B. nur bei einer Temperaturänderung eine Masse der kleineren Atome aus dem Zwischenraume zwischen zwei größeren in den Außenraum die eine Partei nach dieser, die andere nach jener Seite hin in Bewegungen um beide oder deren gemeinschaftlichen Schwerpunkt geriethen, während andere in ihren Bahnen um ein einziges größeres Atom verharrten; wie wäre da ein Zusammenstoßen und das regelloseste Chaos zu verhüten, in welchem sich die schwereren Atome zu einem Centrum zusammenballen und die leichteren zwischen sich heraus in eine Art Atmosphäre drängen müssten. Regellos nenne ich aber die Perturbation dieser künstlich angeordneten Bewegungen; denn welcher Analytiker möchte sich getrauen, abgesehen auch von der Unbestimmtheit der ersten Data für das Verhältniß der Anzahl und Größe der Atome und der Stärke ihrer gegenseitigen Anziehungskraft, den Wirrwar ihrer Bewegungen ein Gesetz auf-

zulösen? Man denke sich das Treiben der Atome in einem flatternden Haar oder einer schwingenden Saite!

Und versteht sich denn auch nur das, was Fechner über die Verhältnisse von zwei größeren Atomen behauptet, bei seinen Voraussetzungen auch von drei, vier und von jeder beliebigen Anzahl derselben so von selbst? So wie zwei größere Atome einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt bilden für die Trabanten des dritten, so drei für die planetaren Atome des vierten u. s. f. alle für die umgebenden des letzten, so daß eine gewisse Menge der kleineren Wärmeatome bloß in weiten Kreisen um den ganzen Körper ziehen müssten. Sollten ihnen die Ecken nicht hinderlich sein?

Stellt man sich einmal das ärgerliche Problem der Atomistik, trotz der gegenseitigen Anziehung der Atome, doch einen ursprünglichen Abstand zwischen denselben zu erhalten, ohne vorgefasste Meinungen ganz von der theoretischen Seite auf, so kann man sich einen Augenblick versucht halten, seine Lösung für leichter anzusehen, als sie ist. Anziehungskraft ist der Grund des Bestrebens nach Annäherung. Ist dieselbe nach entgegengesetzten Seiten hin gleich groß, so bleibt der Körper von selbst in Ruhe. Die Atome als gleich gedacht, also auch mit gleichen Kräften begabt, brauchte man sie im Inneren eines Körpers nur so anzuordnen, daß jedem Atome auf der einen Seite eines anderen auf der entgegengesetzten Seite desselben in gleicher Entfernung ein drittes gegenüberstände, um das ganze System in jeder beliebigen Entfernung des einen vom andern in Ruhe und Gleichgewicht annehmen zu dürfen, wenn nur die äußersten an der Oberfläche des Körpers liegenden Atome auf irgend eine Weise abgehalten würden, ihrem einseitigen Zuge nach innen zu folgen. Denn jedes Atom im Inneren des Körpers selbst erschiene so in der Mitte von zwei anderen, gegen welche es sich mit gleicher Kraft oder Geschwindigkeit zu bewegen bestrebt wäre. Gleiche aber entgegengesetzte Geschwindigkeiten heben sich aber von selbst auf. Man erfinde also nur eine Kraft oder ein Hinderniß, welches dem Streben der äußersten Schichte von Atomen, sich nach innen zu bewegen, das Widerspiel hält. Man sieht offenbar, daß die Repulsivkraft, oder was sonst noch zur Erhaltung der inneren

Zwischenräume zwischen den Atomen dienen soll, einzig und allein zu dem Ende erfunden ist, um diesem einseitigen Zuge der äußersten Atome einen gleich starken, ebenfalls einseitigen, Widerstand zu leisten. Im Innern des Körpers muß sich dieselbe eben so gut für sich ins Gleichgewicht setzen, wie die Anziehungskraft auch. Könnte man nun vielleicht für diesen letzten Zug einen angemessenen Gegenzug außerhalb der Grenzen des Körpers finden, wie ein höchst achtbarer Physiker die Expansivkraft der Luft vielleicht aus einer Anziehung gegen einen außerhalb des Dunstkreises gelegenen Aether erklären zu können vermuthet? Fechner's um die Oberfläche kreisende kleinere Wärmeatome könnten hier etwas leisten. Es ist nur Schade, daß sich ein Körper auf so mannigfaltige Art zertheilen läßt, und daß dann auf jeder Grenze schon ein Wächter für den einseitigen Zug an der neuen Oberfläche bereit stehen müsste.

Fechner's Ansicht hebt nun, wie er selbst sagt (a. a. O. S. 411), den eigentlichen Unterschied zwischen Ponderabilien und Imponderabilien auf, oder macht ihn doch zu etwas ganz Relativem. Eben dadurch aber, meint er, würde sie in das Ganze der Erscheinungen eine durchgreifende Einheit bringen. — Ob eine solche Einheit der Naturforschung für jetzt wol anzurathen? Wenn erst die Imponderabilien mit den Ponderabilien in eine Klasse kommen, wie viel weniger wird man Anstand nehmen, die Ponderabilien selbst, die man bisher für chemisch verschieden gehalten, im Grunde für ganz identisch, d. h. also alle Materie für eins und dasselbe zu erklären? Verschiedene Größe oder verschiedenes Gewicht der Atome wird dann einzig und allein noch den chemischen Charakter und die spezifische Verschiedenheit der Materie überhaupt bestimmen. Wie weit sollte man damit wol kommen? — Wenn das der gerühmte Erfahrungsweg, das die Vereinfachung der Natur durch das mechanische Princip wäre!

In einer Anmerkung a. a. O. S. 410 um die Vermengung von wägbarer und unwägbarer Materie zu rechtfertigen, die allerdings nöthig ist, um beide dem Gravitationsgesetze unterwerfen zu dürfen, sagt Fechner ausdrücklich so: »Die scheinbare Unwägbarkeit der Wärme würde sich unter der An-

nahme erklären, daß die Quantität freier Wärme, die wir zu wägen unternehmen, stets nur ein verhältnißmäßig sehr kleiner Antheil der in den Körpern vorhandenen gebundenen sei. — Es muß im Augenblicke übersehen sein, daß wir sehr wol auch gebundene Wärme zu wägen im Stande wären, wenn sie sich überhaupt wägen ließe. Können wir nicht ebenso wol die Substanz des Wassers als Eis, wie als tropfbares Wasser, wie als Wasserdampf abwägen? Und wer hat schon eine Gewichts-Zunahme oder Abnahme bemerkt, jemachdem er dasselbe Quantum in der einen oder anderen Aggregatform auf die Wagschale brachte? Ob aber auch das Quantum gebundener Wärme, welches der Wasserdampf mehr als das Eis enthält, gegen das letztere noch verschwindend oder unendlich klein zu nennen sei, darüber möchten die Ansichten getheilt sein. Nach Fechner's Hypothese dürfte vermuthlich mehr als die Hälfte des Gewichts, welches ein Körper zeigt, der in ihm gebundenen Wärme zuzuschreiben sein; man hätte also auf diese Weise das eine Glied zur Vergleichung.

§. 26.

Einige Einwendungen gegen ihre Erklärung des starren und tropfbar-flüssigen Aggregatzustandes.

Der größte Uebelstand bleibt aber wieder die Erklärung des dreifachen Aggregatzustandes. Fechner läßt sich nur über den Unterschied zwischen festen und tropfbar-flüssigen Körpern (S. 402) dahin aus: »er halte es für ausnehmend wahrscheinlich, daß in den festen Körpern ein ungleicher Abstand ihrer Atome von einander nach verschiedenen Richtungen Statt finde, während alle Erscheinungen ihn in den tropfbaren für gleich nach allen Richtungen anzunehmen geböten; alle Eigenthümlichkeiten der Starrheit lassen sich aber aus dieser Vorstellung vom Grundzustande fester Körper so wol erklären, daß er kaum Anstand nehmen könne, diesen Unterschied für in der Natur begründet zu halten.« Der einzige Umstand, welcher Fechner auf diese Ansicht geführt zu haben scheint, ist die von Mitscherlich in Berlin neuerdings entdeckte, ungleiche Ausdehnung der Krystalle durch die Wärme nach verschiedenen Richtungen, und der Beleg dafür: »1) weil die Theilchen fe-

ser Körper der Trennung einen gewissen Widerstand entgegensetzen, indem die Kraft, mit welcher ein Theilchen von dem ihm näheren angezogen wird, nicht durch eine gleiche Anziehungskraft nach anderen Richtungen, wo die Theilchen entfernter von ihm sind, compensirt wird, und 2) der Blätterdurchgang krystallisirter Körper, indem sich diese nach gewissen Richtungen, in welchen ihre Theilchen weiter von einander abstehen, als nach andern, sich vorzugsweis leicht trennen lassen.

Es ist gewiß immer gefährlich, einer Naturansicht auf den Grund einer einzigen unerwarteten Thatsache hin sogleich eine ganz andere Richtung zu geben. Tausend andere längst bekannte, ungleich erheblichere werden dann leicht, (wie es mit alten Bekannten zu gehen pflegt) über dem Reiz des Neuen als ganz alltäglich vergessen. Wie sich aus den ungleichen Abständen der Atome sogleich ein namhafter Widerstand gegen trennende Kräfte findet, will mir gar nicht einleuchten. Wenn nur auf entgegengesetzten Seiten des einen Atomes die benachbarten gleich weit von demselben abstehen — und das ist doch bei einer regelmäßigen Gruppirung und im Zustande des innern Gleichgewichts vorauszusetzen — wie weit alsdann diese Abstände in der einen oder anderen Richtung sind, kann gar keinen Einfluß auf den Widerstand haben, den ein Angriff auf die anziehende Kraft in ihrer eigenen Richtung erfährt; denn in allen Richtungen hat sich so die Anziehung von selbst compensirt. Wenn z. B. ein Krystall in drei auf einander lothrechten Richtungen Blätterdurchgänge von gleicher Vollkommenheit zeigt; so sollen nach diesen drei Richtungen die Abstände der Atome auch gleich weit sein. Woher kommt denn nun noch ein Widerstand, wenn man den Krystall in lothrechter Richtung gegen einen solchen Blätterdurchgang zu zerreißen, nicht zu zerspalten strebt? Wo bleibt denn hier die Verschiedenheit der Abstände, die nicht ebenso von den getrennten Atomen des tropfbar-flüssigen Körpers behauptet werden könnte? Mitscherlich hat die ungleiche Ausdehnung der Krystalle nach verschiedenen Richtungen durch die Wärme auch nur für solche Substanzen gefunden, denen anisometrische Krystallisationssysteme eigen sind. Man will überhaupt Blätterdurchgänge immer nur da entstehen lassen, wo in senkrechter Richtung dagegen die re-

eine probe Anziehungskraft der Atome auf irgend eine Weise, in der Regel durch weitere Abstände, geschwächt sei. Nach unserer Ansicht verhält sich der Fall eher umgekehrt; — doch davon erst später.

Angenommen aber auch, die Atome eines starren und zwar krystallisirten Körpers hätten sich in drei einander rechtwinklig kreuzenden Richtungen (denn davon dependiren die anderen) in verschiedenen Entfernungen von einander gestellt, wo liegt denn in der Beschaffenheit der Anziehungskraft, welche zum Nebeneinanderbestehen der Atome im Körper angenommen wird, auch nur eine Andeutung des Grundes, nicht allein, daß dem also sein könne, sondern auch, daß ihm also sein müsse? Wie kann dieselbe Kraft die Atome bewegen, das eine Mal sich in gleiche Abstände nach allen Richtungen hin, wie es im flüssigen, das andere Mal in ungleiche Abstände nach verschiedenen Richtungen hin zusammen zu stellen, wie es im starren Körper der Fall sein soll? Und welchen Grund haben die krystallinischen, geradflächig begrenzten eckigen, die wahren Formen der Starrheit? Nach Fechner's Hypothese ließe sich höchstens erwarten, daß, wenn die Kugelgestalt die charakteristische Form des Flüssigen sein müsste, eine davon abweichende sphäroidische, z. E. die ellipsoidische Gestalt, dem starren Körper eigen sein würde. Nach der Ursache von dem mathematischen Zusammenhange unter den Krystallflächen darf man natürlich bei so bewandten Umständen noch nicht fragen.

§. 27.

Die Expansivkraft luftförmiger Körper ist in der Fechner'schen Hypothese nicht berücksichtigt.

Wie soll man sich aber endlich die Expansivkraft der luftförmigen Körper aus dieser Hypothese erklären? Fechner selbst sagt darüber kein Wort, sondern erwähnt nur S. 410, daß die Volumen-Zunahme der Körper bei steigenden Wärmegraden mit seiner Ansicht im Einklang stehe. Nach derselben kann die Anziehung der unwägbaren Atome gegen die wägbaren niemals das Uebergewicht über die wechselseitige Anziehung der letzteren erhalten, sondern so wie sich um diese eine größere Menge der kleineren Atome anhäuft und durch den stär-

freien Zug nach außen die größeren Atome etwas weiter von einander entfernt, so treten dafür gleich so viele kleinere in den erweiterten Zwischenraum zwischen je zwei größere, als nöthig sind, um das Gleichgewicht wieder herzustellen. Wenn aber auch der Gegenzug der umgebenden kleineren Atome noch so stark würde, so könnte doch daraus niemals die Erscheinung der Expansivkraft, des (unbegrenzten) Bestrebens nach Ausdehnung resultiren. Denn die Anziehungskraft wirkt reciprok, und üben auch die kleineren Atome ein größeres abwärts von einem anderen näher an sich, so würde mit dieser gegenseitigen größeren Annäherung, wofern sich die Umläufe erhielten, das ganze Kraftbestreben befriedigt sein. Allein dieser Vorgang ist nicht zugelassen und hülfe auch nichts; der expansivflüssige Aggregatzustand ist wol nicht hinreichend berücksichtigt.

Wir brechen indessen diese besonderen Bemerkungen über Fechner's Hypothese ab, in der Hoffnung, daß der verdiente Verfasser darin einen Beweis unserer Achtung vor seinen Leistungen in der Wissenschaft erkennen möge.

§. 28.

Diejenigen Erscheinungen chemischer Kräfte, welche vorzugsweise zur atomistischen Vorstellung ihres Grundes Veranlassung gegeben haben. — Mängel dieser Erklärung.

Wir wenden uns nun zu einer anderen Classe von Erscheinungen der Körperwelt, deren Auslegung nach der atomistischen Naturansicht gewiß nicht geringe Schwierigkeiten hat, — wir meinen die Erscheinungen der chemischen Verbindung und des Lichtes.

Wenn man unbefangen die Natur chemischer Vereinigung verschiedenartiger Stoffe beobachtet, wenn man sieht, wie eine gänzliche Umwandlung von beinahe allen Eigenschaften außer der einen des absoluten Gewichts zwischen dem chemisch gemischten Körper und seinen Bestandtheilen die schärfste Grenzlinie zieht, so muß es in der That befremden, wie gleichwohl so viele der verdientesten und berühmtesten Chemiker der atomistischen Naturansicht huldigen, welche diese gänzliche Umwandlung bloß als den Erfolg einer Neben- oder Zwischenstellung (Juxtaposition) der letzten Massentheilchen chemisch verwandter Sub-

stanzen zwischen einander angesehen wissen will. Vor allen mögen zwei Thatsachen die Chemiker dazu verleitet haben, sich für die atomistische Hypothese zu erklären: die erste, daß sich die Masse einer Substanz, am Gewichte erkennbar, trotz der mannigfaltigsten Verbindungen, in welche sie eingeht, stets ungeändert erhält; die zweite, das bekannte Gesetz der stöchiometrischen Verhältnisse in den wahren chemischen Combinationen zweier verwandter Substanzen, daß sich immer nur eine gewisse Quantität eines Stoffes A mit einer bestimmten Menge eines anderen Stoffes B wahrhaft vermischt, und wenn der Natur auch noch andere Verbindungen der nämlichen Substanzen möglich sind, daß die Mengen von beiden, welche in diese Combinationen eingehen, stets nur rationale und in der Regel nur sehr kleine Vielfache von denen sind, welche in der geringsten Quantität des einen Stoffes mit einander als Bestandtheile eine neue, chemisch charakterisirte Substanz erzeugen.

Was die erste Thatsache betrifft, sofern sie die Atomistiker durch die ursprüngliche Unveränderlichkeit der Atome erklären wollen, so ist das nur ein idem per idem, und in der That man kann dafür auch keinen Grund weiter verlangen. Die Materie existirt; alle tastbare oder körperliche Materie ist der Schwerkraft unterworfen, so lange sie existirt; die Tastbarkeit bedingt ihre Erscheinung als Masse, und das Gewicht dient als Kennzeichen und Maß derselben; ob das eine Merkmal durch das andere bedingt sei, oder ob beide mit einander dasselbe sind, das wird niemals entschieden werden können. Die Erfahrung giebt uns nie das eine ohne das andere; wenn sie also die Erfahrung gleichfalls bestätigt, daß sich das absolute Gewicht verschiedenartiger Körper ungeändert erhält, mögen sie in Verbindung mit einander treten, oder daraus wieder getrennt und jeder für sich dargestellt werden, so liegt darin erst der Grund, weshalb wir behaupten dürfen, daß eine Substanz auch in den verschiedenartigen Verbindungen, welche sie mit anderen eingeht, noch als die nämliche Masse fortbestehe.

Das Gesetz über die bestimmten quantitativen Verhältnisse chemischer Combinationen konnte, in gewissem Sinne aufgefaßt, eben so leicht, wie das Gesetz der rationalen Neigungsverhältnisse sekundärer Krystallflächen, zu einer atomistischen

Vorstellung seines Grundes führen. Was bei diesem auf die Grundgestalt und die Dimensionen des Elements geschoben wurde, das muß bei jenem das eigenthümliche Gewicht des Atoms leisten, gleichviel ob es in der verschiedenen Größe oder verschiedenen Dichtigkeit desselben oder in beiden zugleich seinen Grund hat. Nun ist allerdings das ganze Gesetz leicht in eine regelmäßige Zusammenstellung von je einem Atome des Stoffes A mit je einem, je zwei, je drei u. s. w. allgemein je n Atomen des Stoffes B, oder von je zwei, je drei u. s. w. allgemein je m Atomen der einen mit je drei, vier, fünf oder n Atomen der anderen Art aufgelöst. Fragen wir aber weiter nach dem Grunde, weßhalb sich denn dieses Verhältniß in der Anzahl mit einander vergesellschafteter Elemente verschiedener Art constant in einer ganzen größeren Masse erhalten müsse; so werden wir schwerlich etwas mehr als ganz allgemeine, ausweichende Antworten darauf erhalten. Es sei eine Regel der Symmetrie, wird man sagen, daß sich immer zwischen gleich viele Atome der einen Art auch gleich viele der anderen stellen müssten; vermuthlich werde diese Symmetrie eine Bedingung des inneren Gleichgewichts sein; die Umstände, unter denen eine chemische Vereinigung von Statten gehe, seien für die ganze Masse die nämlichen u. s. w.

Aus dem Begriffe des Gleichgewichts (der nur in mechanischem Sinne verstanden sein kann, weil die getrennten Atome nur durch anziehende Kräfte, welche auf Entfernungen wirken, auch zu chemischen Verbindungen vermocht werden sollen) wird sich nun wol schwerlich jenes merkwürdige Gesetz der stöchiometrischen Verhältnisse ableiten lassen. Denn zwischen entfernten Massen, welche durch eine Attraction von bestimmter Stärke gegenseitig sollicitirt werden, ließe sich auch ein Gleichgewicht unabhängig von der Zahl verschiedenartiger Elemente denken, wenn dieselben nur in die jedesmal entsprechenden Abstände von einander versetzt werden können. Würden deßhalb nothwendig immer diejenigen Atome einer Substanz, welche über ein bestimmtes Verhältniß gegen die Anzahl von Atomen der andern Substanz, mit der sie sich mischen soll, z. B. in einer Flüssigkeit vorhanden sind, von der Combination gänzlich ausgeschlossen bleiben müssen? Und würde es hiernach nöthig sein,

daß regelmäßig stets das gleichvielte Atom der einen Art aus der Verbindung ausgestoßen würde, wenn dieselbe in eine übrigens gleichartige, nur mit kleineren Verhältnissen in den Quantitäten ihrer Bestandtheile übergeht, wenn sich z. B. Hyperoxyde in Oxyde, oder Oxyde in Oxydule verwandeln? Und sollte man nach der Vorstellung eines solchen Gleichgewichts nicht eher vermuthen, daß die Atome der einen Substanz alle vorgefundenen der andern gleichmäßig unter sich vertheilten, als daß sich zu gleicher Zeit zwei Verbindungen dieser Körper mit verschiedenen quantitativen Verhältnissen neben einander erzeugen, wie es oft genug der Fall ist? Daß man die Erklärung des Gesetzes damit weiter fördere, wenn man es in den verschiedenen Graden des electrischen Gegensatzes bedingt finden will, kann ich nicht glauben. So oder so erscheint es immer bloß als eine räthselhafte Grille entweder der chemischen oder der electrischen Thätigkeit.

Diese Ueberzeugung befestigt sich nur noch mehr, wenn man auch die Eigenthümlichkeiten weniger energischer chemischer Verbindungen, wie z. B. der Auflösungen von Salzen im Wasser, mit der atomistischen Ansicht zusammenhält. Auch solche Auflösungen erscheinen in jeder Hinsicht als homogen, und die Verhältnisse der Bestandtheile sind in der ganzen Mischung allenthalben dieselben. Diese vollkommene Gleichmäßigkeit in der Vertheilung der einen Substanz durch die andere ist an kein Quantitätsverhältniß gebunden, sondern findet bei jedem, man darf glauben, auch bei irrationalen Verhältnissen Statt — versteht sich, innerhalb gewisser Grenzen. Bekanntlich giebt es nämlich für je zwei in dieser Art verwandte Substanzen ein bestimmtes, meist von der Temperatur und der Stärke des Drucks, unter welchem die Verbindung vor sich geht, abhängiges maximum von der Menge des einen Stoffs, welche eine gewisse Quantität des anderen in sich aufzunehmen vermag. Dieser Sättigungspunkt der Auflösung hat in vieler Hinsicht die größte Aehnlichkeit mit den festen quantitativen Verhältnissen wahrer Combinationen. Wird z. B. in eine gesättigte Salzauflösung noch mehr Salz gethan, so bleibt dieses (bei der nämlichen Temperatur) unaufgelöst in der Flüssigkeit zurück. Aber dieser Sättigungspunkt ist veränderlich

nach der Temperatur der Flüssigkeit, und zwar stetig veränderlich, indem das Verhältniß zwischen dem Quantum des Auflösungsmittels und der jedesmaligen größten Menge des Körpers, die es aufzulösen vermag, mit dem Wechsel der Temperatur nicht aus einem Zahlenwerthe plötzlich in einen anderen überspringt, sondern so wie diese allmählig steigt, selbst in der Regel continuirlich wächst, bei einigen Substanzen auch wol abnimmt. Und in allen diesen, nur irgend erdenklichen Verhältnissen bleibt die gesättigte Auflösung durch und durch vollkommen gleichartig. Auch sie ist das Resultat einer Stoffverwandtschaft. Worin will nun der Atomistiker den Grund dieses auffallenden Gegensatzes zwischen festen chemischen Combinationen und den weniger innigen Auflösungen finden? Nicht als ob wir von seiner Hypothese die Enträthselung eines Phänomens verlangten, welches wol noch überall keine Naturansicht aufzulösen vermöchte: aber wir können nur keinen Umstand entdecken, worin eine Verschiedenheit seiner Voraussetzungen für beide Fälle läge oder liegen könnte, und müssen deßhalb zweifeln, ob er durch seine Vorstellungsart jemals die eine Erscheinung von der anderen zu trennen und die eine wie die andere zu erklären im Stande sein werde.

Wenn es denn zur Erhaltung des Gleichgewichts in einem gemischten Körper nöthig ist, daß immer die nämliche Menge von Atomen der einen Art mit einer bestimmten Anzahl von Atomen der anderen Art regelmäßig abwechsele; wie können dann zwischen zwei Körpern, denen wir freilich eine weniger kräftige Verwandtschaft zuschreiben, die doch aber auch aus Atomen bestehen, Verbindungen in allen beliebigen Mengenverhältnissen innerhalb gewisser Grenzen zu Stande kommen, welche durchgehends in allen ihren Theilen gleichartig sind? Denkt man sich den einen von diesen Körpern, z. B. die Flüssigkeit als eine bestimmte, gleichviel wie große Anzahl von Atomen, so beruht nach der atomistischen Ansicht die Gleichartigkeit der gemischten Masse darauf, daß die Atomenzahl des zweiten Körpers entweder als ein Vielfaches oder als ein aliquoter Theil oder als das Vielfache eines aliquoten Theiles jener ersten Zahl betrachtet werden kann.

Lassen wir nun die Möglichkeit irrationaler Mischungsver-

hältnisse dahin gestellt sein, weil die aus Versuchen abgeleiteten Zahlen doch nur als Näherungswerthe angesehen werden dürfen; so ist mit dem Obigen nichts weiter gesagt, als daß die Quantitäten von zwei verschiedenen Stoffen, welche sich mit einander vermischen, immer durch gleichartige Zahlen ausgedrückt werden können, denen dieselbe Einheit (d. i. ein Atom) zum Grunde liegt. Mag sich nun auch das einzelne Atom als solches der sinnlichen Wahrnehmung entziehen, so darf doch der Atomistiker nicht in Abrede stellen, daß bei einer gewissen Grenze, wenn eine bestimmte Menge derselben zusammengetreten ist, diese als ein gleichartiges Körperchen eigenthümlicher Art zu erscheinen und erkennbar zu werden anfangen müsse. Die Zahl, wodurch diese Menge angegeben wird, sei m., und das zur Mischung angewandte Quantum der einen Substanz enthalte diese Zahl, um wenig zu sagen, millionenmal. Wären damit nun Anfangs 500000 m einer anderen Substanz gemischt, so wäre das Verhältniß der Atomenzahlen 2 : 1, d. h. je zwei Atome der ersten Art könnten regelmäßig mit einem Atome der zweiten Art abwechseln. Kämen nun noch etwa 3157 m Atome der zweiten Art zu der Auflösung hinzu, gleichviel ob der Sättigungspunkt vorhin noch nicht erreicht gewesen, oder durch Nebenumstände erhöht sei; so würde das Verhältniß der Bestandtheile 1000000 : 503157, und zur Erhaltung der Gleichförmigkeit müßten je 1000000 Atome der ersten mit 503157 Atomen der zweiten Art regelmäßig abwechseln. Soll uns aber das ganze Aggregat noch als gleichartig erscheinen, so muß man annehmen, daß 1000000 noch kleiner als m sei, oder daß eine Million von Atomen der ersten Art noch nicht als etwas Körperliches und Gleichartiges wahrgenommen werden könne.

Man sieht jedoch leicht ein, daß man jene Verhältnißzahlen, ohne die wirkliche Ausführbarkeit und die Kraft jener Schlußfolge läugnen zu dürfen, so groß werden lassen könne, daß es eine übertriebene und ganz unstatthafte Zumuthung an die Phantasie sein würde, wenn man sich gleichwohl vorstellen sollte, die Menge von Atomen der nämlichen Art, welche sich bei einer solchen Anordnung, um Gleichartigkeit hervorzubringen, neben einander stellen müßten, bleibe noch immer zu klein,

um als gleichartig von den nebenstehenden unterschieden werden zu können. — Und nun denke man sich den Aufruhr unter den Atomen, wenn sie die einfache Ordnung von je zweien der einen zwischen je einem Atome der anderen Art verlassen und sich zu Hunderttausenden und Millionen zusammenrottiren müssen! Was für ein mächtiger Impuls muß dazu gehören, um diese geschmeidigen Kleinen bald so, bald so zu gruppiren! Sollte man ihnen nicht eher zumuthen, daß sie in ihrer einförmig wechselnden Nachbarschaft gemächlich bei einander blieben und den neu zutretenden Ankömmlingen den Eintritt in die Reihen versperrten, die so entsetzlich durch sie gestört werden?! — Man käme so von selbst wieder auf die einfachen stöchiometrischen Verhältnisse zwischen festen Combinationen zurück. Und sollte man nicht gar der Kraft, welche die Atome einer gewissen Art bei Tausenden und Millionen zwischen verschiedenartigen, anderen zu erhalten vermag, eine größere Stärke beilegen müssen als derjenigen, welche die einfacheren Combinationsverhältnisse erzeugt? Muß doch, wofern die beiden verwischten Körper verschiedenes spezifisches Gewicht haben, bloß diese Anziehungskraft von zwei angrenzenden Atomen der leichteren Art (weil der Wirkungskreis dieser Kraft sich nur auf die einfache Atomenweite erstreckt) das ganze Uebergewicht der dazwischenden liegenden Reihe schwererer Atome, mindestens im flüssigen Zustande, zu tragen vermögen.

Die Natur hat zwischen bloß mechanischer Mengung und chemischer Mischung der Stoffe die schärfste Grenzlinie gezogen; nur dem Begriffe wird es schwer, dieselbe fest zu halten, hauptsächlich wegen der unendlich mannigfaltigen Abstufungen und Uebergänge, welche zwischen beiden Extremen Statt finden. Wird es aber als ein Gesetz der echten Naturforschung anerkannt, daß sie zuerst das Wesen der Erscheinungen in ihrer vollen, idealen Reinheit, also auch in ihrem schroffsten Gegensatze auffassen soll, ehe sie die weniger entschiedenen Phänomene zu berücksichtigen hat, welche eine Vermittlung und Zurückführung der einen auf die andere möglich zu machen scheinen: so gereicht es der atomistischen Hypothese unstreitig zum Vorwurf, daß sie durch ihre Erklärung von den allervollkommensten Wirkungen der chemischen Verwandtschaft ohne Weiteres den Ge-

genſatz zwiſchen mechaniſcher und chemiſcher Stoffverbindung ganz und gar aufhebt. Indem ſie dadurch die letztern geradezu ausſchließt, und das Widerſprechendſte identificirt, begiebt ſie ſich ſelbſt wieder ihres vermeintlichen Vortheils. Da nämlich kein mechaniſches Gemenge an ein beſtimmtes Quantitätsverhältniß gebunden iſt, da man Flüſſigkeiten von ſchwacher chemiſcher Einwirkung auf einander in allen Verhältniſſen zu einem homogenen Ganzen zuſammenmiſchen kann, (ich ſage abſichtlich Flüſſigkeiten, weil dieſen der Atomiſtiker die leichteſte innere Theilbarkeit bis auf das einzelne Atom nicht abſprechen kann) und weil gerade dieſer Aggregatzuſtand chemiſche Verbindung am auffallendſten begünſtigt: ſo würde 1) ein Schluß von der als mechaniſch wirklich erkannten Stoffmengung im Großen auf eine mechaniſche Atomenmengung gerade das Umgekehrte von dem beweiſen, was die Hypotheſe behaupten will, und 2) gilt auch die Beſchränkung des Geſetzes auf die Vorausſetzung nicht, daß ſich die Maſſen bis zu einzelnen Atomen in und durch einander zergliederten, um wahre chemiſche Combinationen darzuſtellen, weil kein Grund vorhanden iſt, die äußerſte mögliche Theilbarkeit nicht von allen Flüſſigkeiten, die einander durchziehen, gelten zu laſſen, wenn man ſie einigen zugeſteht.

§. 29.

Einige andere Eigenthümlichkeiten chemiſcher Verbindungen, welche wol ſchwerlich durch die Annahme einer bloß mechaniſchen Juxtapoſition ſogenannter Elementartheile erklärt werden können.

Wenn ſich denn aber auch wirklich die atomiſtiſche Hypotheſe ſo einfach und natürlich, wie es ihre Anhänger behaupten, an das Geſetz der beſtimmten quantitativen Miſchungsverhältniſſe anſchmiegte; dürften darum über dieſer einen Erſcheinung hundert andere, welche den Charakter chemiſcher Verbindungen nicht weniger deutlich bezeichnen, ganz vergeſſen werden? — Die Wirkungen der chemiſchen Verwandtſchaft können wir ſchlechterdings in nichts Anderem, als in der ſpezifiſchen Beſchaffenheit der Materie begründet finden; gerade ſie geben die ſicherſten Merkmale für den eigenthümlichen Charakter einer Subſtanz. Die Erfahrung zeigt, daß dieſe ſubſtanziellen Eigenſchaften nur dann von Einfluß ſind und merkbare

Wirkungen äußern, wenn Körper mit einander in Berührung kommen, daß getrennte und von einander entfernte Körper hingegen nur als Massen, unabhängig von ihrem gegenseitigen chemischen Verhalten, auf einander wirken. Die Atomistiker müssen auch den chemischen Kräften eine Wirksamkeit auf Entfernungen einräumen. Um diesen Widerspruch mit der Erfahrung einmal auszugleichen, wollen diejenigen, welche am consequentesten verfahren, ihre Hypothese erst dann für vollendet anerkennen, wenn es ihnen gelungen ist, alle Erscheinungen der chemischen Thätigkeit als bloße Modificationen der Massenkraft darzustellen, d. h. den Begriff materieller Verschiedenartigkeit gänzlich zu verbannen. Denn nach ihrer Meinung würde alle Materie an sich, die wägbare wenigstens, gleicher Art und was uns als verschiedenartig in ihrem Wesen erscheint, nur in einer verschiedenen Größe oder Dichtigkeit, vielleicht auch in der Weite des Abstandes der Atome begründet sein.

In der Natur kann man nun ohne das Vorurtheil einer Hypothese schlechterdings keinen Beleg für die Ansicht entdecken, daß auch solche Kräfte, welche dem substanziellen Wesen der Materie eigen sind, auf Entfernungen wirkten. Dürfen wir uns hier auf das zurückbeziehen, was wir bereits an einer früheren Stelle (§. 10.) über diesen Gegenstand gesagt haben, so haben wir nur noch Weniges hinzuzusetzen. Wenn es denkbar wäre, daß sich jemals die unendlich mannigfaltigen Verhältnisse der Körper unter einander rücksichtlich ihrer chemischen Thätigkeit aus Beschaffenheiten der Masse ihrer letzten Theilchen ableiten ließen; so müsste es doch gewiß mit zuerst als möglich erscheinen, nach solchen Voraussetzungen aus dem bekannten chemischen Verhalten zweier Körper gegen den nämlichen dritten, ihr Verhältniß zu einander vorher zu bestimmen. Sollte es aber wol jemals nach solchen Principien erklärt werden, weßhalb z. E. Quecksilber und Eisen sich nicht mit einander verbinden, da doch beide Substanzen die ausgezeichnetste Verwandtschaft zum Schwefel besitzen, wenn man vielleicht aus denselben Principien hätte folgern müssen, daß Silber und Quecksilber sich eben deßhalb leicht mit einander amalgamiren, weil sich beide leicht und energisch mit dem Schwefel vermischen? Schwefelsäure hat die stärkste, Kohlensäure eine ungleich schwä-

chere Verwandtschaft zum Wasser; kohlensaurer Baryt ist im Wasser leicht, schwefelsaurer gar nicht auflöslich. — Ob wol in diesen und tausend anderen Erscheinungen der Art auch nur eine Andeutung liegt, welche es wahrscheinlich machte, daß der Grund davon in den Verhältnissen der Atomenmasse zu suchen sei?

Und nun erwäge man die mannigfachen und großen Veränderungen, welche in den Eigenschaften der Bestandtheile wahrer chemischer Combinationen vorgehen, und man wird schwerlich dem Gedanken Raum geben können, daß dieß Alles bloß der Erfolg einer mechanischen Nebeneinanderstellung unveränderter Atome von verschiedener Art sei. Wollte man auch zugeben, daß die Aenderung des Aggregatzustandes, welche zuweilen beide, zuweilen nur der eine Bestandtheil bei der Mischung erleidet, bloß in einer verschiedenen Stellung oder Anordnung der kleinsten Massentheilchen ihren Grund haben könne — wofern überall die atomistische Hypothese den Aggregatzustand daraus erklärt hätte — daß die Aenderungen der Dichtigkeit oder des spezifischen Gewichts in einer Erweiterung oder Verengerung der Abstände zwischen den Atomen bestände, daß die Aenderungen in der Härte, Biegsamkeit, Elasticität und anderen Eigenschaften der Masse auch nur in gegensettigen Modificationen und Beschränkungen solcher Grundkräfte der Atome beruhten, welche ihnen als Massen inhäriren und auch schon vor der Vereinigung diese Eigenschaften auf mechanische Weise bewirkten, — wollte man das Alles auch zugeben, so bleibt doch noch eine Menge von Merkmalen zurück, wodurch sich die wahre chemische Combination von ihren Bestandtheilen unterscheidet, welche ihrer ganzen Eigenthümlichkeit nach schlechterdings nicht als das Resultat mechanisch wirkender Kräfte angesehen werden können. Das chemische Verhalten der Mischung gegen fremdartige Substanzen weicht durchaus von dem ihrer Bestandtheile ab und kann niemals aus den Beschaffenheiten der letzteren vorher bestimmt werden. Nur die Erfahrung giebt uns Aufschluß über die Gesetze dieser Veränderungen, und eben darin, daß diese Gesetze von denen der mechanischen Massenanziehung und des mechanischen Gleichgewichts so auffallend und wesentlich verschieden sind, liegt der schlagende Beweis, daß die Er-

gewisse ihnen eigenthümliche Merkmale zu äußern. Der relativen Fähigkeit des Auflösungsmittels, ein gewisses Quantum des aufzulösenden Körpers mit sich zu vereinigen, entspricht die spezifische Wärme oder das bestimmte Verwandtschaftsverhältniß jeder besonderen Substanz zur Wärme, und so wie, bedingt durch jene für je zwei verschiedenartige Körper bestimmte Fähigkeit der Auflösung, die Verhältnisse der Sättigung nach zufälligen Nebenumständen, als z. B. nach der Temperatur und dem Drucke, sich ändern, eben so bringen gleiche Wärmemengen in verschiedenartigen Körpern nach dem Verhältniß ihrer spezifischen Wärme auch verschiedene Temperaturen hervor, oder bei dem nämlichen Grade der Temperatur enthalten ungleichartige Körper ceteris paribus auch ganz ungleiche Quantitäten von Wärme, womit sie sich für den Augenblick gleichsam gesättigt haben.

Da sich hiernach die ganze Verschiedenheit zwischen der Wärme und der wägbaren Materie, wofern man jener nur eine uneingeschränkte Verwandtschaft gegen alles Körperliche zugestehen will, auf die Merkmale der Wägbarkeit und Tastbarkeit und die davon abhängigen zurückzieht, gerade diejenigen, welche den Körper als Masse charakterisiren, so ist man um so mehr genöthigt, den Grund aller Wärmeerscheinungen in der Thätigkeit substanzieller, chemischer Kräfte zu suchen, und den Vorsatz aufzugeben, dieselben aus den Gesetzen mechanisch wirkender Kräfte ableiten zu wollen. Es ist ein wahres Wort des trefflichen Fischer, welches die Anhänger der atomistischen Hypothese niemals genug werden beherzigen können, wenn er (in seiner mechanischen Naturlehre 3te Aufl. Bnd. I. Cap. V. §. 12. S. 44) sagt: »In der That unterscheidet sich auch die Mechanik der Wärme, der Electricität, des Magnetismus und des Lichtes so wesentlich von der Mechanik aller wahrnehmbaren Körper, daß eben darin der stärkste Beweis ihrer Unkörperlichkeit liegt.« — Und wenn denn nun die Mechanik der unwägbaren Wärme mit den Gesetzen des chemischen Verhaltens wägbarer Körper gegen einander eine so auffallende Aehnlichkeit zeigt, wenn sich also die Gesetze solcher Erscheinungen, welche bloß aus der substanziellen Beschaffenheit der Materie entspringen, selbst noch bei dem Unkörperlichen und Massenlo-

sen bewähren; liegt darin nicht die dringendste Aufforderung, auch die Theorie derselben unabhängig von den Gesetzen der Masse zu erhalten, oder wenn sie widernatürlich daran gekettet ist, sie wieder davon los zu machen?

Es ist ferner eine allbekannte Sache, daß Erhöhung der Temperatur in den allermeisten Fällen die Lebendigkeit chemischer Processe, z. B. fast aller Auflösungen, befördert. Nach der atomistischen Naturansicht sollte man eher das Gegentheil erwarten. Indem nämlich, wie sie annimmt, die größere Menge der zwischentretenden Wärmetheilchen die Abstände der wägbaren Atome von einander erweitert, müsste sie nothwendig ihre gegenseitige Anziehung schwächen, und zwar nicht bloß die gegenseitige Anziehung gleichartiger Atome, deren verminderte Cohäsion allerdings die Verwandtschaft begünstigen würde, sonder auch der ungleichartigen, weil auch diese in größere Entfernungen von einander gerückt werden. Die Ausflucht, daß durch die größere Lockerheit der Stoffe das Zwischentreten ihrer letzten Theilchen zwischen einander erleichtert werden müsste, wird aber durch eine Erfahrung anderer Art wieder abgeschnitten, nach welcher nämlich ceteris paribus die Kraft chemischer Verbindungen mit der Dichtigkeit der Stoffe zunimmt.

Sehr oft hat man auch der atomistischen Vorstellung vom Wesen chemischer Auflösungen, nach welcher die Theilchen des aufgelösten Körpers nur unendlich fein zertheilt in der Flüssigkeit schwimmen sollen, so daß bloß die Feinheit der Zertheilung keine Unterscheidung des Ungleichartigen mehr erlaube, und was man für eine gleichartige Mischung halte, in der That doch nur eine Mengung des Verschiedenartigen sei, den gewiß nicht unwichtigen Einwurf gemacht, daß sich eine solche Vorstellung nicht mit den Gesetzen der Schwere vertrage, sobald das spezifische Gewicht des aufgelösten Körpers von dem der Flüssigkeit verschieden ist. Wenn aber auch jeder andere Naturforscher, der den Boden der Erfahrung nicht verlassen mag, diesen Einwurf gelten lassen muß, indem er die Dichtigkeit, wie jede andere Eigenschaft, die er an der größeren Masse beobachtet, auch ihren kleinsten gleichartigen Theilchen reservirt; so wird doch der Atomistiker in der Gefälligkeit seiner imaginären Molekule, sich jeder Gestaltung zu fügen, die gerade pass-

Denn indem sie die Grundgestalt der Substanz als etwas Unveränderliches festsetzt, grenzt sie das Reich materieller Kräfte außerhalb der Form ab, und legt sich selbst allerwenigstens doch die Verpflichtung auf, die Form des Zusammengesetzten aus der Form des Einfachen herzuleiten, weil sie nur noch in der ursprünglichen Form der letzten Massentheilchen die Möglichkeit hat, andere Formen durch Combination herzustellen. — Aber noch überflüssiger möchte es scheinen, länger bei dieser Hypothese geradflächig begrenzter Atome zu verweilen, da es wol nicht leicht wieder Jemandem einfallen wird, im Verfolge und in der weiteren Ausbildung derselben die Auflösung der Krystallisationserscheinungen und mancher anderen, die damit näher oder entfernter zusammenhängen, aufsuchen zu wollen.

§. 31.

Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Durchsichtigkeit.

Wir heben nun noch einige Umstände aus dem Verhalten der Körper gegen das Licht hervor, deren atomistische Erklärung schwerlich befriedigend genannt werden kann.

Vor allen Dingen verdient in dieser Hinsicht die Erklärung, welche die atomistische Hypothese von dem Phänomen der Durchsichtigkeit giebt, eine etwas genauere Prüfung. Durchsichtige Körper verstatten dem Lichte je nach den verschiedenen Graden ihrer Durchscheinheit mehr oder weniger vollkommen freien Durchgang. Will man daher nicht annehmen, die wägbare Materie werde von dem Lichte, welches sie durch sich hindurchlässt, momentan durchdrungen, sondern geht man, wie die Atomistiker es thun, von der Voraussetzung aus, das Element der Materie oder das nicht bloß scheinbar, sondern wirklich seinen Raum stetig erfüllende Atom sei im unbedingtesten Sinne unzugänglich für alles andere Materielle außer ihm, und versage diesem schlechterdings den gleichzeitigen Eintritt in den Raum, worin es sich befindet; so kann man die Durchsichtigkeit der Körper nur noch durch die Annahme erklären, daß das Licht sich durch die leeren Zwischenräume oder Poren zwischen ihren letzten, an sich natürlich vollkommen undurchsichtigen, materiellen Theilchen bewege. Nun aber bewegt sich das Licht in jedem durchsichtigen Mittel (von gleichmäßiger

Dichtigkeit und übrigens gleicher Beschaffenheit) nach allen Richtungen hin vollkommen geradlinig: es müsste also nach der atomistischen Ansicht an jeder Stelle des durchsichtigen Körpers nach jeder Richtung hin geradlinige, offene Gänge vorfinden. Wollte man dieses im ausgedehntesten Sinne verstehen, so hieße das offenbar, den durchsichtigen Körper selbst ganz aufheben und einen leeren Raum an seine Stelle setzen.

Wenn J. T. Mayer (Anfangsgründe der Naturlehre 5. Aufl. §. 401.) das Emanations-System gegen diesen Einwurf in Schutz nehmen zu müssen glaubt, so redet er eigentlich nur der Atomistik das Wort, indem er denselben vielleicht dadurch beseitigen zu können hofft, »daß erstlich bei durchsichtigen flüssigen Körpern die Theile höchst verschiebbar sind, und also dem Stoße der Lichttheilchen ausweichen, bei festen Körpern hingegen ein Gleiches geschehen kann, wenn nach Lavoisiers höchst wahrscheinlicher Muthmaßung vielleicht auch die Theilchen dieser Körper sich nicht einmal wirklich berührten, sondern durch den ihnen adhärirenden flüssigen Wärmestoff in gewissen Entfernungen gehalten würden.« Offenbar trifft nämlich jener Einwurf das Emanations-System nur dann, wenn man die Möglichkeit einer gegenseitigen Durchdringung verschiedenartiger Materien in Abrede stellt. Was nun aber die Idee einer möglichen Verschiebung der Theilchen wägbarer Körper durch den Anstoß der Lichttheilchen betrifft, so möchte diese schwerlich durch irgend eine Thatsache der Erfahrung gerechtfertigt werden. Das Licht nimmt in dieser Hypothese ganz die Natur von etwas Tastbarem oder Körperlichem an, — und welcher Beleg dafür? Können sich doch die Lichtstrahlen auf ihren Wegen auf das Mannigfaltigste kreuzen und begegnen, unzählige zu gleicher Zeit in allen möglichen Richtungen durch die nämliche Oeffnung fahren, ohne daß sie einander auch nur im Geringsten von ihren Bahnen ablenkten: und diese körper- und gewichtlosen Lichtstrahlen, die nicht einmal sich selbst durch Anstoß in ihren Bewegungen zu stören vermögen, sollten die Theilchen cohärenter Massen aus ihrer Lage gegen einander verrücken können? Und wenn denn nun auch ein einzelner Lichtstrahl sich auf die angegebene Weise einen Durchgang durch den durchsichtigen Körper verschaffen könnte, indem die Theile

desselben vor ihm ausweichen; wie soll ein Ausweichen der Art noch möglich bleiben, wenn die ganze Oberfläche des durchsichtigen Körpers, z. B. einer gesperrten Flüssigkeit, gleichzeitig von einem Lichtstrome getroffen wird? — Mit welchem Rechte aber der in starren Körpern gebundene Wärmestoff noch flüssig genannt werden dürfe, wollen wir hier nicht weiter untersuchen, um nicht in frühere Erörterungen zurückverschlagen zu werden. Jedenfalls würde es ein Verstoß gegen die Principien der Atomistik sein, wollte man ihm, wofern er für eine Materie anerkannt wird, eine ursprüngliche Flüssigkeit zugestehn.

Wenn man aber auch von der absoluten Strenge der Folgerung, daß durchsichtige Körper von jeder Stelle aus nach allen möglichen Richtungen geradlinig durchbohrt sein, folglich aufhören müssten, Körper zu sein, so viel nachgiebt, daß man zwischen ihren Massentheilchen nur in sehr vielen Richtungen, deren Zahl uns unendlich scheinen mag, solche geradlinige, leere Zwischenräume annimmt, in denen das Licht sich frei bewegen kann; so sind dadurch die Schwierigkeiten, welche sich der atomistischen Erklärung der Durchsichtigkeit entgegenstellen, noch keineswegs gehoben. Um desto leichter mit der Mangelhaftigkeit unserer Sinne zu versöhnen, welche auch hier wieder den Rückzug auf die beschränktere Erklärung decken muß, wird man die Thatsache anführen, daß kein durchsichtiger Körper vollkommen alles auf ihn fallende Licht durch sich hindurchlasse, sondern daß auch der wasserhellste dasselbe noch beträchtlich schwäche. Daß auch durchsichtige Körper von ihrer Oberfläche viel Licht zurückwerfen, beweise in vielen Fällen der Glanz derselben, das Abspiegeln von Gegenständen in ihren glatten Oberflächen und überall der Umstand, weil sie uns sonst nicht sichtbar werden könnten.

Will man sich nun die Atome durchsichtiger Körper so fein und so dünn vertheilt denken, daß die dadurch verursachten Unterbrechungen in einer durchgelassenen Lichtmasse stets zu gering bleiben, um als begrenzte dunkele Stellen in einer anscheinend stetig erhellten Fläche vom Auge empfunden zu werden, und daß die dadurch bewirkten Ablenkungen des Lichtes von seiner vollkommen geradlinigen Bahn stets außer der Grenze der Meßbarkeit blieben; so wird man schwerlich einem Widerspruche

entgehn, wenn man auf der andern Seite auch das Phänomen der Undurchsichtigkeit zu erklären versucht, und dabei die relative Dichtigkeit durchsichtiger und undurchsichtiger Körper berücksichtigt.

Es ist klar, daß man wenigstens unter den wägbaren Atomen durchsichtiger Körper nach allen Richtungen hin Abstände voraussetzen müsse, welche ohne alles Verhältniß größer sind als sie selbst. Nun giebt es aber viele ganz undurchsichtige Körper, die nicht bloß niemals übertrieben dichter, sondern oft selbst nicht einmal so dicht sind, als vollkommen durchsichtige. Das Licht, welches jene zurückwerfen, erscheint uns vollkommen so stetig, als dasjenige, welches diese durchlassen. Soll also das Licht bloß von den in den Weg tretenden wägbaren, an sich undurchsichtigen Atomen aufgehalten und zurückgeworfen werden, so müssen diese bei den undurchsichtigen Körpern in eben dem Verhältnisse nahe bei einander stehen, als sie bei den durchsichtigen von einander entfernt sind. Was müßte das für ein Verhältniß der Dichtigkeit zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern geben! Es scheint noch ein Ausweg möglich. Man könnte annehmen, die Atome undurchsichtiger Körper besäßen bei gleichem Gewichte, wie die Atome der durchsichtigen Körper, unverhältnißmäßig größere räumliche Ausdehnung, sie wären dünner, spezifisch leichter, und könnten folglich einander ungleich näher sein, ohne daß darum die ganze Masse ein ungewöhnlich größeres oder überall nur ein größeres spezifisches Gewicht zu zeigen brauchte. Allein damit streitet der Umstand, daß solche undurchsichtige Körper mit anderen oft chemische Verbindungen eingehen, wodurch sie vollkommen durchsichtig werden, ohne daß ihre Dichtigkeit sich in einem auffallenden Grade verminderte, oder daß überhaupt nur der neu gebildete Körper eine geringere Dichtigkeit besäße, als das arithmetische Mittel aus den spezifischen Gewichten seiner Bestandtheile angiebt. Vielleicht findet sogar noch öfter das Gegentheil Statt. Aber auch noch manche andere Gründe würden die aufgestellte Annahme verbieten.

Die Atomistiker nehmen nun bei durchsichtigen Körpern noch eine eigenthümliche, d. h. eine in ihrem substanziellen Wesen begründete Anziehung gegen das Licht an, welche haupt-

sächlich seinen Durchgang durch dieselben befördern soll. Allein es ist schwerlich zuzugeben, daß auch diese Annahme zur Erklärung des Phänomens ausreiche, wenn man nicht immer noch gerade offene Poren nach unzählig vielen Richtungen in den durchsichtigen Körpern voraussetzen will, durch welche sich das Licht ohne Anstoß fortbewegen kann, und wenn man nicht den undurchsichtigen im Gegensatz zu jener Anziehungskraft eine Abstoßungskraft gegen das Licht zuzuschreiben geneigt ist. Da man nämlich keinen Grund hat, die undurchsichtigen Körper im Allgemeinen für weniger porös zu halten, als die durchsichtigen, so sieht man nicht ein, weßhalb nicht alle Körper einen gewissen Grad von Durchscheinheit zeigen. Bei so unverhältnißmäßig großen leeren Zwischenräumen, wie man zur Erklärung der Durchsichtigkeit in den Körpern anzunehmen gezwungen ist, muß die Gruppirung der kleinen Massentheilchen so gut wie allen Einfluß verlieren, und kann nicht das eine Mal den Durchgang des Lichtes gänzlich verhindern, wenn sie im anderen Falle nicht einmal eine merkliche Ablenkung von seiner geradlinigen Bahn, und das in keiner einzigen Richtung, zu bewirken im Stande ist. Und doch reflectiren viele Körper so gut wie alles auf sie fallende Licht und lassen wenigstens keine Spur davon durch sich hindurch. Vor dem leeren Zwischenraume wird aber das Licht nicht zurückfahren. Soll man also bei undurchsichtigen Körpern eine Repulsivkraft gegen das Licht voraussetzen, und zwar eine solche, die auf Entfernungen, mindestens auf die Hälfte ihres Atomen-Abstandes, thätig ist? Abgesehen auch von dem Widerwärtigen, welches die Annahme von Repulsivkräften in der Natur für den besonnenen Forscher hat, der sich nicht gern gleich durch die Schöpfung einer schnell fertigen Kraft aus jeder Verlegenheit zieht, so wird schwerlich eine sorgfältige Prüfung einer größeren Summe von Erfahrungen über die Gesetze der Lichterscheinungen dieser Annahme Glauben verschaffen. Einige andere Bedenken, welche sich gegen ihre Wahrheit aufwerfen ließen, werden besser erst an einer späteren Stelle Platz finden; erlauben wir uns hier nur auf folgenden Umstand aufmerksam zu machen.

Manche vollkommen undurchsichtige Körper, wie so viele Metalle, erlangen in Verbindung mit anderen mehr und min-

der durchsichtigen Substanzen, als z. B. dem Sauerstoff, Säuren, dem Schwefel u. s. w., oft hohe Grade von Durchscheinheit. Die bis jetzt bekannt gewordenen Grundlagen aller Erden sind undurchsichtig; die Mehrzahl der Salze ist durchsichtig. Die Schwefelmetalle, wie z. B. die Blende, das Rothgiltigerz u. a. sind oft durchsichtiger, als der Schwefel selbst. Darf man sich aber wol vorstellen, daß jenen undurchsichtigen Körpern durch bloße Zwischenstellung von Atomen durchsichtiger Körper (wie die Atomistiker chemische Combinationen erklären) ihre abstoßende Kraft gegen das Licht genommen werde? Und in welchem Verhältniß sollen diese anziehende und abstoßende Kraft tastbarer Materien gegen das Licht ihrer Stärke nach zu einander gedacht werden, wenn man erwägt, daß sowohl geringe Beimischungen durchsichtiger Körper großen Massen undurchsichtiger Substanzen ihre Durchscheinheit mitzutheilen vermögen, als auch umgekehrt, daß oft ein sehr unbedeutender Zusatz einer undurchsichtigen Materie große Mengen sonst vollkommen durchsichtiger Körper ihrer Durchscheinheit beraubt? Die erste Wirkung hat bekanntlich in vielen Fällen das sogenannte Krystallisationswasser, und die zweite Erscheinung zeigt sich im Mineralreich sehr häufig und auffallend bei den Beimischungen von Kohle, Chlorit ꝛc. in äußerst geringen Mengen zu den wasserhellsten Substanzen. Darf man sich nun aber wol vorstellen, daß diese wenigen fremdartigen Atome der ohne Verhältniß größeren Anzahl von Atomen der anderen Art, zwischen welche sie sich vertheilen, im ersten Falle die abstoßende, im zweiten Falle die anziehende Kraft gegen das Licht gänzlich zu nehmen im Stande sein sollen? Wenn z. B. 1/100 Kohle einer sonst durchsichtigen Substanz beigemischt ist, und dieselbe durchaus undurchsichtig macht, kann man annehmen, wofern einmal die Gewichte einzelner Atome beider Körper als gleich gedacht werden, daß je ein Atom Kohle seine hundert Nachbaren ihrer Anziehungskraft gegen das Licht beraube?

Nachdrücklicher jedoch, als durch die bisher angeführten Gründe, wird die atomistische Erklärung der Durchsichtigkeit durch die Betrachtung solcher Veränderungen angegriffen, welche im Zustande der Durchscheinheit von Körpern vorgehen, ohne daß man andere als bloß mechanisch wirkende Kräfte für die

Ursache derselben zu halten berechtigt wäre. Es ist eine bekannte Thatsache, daß nicht bloß die Licht-Reflexion, sondern auch die Durchscheinheit der Körper durch die Politur ihrer Oberflächen erhöht wird. Diese Politur bewirkt aber nichts weiter, als größere Regelmäßigkeit und Glätte der Oberfläche, so wie größere Dichtigkeit und Continuität der an ihr liegenden Theile: nach der atomistischen Vorstellung wird sie in einem näheren Zusammenrücken der an der Oberfläche befindlichen Atome bestehen. Sollte nun auch eine vermehrte Zurückwerfung des Lichts als eine natürliche Folge hiervon angesehen werden können; so würde man sicherlich, ohne den Ausspruch der Erfahrung zu fragen, mit eben so großem Rechte auf eine verminderte Durchsichtigkeit des polirten Körpers geschlossen haben. Wollte man auch einwenden, daß in dem Maße, wie die Atome in einer Fläche mehr zusammengedrängt würden, auch die Summe ihrer Anziehungskräfte gegen das Licht sich vergrößern müsste; so wird man dagegen auch nicht läugnen können, daß zugleich in eben dem Maße die Freiheit, diese Kräfte in Ausübung zu bringen, beschränkt werde. Es bleibt aber nach der atomistischen Ansicht immer die wesentlichste Bedingung der Durchsichtigkeit eines Körpers, daß das Licht zwischen den leeren Zwischenräumen seiner Materie einen ungehinderten Durchgang finde. Werden also jene verengt, so kann alle verstärkte Anziehungskraft kein reichlicheres Durchströmen des Lichtes bewirken, da sie, auch nach dem Zeugnisse der Atomistiker, [wegen der angeblichen Verzögerung beim Austritte aus einem durchsichtigen Medium *)] keine Vermehrung seiner Geschwindigkeit hervorzubringen vermag.

Einen ganz ähnlichen Einfluß, wie die Politur der Oberfläche, hat in vielen Fällen die Benetzung durchscheinender Körper mit einer Flüssigkeit. Hydrophan, matt geschliffenes Glas und andere durchsichtige Körper mit matter Oberfläche erlangen durch Benetzung mit Wasser höhere Grade von Durchsichtigkeit. Man wird aber schwerlich in Abrede stellen, daß durch das Eindringen des Wassers in die Poren an der rauhen Oberfläche

*) Vergl. Biot's Experimental-Physik, übers. von Fechner. 2te Aufl. Bnd. IV. S. 200.

die Continuität derselben vermehrt, folglich die Zahl angeblicher Oeffnungen, durch welche das Licht hindurchgleiten könnte, vermindert werde.

Wird nun aber der Fall umgekehrt, so erscheint die atomistische Theorie der Durchsichtigkeit noch weniger haltbar. Sehr viele Körper besitzen als zusammenhängende, anscheinend stetige Massen, im dichtesten Zustande, z. B. als Krystalle sehr hohe Grade von Durchsichtigkeit, und wenn sie aufgelockert werden, im zerpulverten Zustande, zeigen sie sich vollkommen undurchsichtig, meistens weiß, ja, wenn man den Diamant und das reinste Kohlenpulver, wie es sich z. B. bei der unvollkommenen Verbrennung des ölbildenden Gases ausscheidet, für eine und dieselbe Substanz halten darf, selbst schwarz. Beispiele für die erste Erscheinung liefern der Gyps, der kohlensaure Kalk, die Kieselerde und so viele andere Körper, welche im krystallinischen Zustande vollkommen wasserhell sind und ein weißes, undurchsichtiges Pulver geben. Das feste Eis ist klar und hell, der lockere Schnee blendend weiß. Das klarste Wasser giebt, vom Wellenschlage gepeitscht, einen weißen Schaum, und im Fallen an einem Felsen zerstäubt, verwandelt es sich in einen undurchsichtigen Nebel, den Wolken ähnlich. — Nun soll aber das Atom durch physische Kraft wenigstens unantastbar sein; natürlich muß es seine Oberfläche gleichfalls sein; denn Aenderung in den Beschaffenheiten der Oberfläche setzt das Eindringen eines fremden Körpers, ein Trennen und Abreißen von Theilen voraus. Die feinsten mechanischen Zerstückelungen, die gewaltsamsten Zerreibungen der Materie lassen folglich das einzelne Atom in allen seinen Eigenschaften, mithin auch in seinem Verhalten gegen das Licht ungeändert. Müsste nicht demnach die Zerpulverung oder Zerstäubung durchsichtiger Körper den Grad ihrer Durchscheinheit noch erhöhen, anstatt dieselbe gänzlich zu vernichten? Wird doch die Zahl und die Weite der Oeffnungen, welche dem Lichte freien Durchgang verstatten, dadurch vergrößert, und die Natur der sie begrenzenden Atome, deren Anziehungskraft vorher diesen Durchgang befördern sollte, nicht verändert. Woher kommt nun auf Einmal die weiße Farbe des Pulvers, wenn nicht von den wägbaren Atomen? und doch sind diese noch ganz dieselben. Wie

läßt sich's überhaupt als möglich denken, daß ein durchsichtiger Körper durch das Aufreißen oder Auflockern seiner Oberfläche die Durchscheinheit verliert, da die Oberflächen der Atome, welche die seinige constituiren, nicht verletzt werden können? Man findet oft in demselben Krystall, z. E. beim Kalkspath, verschiedene Zonen, welche durch die Grade ihrer Durchscheinheit gegen einander abstechen. Stets aber ist die vollkommnere Durchsichtigkeit mit der größeren Dichtigkeit gepaart, und wie diese abnimmt, wird auch jene geringer. Aus der atomistischen Ansicht würde schlechterdings das Gegentheil folgen müssen.

§. 32.

Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Lichtreflexion.

Eben so wenig, wie die Erscheinungen der Durchsichtigkeit, vertragen sich auch die Gesetze der Zurückwerfung und Brechung des Lichtes mit der atomistischen Theorie. — Es ist ein anerkanntes, unter allen Umständen bestätigtes Gesetz, daß ein Lichtstrahl von einer Spiegelfläche unter demselben Winkel, unter welchem er auffällt, und in einer Ebene zurückgeworfen wird, die durch seine eigene Richtung und ein Loth, auf jener Fläche im Einfallspunkte errichtet, bestimmt wird. Falls jene Fläche eine gebogene ist, muß man sich das Perpendikel auf einer Ebene errichtet denken, welche sie in dem angegebenen Punkte berührt.

Denkt man sich nun die Atome, wie es von den Atomistikern fast allgemein angenommen wird, sphäroidisch begrenzt, so ist es nur der höchste Scheitel jedes einzelnen, in die scheinbare Oberfläche des Körpers hineinragenden Atomes, der eine Lichtreflexion, dem beobachteten Gesetze gemäß, bewirken kann. Denn was unser blödes Auge für die stetige Grenze des Körperlichen hält, ist nach den Berichtigungen der Atomistiker nur eine eingebildete Fläche, welche sämmtliche äußerste Punkte der in der Grenzschichte liegenden Atome berührt. Es ist aber klar, daß selbst bei der Voraussetzung, diese Atome wären nicht durch weite Zwischenräume von einander getrennt, noch sehr viele andere Punkte ihrer Oberfläche, welche abwärts von dem höchsten Scheitel liegen, gleichzeitig mit diesem von den auffallenden Lichtstrahlen getroffen werden, und dieselben nach dem

angeführten Gesetze zurückwerfen müssten. Wird aber dieses zugegeben, so ist gar nicht zu läugnen, daß das Bild eines leuchtenden Punktes, welches von einer Spiegelfläche reflectirt wird, auch in solchen Richtungen sichtbar sein müsste, welche den Richtungen der einfallenden Strahlen entgegengekehrt sind, dergestalt, daß diese durch eine rückgängige Bewegung von der Spiegelfläche zu dem Auge des Beobachters zurück zu gelangen scheinen würden. So wenig aber dieses jemals bemerkt worden ist, so wenig wird man das Gesetz der Spiegelung bestreiten können, und so lange man nicht in Abrede stellt, daß die einzelnen Atome demselben unterworfen sind, oder nicht erklärt hat, daß die Gesammtwirkung der an der scheinbaren Oberfläche eines Körpers befindlichen Atome vollkommen eben so beschaffen sein könne und müsse, oder doch wenigstens für unsere Wahrnehmung das Ansehn habe, als rühre sie von einer wirklich stetigen Masse her, die durch jene Fläche auch wirklich stetig begrenzt wird, so lange bleibt das Phänomen der Lichtreflexion eine handgreifliche Widerlegung der atomistischen Hypothese.

Welche Gestalt man auch den Atomen andichten mag, wenn sie dadurch verhindert werden, so zusammenzutreten, daß ihre Oberflächen als integrirende Theile der beobachteten Spiegelfläche eines Körpers erscheinen, so werden immer die vorhin aufgestellten Schlüsse und die darauf gestützten Behauptungen giltig bleiben. Daß die Construction der Körper aus geradflächig begrenzten Atomen mit dem Gesetze der Lichtreflexion nothwendig in Widersprüche gerathen müsse, ist schon bei einer früheren Gelegenheit gezeigt. Es ist aber nicht schwer zu begreifen, daß sich überhaupt jede Annahme isolirter Massentheilchen, aus denen sich wahrnehmbare Körper zusammensetzen sollen, in ähnliche Widersprüche verwickeln müsse, wenn man nicht die Gestalt derselben veränderlich sein lassen will. Man bedenke nur, daß sich an einem Körper, wenn er überall der Politur fähig ist, in jeder beliebigen Richtung eine Spiegelfläche künstlich darstellen lässt. Wie man sich dann auch die Gruppirung abgesonderter Theilchen in Beziehung auf gewisse feste Dimensionen im Körper vorstellen mag, da man seiner spiegelnden Oberfläche jede willkürliche Neigung gegen eben diese

Dimensionen geben kann; so ist keine Gestalt der Atome erdenkbar, welche zu allen diesen darstellbaren Spiegelflächen einen Theil ihrer eigenen Oberfläche als Element hergäbe.

Biot sucht nun eben auf die Art, welche vorhin als der einzig mögliche Ausweg bezeichnet wurde, den Schwierigkeiten, welche sich gegen die atomistische Theorie der Lichtreflexion erheben, dadurch abzuhelfen, daß er sich die Annahme erlaubt, die Lichtstrahlen erreichen nicht die wirkliche Spiegelfläche der Körper, sondern werden schon in einiger Entfernung von derselben durch eine Kraft, über deren Wesen er sich jedoch vorläufig nicht ganz bestimmt erklärt, zur Rückkehr gezwungen *). Er sagt späterhin, daß sich diese Kraft, im Einklange mit den Erscheinungen, sehr wol als eine abstoßende vorstellen lasse, und eine große Analogie mit der Haarröhrchenkraft verrathe, insofern sie nur auf unmerkliche Abstände eine merkbare Wirkung hervorzubringen vermöge. Er sieht sich zu dieser Hypothese gezwungen, weil die Dimensionen der Rauhigkeiten, welche auch die beste Politur auf der Oberfläche spiegelnder Körper noch zurücklassen müsse, im Verhältniß gegen die äußerste Feinheit der Lichttheilchen stets als zu groß anzusehen wären, um die Lichtreflexion nach den Gesetzen der Zurückwerfung elastischer Körper erklären zu können.

Es ist hier nicht der Ort, die Frage näher zu beleuchten, inwiefern es durch die von Biot beigebrachten Gründe versagt sei, selbst auch nur einzelne Theile polirter und spiegelnder Flächen für absolut glatt oder eben zu halten. Folgen wir ihm vielmehr zur Beantwortung eines Einwurfs, den er selbst aus der Theorie der Lichtbrechung gegen die frühere Annahme einer Repulsivkraft wägbarer Materien gegen das Licht hernimmt. Zur Erklärung der Brechung des Lichtes in durchsichtigen Körpern muß offenbar eine Anziehungskraft derselben gegen das Licht vorausgesetzt werden. Durchsichtige Körper, deren Oberfläche spiegelt, üben also zu gleicher Zeit zwei durchaus entgegengesetzte Kräfte gegen das Licht aus. Der Wider-

*) Biot's Experimental-Physik, übers. v. Fechner. Bnd. IV. S. 247 ff. — Auch ältere Naturforscher, wie z. B. schon der unsterbliche Newton, stellten diese Ansicht auf.

spruch, welcher hierin liegt, soll nach Biot gleichwohl nur scheinbar sein. „Vielleicht — so heißt es a. a. O. S. 293 — befinden sich die Lichttheilchen, welche zurückgeworfen werden, nicht in dem nämlichen physischen Zustande oder unter den nämlichen Umständen der Bewegung, als diejenigen, welche die Brechung erleiden; und die Möglichkeit einer solchen Verschiedenheit reicht hin, die Nothwendigkeit eines Widerspruchs zwischen den beiden entgegengesetzten Folgerungen aufzuheben, die wir aus den Erscheinungen in Bezug auf diese beiden Zustände der Theilchen ziehen; denn wirkt ein Körper A auf irgend eine Weise auf einen anderen Körper B, so hängt diese Wirkung nicht bloß von dem Zustande und der Beschaffenheit A's, sondern auch von dem Zustande und der Beschaffenheit B's ab." Die Annahme dieser Verschiedenheit in dem physischen Zustande der Lichttheilchen wird nun, wie zu erwarten stand, in Zusammenhang mit den Erscheinungen der Lichtpolarisation gebracht. Wie richtig aber auch jene allgemeine Bemerkung an sich sein mag, so scheint uns doch ihre Anwendbarkeit auf den gegenwärtigen Fall mehr als zweifelhaft.

Es ist gewiß, daß man sich jede materielle Wirksamkeit als wechselseitig, als die Fähigkeit zweier Materien, einander in ihren Zuständen zu bestimmen, vorstellen muß. Wenn aber nur der eine Theil eine wirkliche Veränderung erfährt, so sehen wir das als den Erfolg einer überlegenen Kraftäußerung von der anderen Seite an, und diese beherrscht die Erscheinung. Man kann sich in diesem Falle den Ueberschuß an freier Thätigkeit der einen Materie, welche über die Rückwirkung der anderen den Sieg davon trägt, als den alleinigen Grund oder das Bedingende in der Erscheinung vorstellen. Unstreitig muß man aber bei den Erscheinungen der Lichtbrechung der Anziehungskraft der wägbaren Materie die Ueberlegenheit zugestehen; und soll die Zurückwerfung des Lichtes durch eine Sollicitation desselben schon in einiger Entfernung von der Spiegelfläche bewirkt werden, so kann abermals, da das Licht die Bewegung erfährt, der spiegelnde Körper aber in Ruhe bleibt, der Grund davon nur in einer vorherrschenden Thätigkeit des letzteren gesucht werden. Es bedarf aber nur geringen Nachdenkens, um sich zu überzeugen, daß es schlechterdings un-

möglich sei, die Lichtreflexion unter allen Umständen durch eine bloß modificirte Thätigkeit einer Anziehungskraft, die dem wägbaren Körper zugeschrieben wird, zu erklären; man muß vielmehr im geraden Gegensatz von dieser eine Repulsivkraft als Grund und Ursache jenes Phänomens annehmen.

Man legt also dem durchsichtigen Körper, welcher das Licht zugleich bricht und zurückwirft, in Beziehung auf dasselbe, zwei einander gerade entgegengesetzte Kräfte bei. Will man nun durch besondere Modificationen in Stellung oder Bewegung der Lichttheilchen die Möglichkeit einer gleichzeitigen Aeußerung dieser beiden Kräfte erklären, so kann damit nur gesagt sein, ein Theil des Lichtes werde durch seine Eigenthümlichkeiten vor den Einwirkungen der einen Kraft sicher gestellt, während es dem Einflusse der anderen gehorche, mit dem übrigen Theile hingegen verhalte es sich umgekehrt. Nun ist aber kein Grund vorhanden, die so unterschiedenen Theile des Lichtes auch für wesentlich oder substanziell verschieden zu halten; vielmehr stimmen alle Erfahrungen, Beobachtungen und Versuche darin überein, daß man alles Licht in jedem andern Betracht für durchaus gleichartig zu halten berechtigt sei — indem ja auch solche Erscheinungen, welche in gewissen Beziehungen auf eine entgegengesetzte Natur des Lichtes schließen lassen, wie die Phänomene der Lichtpolarisation, für jeden der beiden (polarisch) entgegengesetzten Lichtströme auf ganz gleiche Weise sich ereignen, sobald man ihre Relationen gegen die spiegelnde oder brechende Fläche vertauscht. Wenn also auch nach jener Erklärung ein Theil des Lichtes (vermöge seiner eigenthümlichen Disposition) *nur* den Einfluß der anziehenden, der andere dagegen *nur* den Einfluß der abstoßenden Kraft des durchsichtigen Körpers erfahren soll; so bleibt die Hypothese doch immerhin gezwungen, *beide* Kräfte in diesem Körper als gleichzeitig vorhanden anzunehmen. Man setzt also doch immer die gleichzeitige Thätigkeit zwei einander geradezu entgegengesetzter Kräfte in derselben Substanz und gegen dieselbe Substanz als möglich voraus, und eben darin liegt der nicht zu hebende Widerspruch.

Es stellen sich aber auch noch andere Bedenken der Annahme einer Repulsivkraft zur Erklärung der Zurückstrahlung des Lichtes entgegen. Man behauptet, diese Kraft könne nur auf un-

merkliche Abstände bemerkbare Wirkungen äußern. Man darf also mit Recht fragen, ob sich alsdann nicht ihr Wirkungskreis von jedem Punkte in der Oberfläche des wägbaren Körpers aus, worin sie ihren Sitz hat, bis auf gleiche Weite erstrecke. Wird dieses zugegeben, so hat man sich die Fläche, an welcher die Zurückwerfung des Lichtes erfolgt, in genauem Parallelismus mit der wirklichen Oberfläche des spiegelnden Körpers zu denken. Soll aber diese so uneben und unterbrochen sein, wie die Atomistiker es behaupten, so müsste ihr nach jener Voraussetzung die Grenze, wo sich die Repulsivkraft äußert, in allen ihren Unregelmäßigkeiten stets auf gleichen Abstand folgen, und die Schwierigkeiten, welche man aus diesem Umstande für die Erklärung der Regelmäßigkeit in der Zurückstrahlung des Lichtes hernahm, bleiben dieselben. Will man sich aber die Vorstellung erlauben, der Wirkungskreis jener Repulsivkraft begrenze sich nur im Allgemeinen nach den Umrissen des Körpers, von welchem sie ausgeht, seine äußerste Fläche gleiche also die kleineren Unebenheiten in der Oberfläche des letzteren aus, so ist das eine rein willkürliche Annahme, welche lediglich in sich selbst ihren Grund suchen muß. Man müsste alsdann die Weite der Entfernung, in welcher die unregelmäßigen Körpertheilchen oder Atome an der Oberfläche ihre Repulsivkraft gegen das Licht ausüben, im Verhältniß zu ihren eigenen Dimensionen als ziemlich groß annehmen; aber weder über diese Dimensionen der Rauhigkeiten polirter Flächen, noch über den Abstand, in welchem die Lichtstrahlen zur Rückkehr von derselben gezwungen werden sollen, belehrt uns die sinnliche Wahrnehmung. Und auch dieses wieder zugestanden, unterliegt es nicht geringem Zweifel, ob man sich in dieser mehr ausgeglätteten Grenzfläche für die Wirkungen der Repulsivkraft, ungeachtet sie an verschiedenen Stellen ungleichen Abstand von dem Sitze der Kraft hat, dennoch die Intensität derselben als gleich, mithin ihre Wirksamkeit als völlig gleichförmig vorstellen dürfe. Man sollte aber meinen, ein jeder Lichtstrahl werde immer nur durch eine gleich starke Gewalt zur Rückkehr vermocht, er müsse sich also, um von demselben Körper zurückgeworfen zu werden, seiner Oberfläche in jeder Richtung bis auf denselben Abstand angenähert haben.

Nicht ohne Grund bemerkt auch schon Kries (in seinem höchst schätzbaren Lehrbuche der Physik, 4te Aufl. Jena 1827. S. 190 u. 191) gegen die Newton'sche Theorie der Zurückstrahlung, daß, wenn dieselbe durch eine abstoßende, auf Entfernungen wirkende Kraft hervorgebracht würde, »auch schon eine mittelmäßige Politur hinreichend sein müsste, uns vollkommnere Spiegel zu verschaffen, als wir jetzt wirklich haben, — da doch auf eine gute Politur bekanntlich sehr viel ankomme.« Nur ist mit den Atomistikern schlimmes Streiten, wenn es auf die Verhältnisse unter den Dimensionen ihrer letzten körperlichen Theile ankommt. Sehr wahr fährt darauf Hr. Professor Kries a. a. O. also fort: »Wenn also auch nicht die ganze Oberfläche des Spiegels durch die Politur vollkommen glatt wird, so können doch die meisten Theile derselben die zur regelmäßigen Reflexion erforderliche Lage bekommen. Die übrigen Theile verwerfen das Licht. Bekanntlich geht aber auch bei den besten Spiegeln immer ein Theil des Lichtes durch die Reflexion verloren. Dieser Verlust ist kaum begreiflich, wenn das Licht durch eine zurückstoßende Kraft reflectirt werden soll. Denn woher kommt es, daß einiges Licht die Oberfläche des Körpers erreicht und von ihm verschluckt wird, da doch die zurückstoßende Kraft gleichförmig über die Oberfläche verbreitet ist (sein soll), und das Licht mit gleicher Stärke auffällt?«

Wir fügen dieser Frage noch eine andere hinzu, welche damit in nahem Zusammenhange steht. Die Kraft, das Licht zurückzuwerfen, kommt vorzugsweise den undurchsichtigen Körpern zu. So lange deren Oberfläche matt ist, bestimmen sie die Farbe des zurückgeworfenen, rund um sie her zerstreuten Lichtes; wenn aber ihre Oberfläche polirt ist, so strahlen sie das auffallende Licht entweder farblos oder mit der ihm schon vorhin eigenthümlichen Farbe zurück, ohne selbst noch einen Einfluß auf dieselbe geltend zu machen. Woher aber dieser Unterschied, wenn in beiden Fällen das Licht durch eine auf Entfernungen wirkende Kraft, nur regelmäßiger das eine als das andere Mal, zurückgeworfen wird? Wie kann ein Körper die Fähigkeit, das Licht zu färben, durch bloß mechanische Politur der Oberfläche verlieren? Unmöglich kann man doch annehmen, eben durch diese Politur werde die Kraft des Körpers, das Licht

schon in einigem Abstande von seiner Oberfläche zurückzuwerfen, erst rege gemacht.

Noch ein Phänomen verdient bei dieser Gelegenheit beachtet zu werden, um beurtheilen zu können, ob die Annahme einer Repulsivkraft zur Erklärung der Lichtreflexion zulässig oder auch nur zureichend sei. Wenn Licht in einen durchsichtigen Körper eingedrungen ist, so wird ein Theil desselben auch von der Austrittsfläche nach denselben Gesetzen zurückgeworfen, wie von der Eintrittsfläche, und zwar nicht bloß bei solchen Neigungen der Lichtstrahlen gegen diese Fläche, wo schon das Brechungsvermögen des dichteren Körpers die Refraction in Reflexion verwandelt. Von der Anziehungskraft des durchsichtigen Körpers kann aber diese innere Spiegelung nicht herrühren, denn sie bewirkt die Brechung des austretenden Lichtstroms, von der Repulsivkraft des umgebenden Mittels eben so wenig, denn diese müsste von der entgegengerichteten stärkeren Repulsivkraft des dichteren Mittels überwogen werden, und überdieß findet die Erscheinung auch bei einem durchsichtigen Körper im luftleeren Raume Statt; es ist also bloß noch die Annahme möglich, jene über die ganze Grenze des Körpers verbreitete Repulsivkraft wirke nicht bloß nach außen, sondern auch nach innen. Befindet man sich aber in diesem Falle nicht wiederum in der Nothwendigkeit, einer mathematischen Fläche eine physische Kraft beizulegen? Denn wo anders als in einer Fläche soll der Sitz einer Kraft sein, die von der Grenze eines Körpers sowohl nach außen wie nach innen wirkt? Und könnte man nun, wofern man Biot's Hypothese folgt, nicht wieder einwenden, daß alles Licht, welches in den durchsichtigen Körper eingedrungen ist, nach seiner Ansicht sich nunmehr in denjenigen Zuständen befinden müsse, wo es bloß noch den Einfluß anziehender Kräfte erfahren könne. Denn derjenige Lichttheil, welcher vermöge seiner Natur der abstoßenden Kraft des Körpers preisgegeben werden soll, ist bereits an der Eintrittsfläche ausgesondert. Soll nun etwa während des Durchganges durch den durchsichtigen Körper ein Theil des Lichtes wieder die entgegengesetzte Natur annehmen? Wenn man auch aus dem krystallinischen Gefüge starrer Körper für diese Meinung einige Scheingründe herbeizuholen sich versucht halten könnte,

so werden diese doch durch die einfache Thatsache schon wieder unbrauchbar gemacht, daß auch der flüssige Körper das Phänomen einer Lichtspiegelung auch nach der Innenseite seiner Oberfläche auf das Unzweideutigste zeigt.

Soll man nun etwa die Annahme einer auf Entfernungen wirkenden Repulsivkraft der wägbaren Materie gegen das Licht gänzlich aufgeben und wieder zu der sich zunächst darbietenden Vorstellung zurückkehren, daß bloß diejenigen Lichtstrahlen reflectirt würden, welche wirklich auf die undurchdringlichen Atome der Materie stoßen? — Abgesehn von den Einwürfen, welche wir dieser Ansicht schon früher entgegengestellt haben, dürfen wir in dieser Voraussetzung einen Umstand nicht vergessen, der augenblicklich seine volle Kraft als Gegengrund wieder gewinnt, sobald man die Annahme einer Repulsivkraft fahren läßt, deren Wirksamkeit in Vergleichung mit den eigenen Dimensionen der Atome auf sehr beträchtliche Abstände sich erstreckt. Die Atomistiker haben aus mancherlei Gründen ihre Atome in weite Entfernungen aus einander gerückt. Welche Ursache folglich auch übrigens die Zurückstrahlung bewirken möchte, wenn nur nicht eine auf beträchtliche Entfernungen wirksame Kraft, müßte nun nicht wenigstens der durchsichtige Körper das Licht nicht bloß von seiner Oberfläche, sondern auch aus seinem Innern reflectiren? Man wird nicht behaupten, daß die Atome sich auf den Grenzen desselben so viel dichter angehäuft hätten, um jede Spiegelung aus dem Innern durch die kräftigere der Oberfläche dem Auge unbemerklich zu machen. Da nun nach allen Richtungen Lichtstrahlen in den durchsichtigen Körper eindringen, folglich auch im Innern desselben auf wägbare Atome treffen und von diesen, wie von den äußersten, reflectirt werden müßten, und da ihnen durch die leeren Zwischenräume der Austritt aus dem Körper in eben so vielen Richtungen gestattet bleiben muß als der Eintritt; so müßte das Bild eines Gegenstandes, der sich in der Oberfläche eines durchsichtigen Körpers abspiegelt, von jeder tiefer liegenden Atomenschichte, obgleich immer dünkler, auf ähnliche Weise zurückgeworfen werden. Unseres Dafürhaltens kann dieser Schluß auch nicht dadurch entkräftet werden, daß man vielleicht ein Gleichgewicht der Sollicitationen, welche der Lichtstrahl im Innern eines Kör-

pers von allen umgebenden Atomen erfährt, eine präſtabilirte gegenſeitige Ausgleichung derſelben vorſchützt, wodurch jene inneren Reflexionen verhindert würden. Denn indem die Lichtſtrahlen nach allen Richtungen zwiſchen den iſolirten Maſſentheilchen hindurchgleiten, müſſen ſie auch bei der ſymmetriſchſten Stellung der letzteren zum Theil auf ſolche wägbare und undurchdringliche Atome ſtoßen, oder wofern dieſe auch in einige Ferne eine Wirkung, welcher Art ſie übrigens auch ſei, auf ſie ausüben, in den Wirkungskreis der näher gelegenen gerathen, ſo daß ſie ſich dem Einfluſſe derſelben, gerade als ob er allein, höchſtens nur in geringerem Grade, als außer aller Verbindung thätig wäre, ausſchließlich fügen müſſen.

Die Natur ſelbſt giebt einen ſehr augenſcheinlichen Beleg dafür, daß wirkliche innere Trennung körperlicher Theile, und wäre es auch nur auf einen unmeßbaren Abſtand, ſtets eine Lichtreflexion zur Folge hat. Es iſt ein weſentlicher, der Beachtung nie genug zu empfehlender Unterſchied zwiſchen dem Blätterdurchgange und der Abſonderung durchſichtiger Subſtanzen, daß den Flächen des erſteren die Eigenſchaft, zu ſpiegeln, fehlt — verſteht ſich, ſo lange ſie nicht durch wirkliche Spaltung zu Außenflächen gemacht ſind —, während die letztere dieſe Eigenſchaft immer beſitzt. Mag nun auch die Berührung der abgeſonderten Stücke noch ſo enge, der Sprung oder Riß in einem durchſichtigen Körper noch ſo fein ſein, daß es Thorheit heißen würde, ſeine Dicke beſtimmen zu wollen, das Daſein einer wirklichen Trennung, die Discontinuität der Materie verräth ſich augenblicklich durch die Lichtreflexion auf der Abſonderungsfläche. Der Abſtand beider Grenzen einer ſolchen Abſonderung von einander iſt nun eben ſo gut unmeßbar, als der vorgebliche Abſtand zwiſchen den problematiſchen Atomen der Körper. Wenn aber die Natur eine wirkliche Aufhebung des inneren Zuſammenhanges eines Körpers durch die Aenderung ſeiner phyſiſchen Eigenſchaften an den Grenzen — denn nicht bloß in dem Verhalten gegen das Licht, ſondern auch noch in mancher anderen Hinſicht zeigt ſich dieſer Einfluß aufgehobener Continuität — ſelbſt dann noch bezeichnet und erkennbar macht, wenn ſchon die Unterſcheidung doppelter Grenzen der ſinnlichen Wahrnehmung und Meſſung unmöglich fällt; mit welchem

Rechte darf man dann das Verschwinden der Wirkung annehmen, wenn ihre Ursache nur durch eine willkürliche Voraussetzung noch einen erdichteten und bloß vorstellbaren Schritt weiter aus dem Gebiete des Wahrnehmbaren entrückt wird? Die Natur geleitet hier unsere Schlüsse gleichsam noch über die Schwelle, bis zu welcher sie von der Erkennung des Körperlichen, also nach drei Seiten im Raum Ausgedehnten geführt werden konnten: wer also folgerecht weiter schließen wollte, dürfte die Wirkung nicht aufgeben, die er selbst da noch sieht, wo sich schon die Ursache der Beobachtung entzogen hat, wenn er durch eine eigenmächtige Hypothese diese bloß noch dem Grade nach zu überbieten strebt, und so noch tiefer ins Innere der Natur vorzudringen glaubt.

§. 33.

Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Lichtbrechung.

Was nun die Theorie der Lichtbrechung betrifft, welche Biot und andere Atomistiker aufgestellt haben, die darin nur den Erfolg einer nach mechanischen Gesetzen wirksamen Anziehungskraft erkennen wollen, mit der einzigen Einschränkung, daß dieselbe nur auf unmerkliche Entfernungen wahrnehmbare Wirkungen hervorzubringen vermöge; so scheinen uns dagegen folgende Erinnerungen zulässig zu sein.

Die Theorie nimmt keine Rücksicht auf die Discontinuität der scheinbaren Oberfläche des brechenden Mittels, welche gleichwohl nach der atomistischen Hypothese stets als ein unerlässliches Princip festgehalten werden muß. Nach einer ausdrücklichen Erklärung der Atomistiker sollen aber diese Unregelmäßigkeiten der Oberfläche eines atomistisch construirten Körpers in Vergleichung mit der Feinheit der Lichttheilchen äußerst grob, d. h. von verhältnißmäßig ungleich größeren Dimensionen sein. Die anziehende Kraft gegen das Licht kann nur in den wägbaren Atomen selbst ihren Sitz haben und nicht gleichförmig über die bloß eingebildete Grenzfläche des Körpers, in welche nur einzelne Theile desselben hineinragen, verbreitet sein. Denn die Sphäre ihrer Wirksamkeit erstreckt sich nur auf unendlich kleine Weiten rund um das wägbare Atom, und ihre Stärke muß in sehr raschem Verhältnisse mit größerer Annäherung an

ihren Sitz zunehmen, weil sie sonst auch in größeren, zum wenigsten erkennbaren Abständen merkliche Wirkungen hervorzubringen im Stande sein würde. Müssten nicht also alle jene vorgeblichen Unregelmäßigkeiten in der Gruppirung der Atome selbst noch an polirten Oberflächen bei durchsichtigen Körpern eher eine regellose Verwerfung als die beobachtete regelmäßige Brechung des Lichtes verursachen? Müssten nicht die Lichtstrahlen, welche in den Wirkungskreis dieser unordentlich an der Oberfläche vertheilten oder zusammengehäuften, hier hervorstehenden und an anderen Stellen zurücktretenden Atome gerathen, in gänzlicher Verwirrung nach den verschiedensten Richtungen durch den durchsichtigen Körper hindurchfahren? — Sehen wir doch, daß dem in der That also ist, wenn uns die Unregelmäßigkeiten in der Oberfläche des brechenden Mittels wirklich bemerkbar werden.

Die atomistische Theorie der Lichtbrechung übersieht aber, oder vergisst wenigstens auch noch einen zweiten Umstand, dessen Beachtung sich diese Naturansicht aus anderweitigen Gründen bei allen ihren Erklärungen zum Gesetz machen müsste. Sie denkt sich das brechende Mittel von der Oberfläche an in lauter unendlich dünne, aber in unmittelbarer Berührung mit einander stehende Schichten zerlegt und jede derselben mit einer gleichförmig beschleunigenden Anziehungskraft begabt, indem sie nachher die Willkür dieser Annahme dadurch wieder aufhebt, daß sie die gewonnenen Resultate von der Anzahl jener Schichten unabhängig macht. Allein die Atome, welche den Körper constituiren sollen, werden keineswegs in unmittelbarer Berührung, sondern vielmehr in beträchtlichen Abständen von einander gedacht; folglich kann auch von einer stetigen, mit der Atomenzahl nach irgend einer Richtung hin gleichförmig ab- oder zunehmenden Wirksamkeit derselben in der Art, wie es jene Erklärung voraussetzt, gar nicht die Rede sein. Die Continuität jener Schichten würde ja offenbar der postulirten Undurchdringlichkeit alles Materiellen geradezu widersprechen. Es war also nothwendig, daß die Erklärung von der Vorstellung ausging, jedes Lichttheilchen bewege sich auch im Innern des durchsichtigen Körpers zwischen getrennten Atomen. Alsdann wird man sich aber schwerlich des Schlusses

erwehren können, daß ein Lichtstrahl, welcher bei seinem Eintritte in ein durchsichtiges Mittel von demselben gebrochen wurde, fortan nicht in geradliniger, sondern in krummliniger Bahn durch dasselbe sich zu bewegen fortfahren müsse. Wenn nämlich ein Lichtstrahl schiefwinklig auf die Oberfläche des durchsichtigen Körpers trifft, also von seiner anfänglichen Richtung abgelenkt wird, so muß er während seines Durchganges zwischen den Atomen desselben denen auf der einen Seite näher kommen, als denen auf der gegenüberstehenden Seite. Durch den Ueberschuß der Anziehungskraft, womit ihn aber jene näher liegenden, eben wegen ihrer größeren Nähe, nach sich ziehen, müßte er dann fortwährend von seinem geradlinigen Wege abgelenkt werden, d. h. er müßte sich durch den ganzen Körper hindurch in einer krummlinigen Bahn bewegen. Eine gleichförmige Sollicitation desselben von allen Seiten im Innern dieses bloß aus zerstreuten Theilchen zusammengesetzten Körpers ist aber rein unmöglich.

§. 34.

Einige Erinnerungen gegen die atomistische Theorie der Farbenentstehung.

Zu denjenigen Eigenthümlichkeiten der Körper in Ansehung ihres Verhaltens gegen das Licht, deren Erklärung die atomistische Hypothese sich selbst fast unmöglich macht, gehören nun endlich auch die Erscheinungen der Farbe. Wir beschränken uns auch hier, wie schon bei den vorhergehenden Untersuchungen, auf diejenige Ansicht, welche das Licht für eine eigenthümliche Materie und nicht bloß für eine Erschütterung oder Wellenbewegung eines problematischen Aethers gehalten wissen will — mit einem Worte, wir folgen den Vorstellungen des sogegenannten Emanationssystems, ohne deßhalb eine Rechtfertigung an dieser Stelle für passend oder auch für nöthig zu halten. Wenn nun nach dieser Hypothese die Entstehung der Farben im Allgemeinen durch eine gleichsam chemische Zerlegung des farbelosen Lichtes in seine Bestandtheile erklärt werden soll, wobei der eine oder einige Bestandtheile desselben von dem färbigen Körper verschluckt, absorbirt oder durch Vereinigung mit demselben auf irgend eine Weise der Wahrnehmung des Auges entzogen werden; so läßt sich schon im Allgemeinen eine Wir-

kung dieser Art von bestimmt begrenzten, gegen jede ausser ihnen befindliche Materie undurchdringlichen Atomen, welchen folglich nur noch eine mechanische Wirksamkeit auf die umgebende Materie zugestanden werden kann, nicht allzugut begreifen. Wie kann eine mechanische Kraft einen Lichtstrahl oder ein Lichttheilchen gleichsam so zersplittern, daß einige Ueberbleibsel davon nach ihrer Beweglichkeit und allen übrigen Eigenschaften uns als Licht erkennbar bleiben, während andere vermuthlich in den Zustand der Ruhe versetzt werden sollen, trotz ihrer ungeheuren Geschwindigkeit, und so für die Wahrnehmung verschwinden? Denn wollte man annehmen, jenes verschluckte Licht fahre fort sich zu bewegen, nur in einem Zustande, wo es aufgehört habe, vom Auge empfunden werden zu können, so hieße das, jener Theil des Lichtes habe überall aufgehört Licht zu sein — denn was ist unsichtbares Licht? — folglich eine Substanzveränderung erfahren, und zwar bloß durch mechanische Kräfte wägbarer, in Ansehung ihrer extensiven und intensiven Beschaffenheiten durchaus unveränderlicher Atome. Soll man sich also vorstellen, ein Theil des Lichts werde von dem farbigen Körper zurückgehalten, so fragt man billig, nach welchem Gesetze der Mechanik 1) die bloß einseitige Wirkung einer mechanischen Kraft auf den einen Bestandtheil einer Substanz, während der andere, übrigens ganz unter denselben Umständen, vor ihrem Einflusse geschützt bleibt, und 2) gerade diese Wirkung, daß jener Theil einer wenn gleich noch so dünnen Masse, welche sich mit der größten Geschwindigkeit bewegt, die wir kennen, plötzlich in Ruhe versetzt wird, sei es auch nur durch Analogie erklären lasse.

Wie man sich aber auch die Entstehung des farbigen Lichtes denken mag, so werden sich schwerlich die Erscheinungen des Farbenwechsels bei chemischen Verbindungen mit den Principien der atomistischen Naturansicht vereinbaren lassen. Wenn zwei Substanzen von verschiedenen Farben mechanisch mit einander vermengt, oder die Theile der einen ohne wahre Durchdringung, (wobei sich eine neue, durch ihre Charaktere von den Bestandtheilen gänzlich unterschiedene Substanz erzeugt) zwischen den Theilen der anderen mehr oder weniger fein vertheilt werden, so zeigt der gemengte Körper stets eine Mittelfarbe, welche eben

sowohl durch die Zusammensetzung zweier Lichtströme von der Farbe jener Gemengtheile hervorgebracht werden kann. Wenn dagegen zwei verschiedenartig gefärbte Substanzen chemisch mit einander verbunden werden, so pflegt gemeiniglich die Mischung eine ganz andere, mit der Farbe ihrer Bestandtheile gar nicht einmal verwandte Farbe zu erhalten. Nach der atomistischen Hypothese sind aber Mengung und Mischung höchstens nur nach dem Grade der Feinheit und Regelmäßigkeit in der Zwischenstellung verschiedenartiger letzter Theile oder ganzer Gruppen solcher Theile von einander verschieden. Diese sollen gegen einander undurchdringlich sein und in ihrem substanziellen Wesen für sich durch Nichts verändert werden können. Woher nun gleichwohl die Entstehung einer Farbe des gemischten Körpers, die mit der Farbe seiner Bestandtheile nichts gemein hat? Woher jener auffallende Unterschied in der Färbung gemengter und gemischter Substanzen, zwischen welchen die atomistische Theorie nur einen graduellen, nicht essentiellen Unterschied zulässt? Kann hier ein höherer Grad der Feinheit und Regelmäßigkeit der Vertheilung etwas mehr als eine größere Gleichförmigkeit derjenigen Wirkung, welche die Mengung zweier Stoffe von verschiedenen Farben immer hervorbringt, eine noch innigere Verschmelzung dieser Farben zur Folge haben? Und woher die merkwürdige Erscheinung, daß die wahren Combinationen zweier ganz, oder doch beinahe gleichfarbiger Stoffe mit demselben dritten fast durchgehends abweichende und häufig nicht einmal mit einander verwandte Farben zeigen? daß z. B. — um nur Ein Beispiel statt unzählig vieler anzuführen — Blei und Schwefel im Bleiglanz bleigrau, Quecksilber und Schwefel aber im Zinnober roth gefärbt erscheint? Und woher die noch räthselhaftere Erscheinung, daß dieselben beiden Substanzen, nur in verschiedenen quantitativen Verhältnissen mit einander combinirt, Körper von ganz verschiedenen, ja entgegengesetzten Farben erzeugen? Man denke nur an die Reihen von Oxyden des Eisens, Kupfers und anderer Metalle in verschiedenen Stufen der Oxydation.

Nicht bloß, daß die atomistische Naturansicht, so wenig wie jede andere, diese und ähnliche Erscheinungen nicht zu erklären vermag, sie verhindert auch jede Erklärung derselben dadurch, daß sie keinen wesentlichen Unterschied zwischen Gemeng

und wahrer Mischung oder gegenseitiger Durchdringung der Stoffe einräumt. Indem sie aber bloß eine mechanische Mengung oder Juxtaposition körperlicher Theile für möglich erkennt, ist sie auch gehalten, sich an die Gesetze zu binden, welche die Erfahrung in allen Erscheinungen bestätigt, die eine unzweifelhaft für bloß mechanisch erkannte Stoffzusammensetzung begleiten, und sich ihrer ausschließlich bei der Erklärung der Eigenthümlichkeiten chemischer Verbindungen, höchstens mit graduellen Modificationen, zu bedienen. Man braucht indessen die Anwendung dieser allgemeineren Regel nicht einmal weiter als auf die Erklärung des Verhaltens gemengter und gemischter Körper gegen das Licht auszudehnen, um sich zu überzeugen, wie bald man sie aufzugeben genöthigt sei.

§. 35.

Schlußbemerkungen.

Es würde uns zu weit von dem vorgesetzten Ziele abführen, wollten wir auch noch in anderen Beziehungen die Schwierigkeiten und Widersprüche, worein die Grundsätze der atomistischen Hypothese mit den Erscheinungen der Wirklichkeit verwickelt werden, einer prüfenden Darstellung zu unterwerfen versuchen. Für unsern nächsten Zweck, die Nothwendigkeit einer Abweichung von den Principien der Atomistik zu zeigen, scheint das bisher Gesagte vielleicht mehr als hinreichend.

Kommen wir nun noch einmal auf die Grundidee dieser Hypothese zurück, nach welcher die Materie aus untheilbaren, undurchdringlichen, nach Gestalt und Ausdehnung unveränderlichen, also im unbedingtesten Sinne *starren* Molekülen zusammengesetzt sein soll; so scheint uns keine Frage natürlicher, als die nach dem Grunde dieser Starrheit der letzten Massentheilchen oder nach der Beschaffenheit derjenigen Kräfte, woraus dieselbe entspringt. Die Atomistiker werden antworten, diese Starrheit der Atome sei ursprünglich, sei der Grundzustand der Materie und folglich nicht mehr der Erklärung oder Ableitung aus einfacheren und allgemeineren Eigenschaften der Materie fähig oder bedürftig. Gleichwohl gestehen sie schon dadurch, daß sie alle die Starrheit größerer Massen zu erklären versuchen, wenigstens so viel zu, daß sie die Ableitung dieses

Begriffs im Allgemeinen aus höheren und einfacheren Vorstellungen vom Wesen der Materie weder für überflüssig noch für unmöglich halten. Worauf aber kommen alle diese Erklärungs-Versuche zurück? Auf die ursprüngliche Starrheit der Atome.

Eben darin aber liegt die nie zu rechtfertigende Inconsequenz dieser Naturansicht, daß sie eine Eigenschaft, welche an der größeren Masse wahrgenommen wird und erklärt werden soll, von einem imaginären Elemente derselben schlechthin postulirt, ohne nach dem Grunde, weßhalb sie diesem zukomme, weiter zu fragen. Ein Ueberblick über die vorigen Betrachtungen giebt uns öfter Gelegenheit, zu bemerken, daß die atomistische Theorie häufig nur die Eigenthümlichkeiten des Ganzen und ihnen angepasste Kräfte auf die letzten Theile desselben überträgt und rückwärts durch die Zusammenstellung und Gruppirung so ausgerüsteter Elemente die Erscheinung im Großen zu erklären vermeint. Dadurch aber, daß sie den letzten Grund der Erscheinung in einer mehr oder weniger adäquaten, eigenthümlichen Beschaffenheit der letzten materiellen Theilchen finden will, an welchen sie als etwas schlechthin Gegebenes keiner weiteren Zurückführung auf eine einfache Ursache fähig sein soll, versperrt sie der tieferen Nachforschung über ein allgemeines Princip, aus dem die Mannigfaltigkeit entspringt, gänzlich den Weg. Der Schluß vom Größeren aufs Kleinere und umgekehrt verdient den Namen einer Erklärung nicht, sondern nur durch die Zurückführung einer Mehrheit von Thatsachen auf einen höheren, allgemeineren, folglich einfacheren Begriff, dessen reelles Object immerhin Grund oder Ursache genannt werden mag, kann sich der forschende Geist befriedigt fühlen. — Wenn es denn auch der atomistischen Hypothese gelungen wäre, den tropfbar- und expansivflüssigen Aggregatzustand der Körper mit Hülfe ihrer starren Atome befriedigend zu erklären, so bliebe das Phänomen der Starrheit selbst, seiner grundwesentlichen Beschaffenheit nach, für sie stets doch nur ein unaufgelöstes Problem, eine vollkommene petitio principii.

Schon darin, daß man von den drei Aggregatzuständen der Körper, welche die Natur offenbar, so zu sagen, in gleichen Rang gestellt oder coordinirt hat, dem einen den Vorzug

ertheilen will, der primäre oder ursprüngliche zu sein, um die anderen bloß als Modificationen desselben darzustellen, oder ihm gewissermaßen zu subordiniren, liegt etwas Widerstreitendes, was sich mit einer unbefangenen Auffassung der Natur nicht wohl zusammenreimen läßt. Diesen Mißgriff der atomistischen Lehre gleich in ihren Grundvoraussetzungen hat indessen schon Link in seinen »Ideen zu einer philosophischen Naturkunde« und in seiner Schrift »über Naturphilosophie« auf eine so lichtvolle und überzeugende Weise nachgewiesen, daß es nur nöthig sein wird, auf diese vortrefflichen Schriften hinzuweisen, um aller ferneren Discussion darüber überhoben zu sein. Es wird darin gezeigt, daß man auf jeden Fall mehr Recht gehabt haben würde, den flüssigen Aggregatzustand für die Urform der Materie anzunehmen, sei es nun, daß man die Einfachheit der Merkmale oder die in der Natur noch vorhandenen Beweise für eine uranfängliche Flüssigkeit alles Körperlichen zum Bestimmungsgrunde bei dieser Entscheidung machen wolle.

Wenn aber einige Atomistiker auf die Frage, woher die Atome ihre Starrheit haben, eine Antwort nicht geradezu ablehnen, sondern den Grund dieser absoluten Rigidität in einer ursprünglichen und unbedingten Cohäsionskraft der Materie finden wollen; so scheinen sie sich von dem Wesen dieser Kraft nicht den allerklarsten, wenigstens keinen vorwurfsfreien Begriff gebildet zu haben. Unter dem Worte Cohäsion in seiner ersten und einfachsten Bedeutung, namentlich in dem hier gebrauchten Sinne, kann nach unserer Meinung nur der stetige Zusammenhang gleichartiger Theile der Materie innerhalb abgeschlossener Grenzen verstanden werden. Eine Kraft aber, welche diesen stetigen Zusammenhang ohne alle Einschränkung, wie hier vorausgesetzt wird, also in jeder Richtung hervorbringt, schließt keineswegs die freieste innere Verschiebbarkeit oder Beweglichkeit der Theile aus, bedingt keineswegs eine feste Lage derselben gegen einander und erzeugt folglich nicht den starren, sondern den flüssigen Aggregatzustand. Die Cohäsionskraft ohne weitere Modificationen würde nicht absolut starre, sondern flüssige Atome ins Leben rufen. — Die Ausführung und Begründung dieser Behauptung müssen wir aber dem folgenden Capitel vorbehalten.

Begriffs im Allgemeinen aus höheren und einfacheren Vorstellungen vom Wesen der Materie weder für überflüssig noch für unmöglich halten. Worauf aber kommen alle diese Erklärungs-Versuche zurück? Auf die ursprüngliche Starrheit der Atome.

Eben darin aber liegt die nie zu rechtfertigende Inconsequenz dieser Naturansicht, daß sie eine Eigenschaft, welche an der größeren Masse wahrgenommen wird und erklärt werden soll, von einem imaginären Elemente derselben schlechthin postulirt, ohne nach dem Grunde, weßhalb sie diesem zukomme, weiter zu fragen. Ein Ueberblick über die vorigen Betrachtungen giebt uns öfter Gelegenheit, zu bemerken, daß die atomistische Theorie häufig nur die Eigenthümlichkeiten des Ganzen und ihnen angepasste Kräfte auf die letzten Theile desselben überträgt und rückwärts durch die Zusammenstellung und Gruppirung so ausgerüsteter Elemente die Erscheinung im Großen zu erklären vermeint. Dadurch aber, daß sie den letzten Grund der Erscheinung in einer mehr oder weniger adäquaten, eigenthümlichen Beschaffenheit der letzten materiellen Theilchen finden will, an welchen sie als etwas schlechthin Gegebenes keiner weiteren Zurückführung auf eine einfache Ursache fähig sein soll, versperrt sie der tieferen Nachforschung über ein allgemeines Princip, aus dem die Mannigfaltigkeit entspringt, gänzlich den Weg. Der Schluß vom Größeren aufs Kleinere und umgekehrt verdient den Namen einer Erklärung nicht, sondern nur durch die Zurückführung einer Mehrheit von Thatsachen auf einen höheren, allgemeineren, folglich einfacheren Begriff, dessen reelles Object immerhin Grund oder Ursache genannt werden mag, kann sich der forschende Geist befriedigt fühlen. — Wenn es denn auch der atomistischen Hypothese gelungen wäre, den tropfbar- und expansivflüssigen Aggregatzustand der Körper mit Hilfe ihrer starren Atome befriedigend zu erklären, so bliebe das Phänomen der Starrheit selbst, seiner grundwesentlichen Beschaffenheit nach, für sie stets doch nur ein unaufgelöstes Problem, eine vollkommene petitio principii.

Schon darin, daß man von den drei Aggregatzuständen der Körper, welche die Natur offenbar, so zu sagen, in gleichen Rang gestellt oder coordinirt hat, dem einen den Vorzug

ertheilen will, der primäre oder ursprüngliche zu sein, um die anderen bloß als Modificationen desselben darzustellen, oder ihm gewissermaßen zu subordiniren, liegt etwas Widerstreitendes, was sich mit einer unbefangenen Auffassung der Natur nicht wohl zusammenreimen läßt. Diesen Mißgriff der atomistischen Lehre gleich in ihren Grundvoraussetzungen hat indessen schon Link in seinen »Ideen zu einer philosophischen Naturkunde« und in seiner Schrift »über Naturphilosophie« auf eine so lichtvolle und überzeugende Weise nachgewiesen, daß es nur nöthig sein wird, auf diese vortrefflichen Schriften hinzuweisen, um aller ferneren Discussion darüber überhoben zu sein. Es wird darin gezeigt, daß man auf jeden Fall mehr Recht gehabt haben würde, den flüssigen Aggregatzustand für die Urform der Materie anzunehmen, sei es nun, daß man die Einfachheit der Merkmale oder die in der Natur noch vorhandenen Beweise für eine uranfängliche Flüssigkeit alles Körperlichen zum Bestimmungsgrunde bei dieser Entscheidung machen wolle.

Wenn aber einige Atomistiker auf die Frage, woher die Atome ihre Starrheit haben, eine Antwort nicht geradezu ablehnen, sondern den Grund dieser absoluten Rigidität in einer ursprünglichen und unbedingten Cohäsionskraft der Materie finden wollen; so scheinen sie sich von dem Wesen dieser Kraft nicht den allerklarsten, wenigstens keinen vorwurfsfreien Begriff gebildet zu haben. Unter dem Worte Cohäsion in seiner ersten und einfachsten Bedeutung, namentlich in dem hier gebrauchten Sinne, kann nach unserer Meinung nur der stetige Zusammenhang gleichartiger Theile der Materie innerhalb abgeschlossener Grenzen verstanden werden. Eine Kraft aber, welche diesen stetigen Zusammenhang ohne alle Einschränkung, wie hier vorausgesetzt wird, also in jeder Richtung hervorbringt, schließt keineswegs die freieste innere Verschiebbarkeit oder Beweglichkeit der Theile aus, bedingt keineswegs eine feste Lage derselben gegen einander und erzeugt folglich nicht den starren, sondern den flüssigen Aggregatzustand. Die Cohäsionskraft ohne weitere Modificationen würde nicht absolut starre, sondern flüssige Atome ins Leben rufen. — Die Ausführung und Begründung dieser Behauptung müssen wir aber dem folgenden Capitel vorbehalten.

Zweites Kapitel.

Ueber einige allgemeine Eigenschaften der Masse körperlicher Materien, und die mechanischen Bedingungen ihres dreifachen Aggregatzustandes.

Principiis obsta!

§. 36.

Rückblick auf das vorige Kapitel.

So wenig es zu läugnen ist, daß die atomistische Naturansicht noch mit einer großen Menge von Erscheinungen der Wirklichkeit in Zwiespalt begriffen sei und, was noch schlimmer ist, sich selbst durch ihre Grundvoraussetzungen die Erklärung einer nicht geringen Anzahl derselben offenbar für immer unmöglich mache; so ungerecht würde es sein, wollte man nicht in ihr das höchst achtbare Bestreben anerkennen, in die Erklärung der unendlich mannigfaltigen Phänomene der Sinnenwelt eine durchgreifende Einheit zu bringen. Und eben darin mag der Grund liegen, wodurch so viele Naturforscher bestochen werden, einer Ansicht zu huldigen, deren Haltbarkeit im weitern Verfolge so bald verdächtig und durch so manchen vergeblichen Versuch, sie den Thatsachen der Erfahrung anzupassen, mehr als zweifelhaft wird. Die Hartnäckigkeit, womit gleichwohl diese Hypothese, die sogar einer Grundvorstellung des Verstandes, dem Begriffe nämlich von der unendlichen Theilbarkeit der Materie, gerade zuwiderläuft, von der Mehrzahl unserer Physiker vertheidigt wird, ist gewiß vorzüglich durch die Erhabenheit des Zieles gerechtfertigt, welches dieselben in der unbeschränkten Durchführung des mechanischen Princips bei der Theorie aller Phänomene der leblosen Natur zu erreichen hoffen. Verkennen wir indessen nicht, daß es kein wahrer Gewinn für die Naturforschung ist, wenn man, um gleichsam einen einzigen Faden

durch das weite Gebiet der Erfahrung hindurch zu leiten und das Mannigfaltigste und Verschiedenartigste an ihn anzureihen, diesen selbst erst wieder überall noch an neue, bloß hypothetische Anhaltspunkte befestigen, nach den widerstrebendsten Richtungen wenden, durch eingeflochtene Seitenfäden verstärken oder in mehre einzelne spalten muß. Es ist ein großartiger Gedanke, das ganze Reich mindestens der anorganischen Natur auf eine einzige Grundlage zu stellen, und des Versuchs werth, ihn in der Wirklichkeit aufzusuchen; wenn aber bei der Ausführung des gewaltigen Baues das Fundament noch überall Lücken zeigt, und tausend unbildsame Theile sich in diese Zusammensetzung nicht fügen wollen, so sollte man dadurch doch erinnert werden, zuvor sorgfältiger zu prüfen, ob das Vereinzelte sich auch werde verbinden lassen, oder vielmehr die Vereinigung geradezu unmöglich mache, und ob der abgesteckte Boden für das entworfene Riesenwerk auch Umfang genug habe. Man sollte sich fragen, ob die Voraussetzungen, auf welche man den ganzen Plan gründet, durch Thatsachen in sich auch hinreichend befestigt sind, um wenigstens die Bürgschaft für das Gelingen des Unternehmens zu haben, daß man auf den Boden der Natur selbst sich stütze. Aber gerade dieser letzte Umstand scheint von den Atomistikern zu wenig berücksichtigt, obgleich er der erste hätte sein sollen. Denn ob eine Hypothese für alle Fälle, die ihr unterworfen werden müssen, ausreiche, das zeigt sich bei der Ausführung von selbst und kann gewissermaßen erst nach ihrer vollendeten Ausbildung oder während derselben entschieden werden.

Nehmen wir nun von dieser Betrachtung Gelegenheit, diejenigen Grundsätze über das Wesen der Materie aufzusuchen, aus welchen hauptsächlich die atomistische Naturansicht entsprungen zu sein scheint, und zu untersuchen, ob und wiefern dieselben durch eine unparteiische Beobachtung der Natur geboten werden, oder vielleicht bloß willkürliche und zu voreilige Annahmen sind. Es wird sich hieran ungesucht die Darlegung unserer eigenen Ansicht über die wesentlichen Eigenschaften der Materie, zumal der tastbaren oder körperlichen, anknüpfen lassen.

§. 37.

Die Materie ist einer stetigen Ausdehnung und Verrichtung fähig.

Ohne Zweifel liegt eine der ersten Veranlassungen zur Entstehung der atomistischen Hypothese in dem Umstande, daß wir dasselbe Quantum tastbarer Materie bald einen größeren, bald einen kleineren Raum erfüllen sehen. Will man nun annehmen, alles Körperliche besitze eine unabänderlich bestimmte, absolut immer dieselbe Ausdehnung innerhalb des Raumes, den es mit Stetigkeit erfüllt, oder richtiger, will man ihm die Fähigkeit absprechen, eben so wohl einen größeren als kleineren Raum einnehmen zu können, ohne den inneren, ununterbrochenen Zusammenhang der Theile einzubüßen, so ist die Atomenlehre unvermeidlich. Um auch so noch die größere oder geringere Ausdehnung einer und derselben Masse in verschiedenen Zuständen erklärlich zu finden, ist man gezwungen, sich ihre Theile durch Zwischenräume getrennt zu denken, deren Erweiterung die Zunahme, deren Verengerung die Abnahme ihrer scheinbaren Ausdehnung bewirke. Der Raum, in welchem wir einen Körper wahrnehmen, ist hiernach niemals ganz, sondern nur stellenweise von demselben ausgefüllt. Die Materie selbst besteht aus vorgebildeten, vereinzelten Theilen, die nur in sich, aber nicht unter einander stetig zusammenhängen und unter allen Umständen ihre uranfängliche Ausdehnung unverändert bewahren. Darin aber ist die Grundidee der Atomistik ausgesprochen.

Fragen wir indessen, mit welchem Rechte der Materie die Eigenschaft beigelegt wird, in jedem Zustande immer nur einen Raum von gleichbleibender Größe einzunehmen und weder einer größeren Ausdehnung noch Zusammenziehung in sich fähig zu sein, so wird man sich nach einem Erfahrungs-Beweise vergeblich umsehen. Die ganze Annahme ist weiter nichts als ein unbegründetes Postulat, womit der Verstand die Schwierigkeit hat umgehen wollen, die es ihm zu machen scheint, sich dasselbe Quantum Materie, sofern man ihr Beharrungsvermögen oder ihr Gewicht zum Maßstabe annimmt, ihrer räumlichen Ausdehnung nach, das eine Mal größer, das andere Mal kleiner vorzustellen. Sollte es aber wol an und für sich einen Widerspruch enthalten, wenn man sich von zwei verschiedenartigen Materien, bei stetiger Raumerfüllung, — mögen es denn

also ihre Atome sein — die eine dünner oder dichter als die andere denkt, so daß folglich die eine, bei gleicher Masse, durch einen größeren oder kleineren Raum, und zwar ohne Unterbrechung und Lücken, vertheilt sein könne, als die andere? Wer wird im Allgemeinen die Möglichkeit, daß das spezifische Gewicht ungleichartiger Atome, oder ihre Dichtigkeit bei gleichem Umfange*), verschieden sein könne, schlechthin läugnen wollen? Wenn aber ungleichartige Materien bei gleicher Masse und gleichem Gewichte verschiedene räumliche Ausdehnung, oder ursprünglich verschiedene Grade der Dichtigkeit besitzen können, warum nicht eben so gut dieselbe Materie nur in verschiedenen Zuständen? Was hat überall Beharrungsvermögen und Gewicht der Materie mit ihrer räumlichen Ausdehnung gemein? oder mit welchem Scheine von Wahrheit will man auch nur behaupten, daß diese sich gleich bleiben müsse, so lange jene sich nicht ändern? Lehrt uns nicht vielmehr die Erfahrung gerade im Gegentheil, daß gleiche Massen von Materie so oft Räume von der allerverschiedensten Größe einnehmen? Und es gehört in der That ein großes Vertrauen in die bessere Einsicht des Verstandes dazu, um die Sinne so sehr Lügen zu strafen, daß man diese verschiedene Ausdehnung derselben materiellen Masse nur für eine scheinbare gelten lassen will, und durch eine atomistische Construction herausbringt, in Wahrheit sei doch immer nur ein Raum von derselben Größe mit Materie erfüllt, die Erweiterung oder Zusammenziehung der äußersten scheinbaren Grenzen eines Körpers aber nur durch die Erweiterung oder Zusammenziehung leerer Zwischenräume zwischen seinen letzten Theilchen hervorgebracht.

Und worauf stützt hier der Verstand sein überwiegendes Ansehn? Muß er nicht über Gegenstände der Sinnenwelt auch von den Sinnen erst Belehrung und Unterricht erwarten? Welche Thatsache beweist aber seine willkürliche Annahme, daß gleichviel Masse auch immer einen gleich großen Raum einnehmen müsse? Ist diese Voraussetzung der Atomistik nicht vielmehr auf gut Glück in die Natur hineingetragen, als ihr abgelernt? — Es offenbart sich in ihr augenscheinlich nur das

*) Man denke nur an die sogenannten Atomen-Gewichte der Chemiker.

mißverstandene Bestreben des Verstandes, sein Urtheil über intensive Größe an ein extensives Merkmal anzuknüpfen. Allerdings steht ihm erst dann ein Urtheil über intensive Größe zu, wenn diese sich in Raum und Zeit gleichsam entfaltet hat, oder in ihren Wirkungen als extensive Größe zur Anschauung gekommen ist. Unterscheidung und Vergleichung oder Messung setzt Begrenzung voraus, und Grenzen erkennen wir nur am Ausgedehnten. Wenn also der Verstand ein Maß für intensive Größen haben will, so muß er freilich immer auf eine Vergleichung extensiver Größen zurückkommen. Um aber das Resultat einer an diesen letzteren vorgenommenen Messung unmittelbar als den Ausdruck für das Verhältniß von jenen ansehen zu dürfen, ist schlechterdings die Voraussetzung nöthig, daß ein gleicher Zuwachs der intensiven Größe stets auch eine gleiche Zunahme des extensiven Merkmals, an welchem sie erkannt und gemessen werden soll, zur unausbleiblichen Folge habe, mit anderen Worten, daß beide gleichförmig zu- und abnehmen. Wenn es sich nun aber zeigt, daß die Größe des Beharrungsvermögens und des Gewichts verschiedenartiger Materien keineswegs mit ihrer räumlichen Ausdehnung gleichen Schritt halte, so ist es bloß eine eigenmächtige Willkür des Verstandes, wenn er zwischen der Masse und räumlichen Ausdehnung einer und derselben Substanz die Beziehung der Gleichförmigkeit einsetzt, so daß ein gleiches Quantum ihrer Masse auch immer nur dieselbe Größe räumlicher Ausdehnung besitzen könne — wir sagen, eine eigenmächtige Willkür; denn wo bewiese nicht die Erfahrung gerade das Gegentheil, daß nämlich gleichartige Materien so gut wie ungleichartige bei gleicher Masse sehr wohl verschiedene Ausdehnung im Raume besitzen können? Daß aber gleichartige Materien unter übrigens gleichen Umständen eine ihrer Masse proportionale Ausdehnung besitzen, ist, so zu sagen, eine Bedingung ihrer Gleichartigkeit. Allein ist denn damit zugleich die Unmöglichkeit dargethan, daß nicht dieselbe Masse unter verschiedenen Umständen auch ungleiche Ausdehnung besitzen könne? oder liegt etwa gar eine Ungereimtheit in dieser Vorstellung, da doch der Verstand hinreichenden Grund hat, eben in jener Verschiedenheit der Umstände die physische Ursache einer Aenderung der räumlichen

Ausdehnung anzuerkennen, weil er beide fast ohne Ausnahme immer gleichzeitig in der Wirklichkeit antrifft?

Vielleicht kann es zur Verminderung der Schwierigkeiten dienen, welche man in der Vorstellung von der stetigen Raum-Erweiterung oder Verminderung eines sich gleich bleibenden materiellen Quantums zu finden vermeint, wenn wir ein ähnliches, aber minder bestreitbares Factum im atomistischen Sinne zu zergliedern versuchen.

Man denke sich eine gerade Linie, die unter schiefen Winkeln gegen eine Ebene geneigt ist, auf dieselbe projicirt; entweder so, daß die Projectionslinien mit jener gegebenen geraden Linie, oder mit der Ebene rechte Winkel einschließen, beide Male aber in einer auf die erste senkrecht gerichteten Ebene liegen. Die Projection wird im ersten Falle länger, im zweiten Falle kürzer sein, als die projicirte Linie selbst. Gleichwohl giebt es keinen Punkt in dieser, der nicht durch einen besonderen Punkt in jener vertreten wäre, und eben so wenig irgend einen Punkt in der letzteren, der nicht gleichsam als Stellvertreter eines eigenen Punktes in der erstern gelten müsste. Wie? wenn man nun also fortführe: von einer bestimmt begrenzten geraden Linie findet sich durchaus jeder Punkt in einer zweiten und dritten Linie wieder, und in diesen schlechterdings kein anderer, der nicht auch einem besonderen Punkte in jener entspräche; beide Projectionen enthalten also *keinen Punkt mehr und keinen weniger* als die projicirte Linie — und dennoch ist die eine Projection derselben länger, die andere kürzer als sie selbst? Das Quantum ihrer Länge kann sich doch ohne Einschiebung oder Wegnahme von Theilen zwischen ihren äußersten Grenzen nicht geändert haben? man wird uns doch nicht zumuthen, zu glauben, jeder Punkt der gegebenen Linie habe sich in der einen Projection mehr ausgedehnt, in der anderen mehr zusammengezogen? — Wie? wenn man nun, um den Unsinn zu vollenden, hinzufügte: die Punkte der gegebenen Linie müssen also in der längeren Projection weiter aus einander, in der kürzeren näher zusammengerückt sein.

Läge das Abenteuerliche dieser Schlußfolge nicht so klar am Tage, man könnte sich versucht fühlen, freilich boshaft genug, zwischen ihr und der atomistischen Erklärung der Volu-

men-Zunahme und Abnahme eines Körpers dennoch eine gewisse Aehnlichkeit entdecken zu wollen. Man wird sich natürlich feierlichst gegen diese Parallele verwahren; wir verwahren uns eben so gegen die Abgeschmacktheit, den Punkten einer Linie die Fähigkeit, sich auszudehnen und zusammen zu ziehen, beilegen zu wollen; aber es schien uns eines auffallenden Beispiels zu bedürfen, um zugleich die Nachlässigkeit und die Voreiligkeit anzudeuten, welche sich der Verstand in manchen Urtheilen zu Schulden kommen lässt.

Unterscheidung, Sonderung und Zergliederung der Begriffe machen das wesentlichste Geschäft des Verstandes aus. Man ist aber sehr im Irrthum befangen über das wahre Wesen unserer Erkenntniß, wenn man durch die Auffindung der Unterscheidungs-Merkmale, Grenzen und Eintheilungen zugleich auch den Inhalt des Begriffs für erschöpft hält. Und doch scheint diese Selbsttäuschung so gewöhnlich, daß sie mehr oder minder deutlich den Anfang beinahe aller unserer Erkenntniß und Wissenschaften bezeichnet.

Bleiben wir bei dem vorigen Beispiele stehen. Die gesetzmäßige Beziehung zwischen der projicirten Linie und ihren Projectionen wird an Grenzen angeknüpft; man kann deren innerhalb der beiden Endpunkte so viele annehmen, als man will, also in Wahrheit unendlich viele; findet man nun eine Schwierigkeit darin, trotz der Beziehung zwischen je zwei Punkten der projicirten Linie und ihrer Projection, nach welcher jedem Punkte in der einen auch ein Punkt in der andern und stets nur ein einziger entspricht, eine stetige Erweiterung oder Verkürzung der Projection sich vorstellen zu sollen; so kann diese nur aus der unbewussten Idee entspringen, daß man in einer längeren Linie *mehr* Punkte denken zu können glaubt, als in einer kürzern, ungeachtet man zugestanden hat, daß von einer bestimmten *Anzahl* von Punkten, die in einer Linie angenommen werden können, gar keine Rede sein dürfe. Man muß aber schlechterdings die Grenzen, wodurch man Theile eines Continuums unterscheiden kann, mit wirklichen Theilen desselben verwechseln, um nur an ein Mehr oder Weniger, folglich an eine Zählung derselben denken zu können. Und wollte man noch so viele innere Grenzen innerhalb eines Continuums annehmen,

der Begriff der Continuität selbst wird dadurch so wenig erklärt als erzeugt. Mit den ursprünglichen Vorstellungen des Raumes und der Zeit bringt sich zugleich die Vorstellung ihrer Continuität, als einer bloßen Beschaffenheit derselben, unwiderstehlich dem Verstande auf, ohne daß sie mehr als jene der Erklärung fähig wäre oder bedürfte. Denn das bloß verneinende Merkmal des ununterbrochenen Zusammenhanges der Theile und der unendlichen Theilbarkeit, worin sich nur das Bedürfniß des Verstandes offenbart, ein Ende zu suchen, kann den positiven Begriff der Continuität ohne Anschauung oder schaffende geistige Construction nicht hervorrufen. Der Verstand, der nur das Endliche begreift, muß sich begnügen, bloß die Nothwendigkeit des Unendlichen, bei dem Begriffe der Continuität z. B. die Nothwendigkeit einer wahrhaft unendlichen Menge denkbarer Theile, einzusehen.

Wer möchte nun behaupten, das Factum einer stetigen Abkürzung oder Ausdehnung der Projection einer Linie durch Zurückführung auf einfachere Begriffe noch erklären zu können? Aber wer wird darum läugnen, daß ihm dieses Factum an sich gar wohl begreiflich sei? ja, daß er es als nothwendig anerkenne? Und bedarf es noch einer Versinnlichung oder einer Bewährung desselben durch die Anschauung, so erinnere man sich nur daran, daß uns eine geradlinige Kante eines Körpers oder eine gezeichnete Linie in einer Ebene je nach ihrer Lage gegen das Auge bald länger, bald kürzer erscheint, ohne daß deßhalb im letzteren Falle Punkte oder Theile derselben der Wahrnehmung entzogen zu werden brauchten. Oder will man behaupten, daß nicht noch eben so gut in dem beschränkteren Zwischenraume von jedem Punkte der Kante oder Linie ein Lichtstrahl zum Auge gelangen könne, ohne mit andern zusammen zu fallen, oder daß in dem erweiterten Zwischenraume neue Punkte und Theile sichtbar geworden sein müssten, um die Kante oder Linie auch so noch als stetig wahrzunehmen? — Warum will man nun, aller Erfahrung zuwider, der Materie, die uns ja doch nur nach ihren Eigenschaften und nicht an sich erkennbar wird, a priori die Fähigkeit absprechen, ohne absolute Mengen-Zunahme oder Abnahme sowohl größere als kleinere Räume stetig erfüllen zu können? Warum sträubt

man sich gegen Thatsachen, die wenigstens mit dem gesunden Menschenverstande nicht im geringsten Widerspruche stehen, um sich am Ende eine Vorstellung, die ursprüngliche Vorstellung der Continuität, von welcher allein alle Schwierigkeiten herrühren müssten, doch nicht erspart zu haben?

§. 38.

Ungleichartige Stoffe sind nicht unbedingt undurchdringlich gegen einander; chemische Vereinigung ist eine wahre gegenseitige Durchdringung derselben.

Um die Idee einer Zusammensetzung der Materie aus untheilbaren, absolut unveränderlichen Elementen aufzufassen, hat ferner augenfällig auch die Erscheinung beigetragen, daß jede Substanz, trotz der mannigfaltigsten chemischen Verbindungen, die sie mit anderen eingeht, sowohl qualitativ als auch quantitativ sich unverändert zeigt, sobald sie aus diesen Verbindungen durch irgend ein Mittel wieder getrennt wird. Die Unantastbarkeit der Atome, ihre völlige Abgeschlossenheit in sich soll daran Schuld sein. Man nimmt dazu die Wahrnehmung, daß je zwei ganz gleichartige, oder je zwei starre Körper, auch wenn sie ungleichartig sind, so lange sie diesen Aggregatzustand behaupten, oder ein starrer und ein flüssiger Körper, so lange jener starr bleibt, nicht zu gleicher Zeit in demselben Raume vorhanden sein können; man beruft sich auf die Unmöglichkeit, sich zwei verschiedene Dinge zu gleicher Zeit in demselben Raume existirend vorzustellen, und legt der Materie, oder vielmehr ihren letzten Theilchen die Undurchdringlichkeit als allgemeine Eigenschaft bei. Diese einmal zugestanden, kann alle Stoffverbindung nichts weiter als eine Neben- und Zwischenstellung (Juxtaposition) größerer oder kleinerer und kleinster materieller Theilchen sein; eine wahre gegenseitige Durchdringung oder Mischung der Stoffe existirt aber nirgendswo als in den Köpfen nicht-atomistischer Naturforscher.

Was nun die vorgebliche Unantastbarkeit der Atome betrifft, wodurch die Erhaltung der ganzen Masse nach Quantität und Qualität bedingt sein soll, und ihre Unveränderlichkeit in sich bei allen Modificationen, welche sie in ihren Eigenschaften und Wirkungen nach außen erleiden können; so ist da-

mit die anerkannte Erfahrung, daß die einmal vorhandene Materie durch bloße Beschränkungen und gegenseitige Bestimmungen ihrer Wirksamkeit nicht auch zugleich vernichtet werde, nur in veränderter Form ausgesprochen, keineswegs aber, wie man sich hin und wieder einzubilden scheint, auch nach Grund und Ursache erklärt. Denn dieselbe Thatsache, welche von der ganzen Masse gilt, wird bloß von ihren sogenannten letzten Theilen behauptet. Will man aber aus dem Umstande, daß eine Substanz aus ihren Verbindungen mit ungleichartigen in voller Integrität wieder ausgeschieden werden könne, den Schluß ziehen, dieselbe müsse sich also auch während diesen Verbindungen getrennt für sich erhalten haben; so verläugnet man damit offenbar die gerade entgegengesetzte Erfahrung, daß nämlich ein gemischter Körper schlechterdings in allen seinen Theilen und nach allen seinen Merkmalen als gleichartig erscheint. Die eigenthümlichen Merkmale, welche jeden Bestandtheil gesondert für sich charakterisiren und einzig und allein unser Urtheil über Substanz-Verschiedenheit begründen, gehen bei der chemischen Combination verschiedenartiger Stoffe durchaus verloren, und neue Eigenschaften, welche mehrentheils mit denen der Bestandtheile gar nichts gemein haben, bestimmen den Charakter der Mischung. Wonach aber soll man die Gleichartigkeit oder Ungleichartigkeit der Materie beurtheilen, wenn nicht nach der Uebereinstimmung oder Verschiedenheit ihrer Merkmale? Und wer kann zweifeln, daß uns die Unterscheidung der Bestandtheile in chemisch zusammengesetzten Körpern als eigenthümlicher und ungleichartiger Stoffe, so lange sie in dieser Vereinigung beharren, unmöglich fällt, da jede Substanz so lange für einfach gehalten wird, bis Mittel entdeckt sind, wodurch sie zerlegt werden kann? Und woran anders erkennen wir gerade, daß eine Materie nicht einfach, sondern zusammengesetzt sei, als weil wir sie durch Vereinigung von anderen, die sich während ihrer Trennung als verschiedenartig zeigen, hervorbringen, oder in Theile auflösen können, die sich nur erst nach dieser Sonderung als ungleichartig unterscheiden lassen?

Bei der chemischen Vereinigung wägbarer Substanzen giebt uns doch noch die absolute Gewichtszunahme wenigstens eine, wenn gleich die einzige Gewähr von dem unveränderten Fort-

bestehen beider materiellen Quanta in der Combination; bei der Bindung von Wärme und anderen Imponderabilien verläßt uns aber auch dieses einzige Merkmal, woran wir die fortdauernde Gegenwart des hinzugekommenen Bestandtheils zu erkennen vermögen. Aber wem genügt nicht dessenungeachtet, um sich von der fortdauernden Existenz des nämlichen Wärme-Quantums zu überzeugen, die Beobachtung, daß dasselbe unter den erforderlichen Umständen aus jenen Verbindungen wieder getrennt werden kann, um in der freien Aeußerung seiner Eigenschaften wieder als Wärme wahrgenommen zu werden? — oder richtiger, wer schließt nicht erst aus dieser Beobachtung, daß jene Wärme, ungeachtet sie sich beim Gebundenwerden jeder Wahrnehmung entzogen hat, doch nicht aufgehört habe zu existiren?

Wer also behauptet, die Materie müsse deßhalb unter allen Verhältnissen abgeschlossen für sich fortbestehen, ohne ihre Eigenthümlichkeit aufzugeben, weil sie sich immer wieder in dieser Eigenthümlichkeit darstellen lasse, der schließt mehr, als wozu ihn die Erfahrung berechtigt; denn die Möglichkeit, eine als individuell erkannte Materie aus Verbindungen mit andern wieder auszuscheiden und zu isoliren, giebt bloß die Gewähr, daß jene Materie auch in ihren Verbindungen mit anderen nicht aufhöre zu existiren; aber sie schließt keineswegs auch die Nothwendigkeit in sich, daß die Materie auch in allen und namentlich noch in solchen Zuständen ihre Individualität erhalte, wo sie, wenn nicht alle Begriffe von Individualität verwirrt werden sollen, dieselbe offenbar aufgegeben hat, und der vernichtet dadurch zugleich die Grundlage, auf welche allein unser Urtheil über Gleichartigkeit oder Ungleichartigkeit der Materie sich stützen kann; denn er verlangt auch da noch eigenmächtig die Vorstellung des Ungleichartigen, wo alle Erfahrung uns nur Gleichartiges zeigt.

Sollte man sich denn aber durch die Vorstellung einer wahren gegenseitigen Stoffdurchdringung, einer wahren chemischen Combination ungleichartiger Substanzen zu einer einzigen neuen, in sich also durchaus gleichartigen, vielleicht die Möglichkeit abgeschnitten haben, diese Substanzen nun auch wieder getrennt für sich und in ihrer Eigenthümlichkeit hergestellt zu denken? —

So wenig die Natur eine reelle Unmöglichkeit in der Sache gefunden, so wenig, dünkt uns, können auch wir in der Vorstellung derselben eine Unmöglichkeit finden. Denn unsere Vorstellungen und Begriffe über Dinge der Außenwelt erzeugen sich erst durch die Beobachtung derselben, und die Natur scheint diese Vorstellung einer gegenseitigen Durchdringung der Stoffe bei der chemischen Verbindung zu fordern. Liegt denn etwa auch in der Idee einer gänzlichen Vereinigung verschiedenartiger Bestandtheile zu einem gleichartigen Ganzen, weil sie die Aufhebung aller oder einiger Merkmale verlangt, wodurch jene als ungleichartig vor ihrer Vereinigung bezeichnet werden, zugleich die Forderung, daß man sich denken solle, die Bestandtheile seien unter einander gleich geworden, oder sie haben sich mit dem Producte identificirt? oder soll man etwa gar an eine Vernichtung der einzelnen ungleichartigen Substanzen denken müssen, um die Vorstellung ihrer Vereinigung zu einer einzigen neuen möglich zu finden? Sind nicht vielmehr die Bestandtheile der Mischung, wie die Factoren dem Producte untergeordnet*)? Setzen sich nicht auch Bewegungen und Kräfte von verschiedenen Richtungen, von verschiedener Geschwindigkeit und Stärke zu einer einzigen neuen zusammen, die mit ihren Elementen keineswegs einerlei ist, ohne daß diese darum aufzuhören brauchten, jedes für sich zu bestehen? Oder sollte das, was wir Verschiedenartigkeit der Stoffe nennen, ihr Wesen, das Wesen der Materie überhaupt, näher angehen, als die Verschiedenheit der Richtung, Geschwindigkeit oder Stärke das Wesen der Bewegung oder Kraft angeht? Und tritt nicht unter den erforderlichen Umständen die einzelne Bewegung, oder die einzelne Kraft in ihrer Eigenthümlichkeit wieder hervor, wenn sie von dem Einflusse der übrigen, womit sie vereinigt war, befreit wird? Muß nicht der eine Factor wieder erscheinen, wenn dem Producte der andere entzogen wird? — Warum also sollte nicht jeder Bestandtheil einer gemischten, aber in allen ihren Theilen homogenen Substanz seine Eigenthümlichkeit

*) In anderer Beziehung könnte man auch einen Bestandtheil der Mischung dem anderen subordinirt, so wie die bloß gemengten oder mechanisch zusammengesetzten Stoffe einander coordinirt nennen.

und die freie Aeußerung aller derjenigen Kräfte wieder erlangen können, die seinen spezifischen Charakter ausmachen, sobald das Band gelöst wird, welches ihn an das Fremdartige kettete?

Es ist zuletzt auch noch der Einwurf gegen die Zulässigkeit der Vorstellung von einer gegenseitigen Durchdringung ungleichartiger Stoffe zu beantworten, daß man gesagt hat, es enthalte einen Widerspruch, sich zu gleicher Zeit zwei verschiedene Dinge als in demselben Raume vorhanden zu denken. Denn da, wo sich ein Ding befinde, könne nicht zugleich ein anderes gedacht werden, ohne durch das Setzen des zweiten das erste wieder aufzuheben. Wie weit dieser Grundsatz ausgedehnt werden dürfe, um wahr zu bleiben, wäre überflüssig, hier untersuchen zu wollen; aber so viel begreift man leicht, daß er nur so lange richtig sei, als zwei Dinge, die bloß neben einander und nicht gleichzeitig in demselben Raume oder in einander sollen bestehen können, noch als getrennt und von einander verschieden nothwendig gedacht werden müssen. Der richtige Begriff einer wahren chemischen Combination ungleichartiger Stoffe verbietet aber schlechterdings, sich dieselben, so lange sie in ihrer Vereinigung beharren, noch als etwas Gesondertes und Verschiedenartiges vorzustellen. An einer gemischten Substanz erkennen wir keins von den Merkmalen mehr, wodurch sich die Bestandtheile als ungleichartig von einander unterscheiden; diese Merkmale sind ja einander oft geradezu entgegengesetzt und können folglich in demselben Subjecte gar nicht neben einander bestehen. Der gemischte Körper zeigt sich bis in seine kleinsten Theile homogen und nicht bloß als ein Aggregat seiner Bestandtheile, sondern als ein Product derselben, welches von ihnen selbst wesentlich verschieden ist. Man hat also kein Recht, die Idee einer gegenseitigen Durchdringung der Stoffe deßhalb zu verwerfen, weil sie Verschiedenartiges gleichzeitig in demselben Raume bestehend annehme; denn im Einklange mit der Erfahrung hebt sie die Vorstellung von der Verschiedenartigkeit der Bestandtheile in der Vorstellung der erzeugten Mischung auf.

Wollte man uns also überreden, chemische Durchdringung ungleichartiger Stoffe sei bloß ein leerer Name für eine eingebildete Sache, so hätte man uns zu zeigen, daß im Wesen der

Materie die Unfähigkeit begründet sei, sich mit fremdartigen so zu vereinigen, daß eine neue, in sich vollkommen gleichartige aus der Verbindung hervorgehe, daß es also zum Wesen jeder spezifisch charakterisirten Materie gehöre, jede andere verschiedener Art von dem Raume auszuschließen, den sie selbst einnimmt, oder daß ungleichartige Materien im unbedingten Sinne gegen einander undurchdringlich seien. Durch reine Vernunftgründe lässt sich diese Frage nicht entscheiden; denn die Beschaffenheiten und Fähigkeiten der Materie werden von dem Verstande nicht a priori begriffen, sondern was er davon weiß und urtheilt, verdankt er lediglich der Beobachtung und Erfahrung. Wird aber die Erfahrung zu Rathe gezogen, so war es sicherlich kein unbedeutender Fehler derer, die der Materie im unbeschränkten Verstande die Eigenschaft der Undurchdringkeit beilegten, daß sie eben nur diejenigen Erscheinungen berücksichtigten, welche der chemischen Stoffverbindung gerade entgegengesetzt sind, um nach dem Resultate, welches sie dieser einseitigen Betrachtung entnahmen, auch jene zweite Classe von ganz heterogenen Erscheinungen zu beurtheilen.

Man findet allerdings, daß je zwei ganz gleichartige Körper gegen einander undurchdringlich sind — was schon aus dem Begriffe der Gleichartigkeit hervorzugehen scheint, der nur das Verhältniß der Coordination seiner Objecte gestattet — und eben so, daß je zwei starre Körper, auch wenn sie ungleichartig sind, oder überhaupt je zwei Körper, von denen wenigstens der eine bei der Berührung seine selbstständige, starre Form behauptet, sich gegenseitig von dem Raume ausschließen, den sie einnahmen, also nur eine Nebeneinanderstellung ihrer Theile erlauben*). Ist man aber hierdurch allein schon zu dem Schlusse berechtigt, die Undurchdringlichkeit sei eine wesentliche und ganz allgemeine Eigenschaft der Materie? Können diese Erscheinungen auch über die ihnen gerade entgegengesetzten mit entscheiden, bei denen sich zeigt, daß von zwei oder mehren verschiedenartigen Substanzen eine die andere in sich aufnimmt, und durch die Vereinigung ein neuer Körper erzeugt wird, in wel-

*) Vergl. Fischer's mechanische Naturlehre. 3te Auflage. Berlin und Leipzig 1827. Thl. I. S. 9.

chem die Verschiedenartigkeit der Bestandtheile sich gänzlich ausgeglichen hat? Hätte man nicht eben so viel Grund, sich auf diese Classe von Erscheinungen der chemischen Wirksamkeit der Materie zu berufen, um ihr die Undurchdringlichkeit geradezu abzusprechen? Glaubt man etwa das Wesen der Materie dadurch fester gestellt und ihre Existenz sicherer verbürgt zu haben, wenn man ihr eine immerwährende Abgeschlossenheit in sich vorschreibt, so wie man auch die Dimensionen ihrer räumlichen Ausdehnung in ein unveränderliches Maß einzwängen wollte? Darf man dem Streben des Verstandes, die Vorstellung der Veränderlichkeit nach Kräften von sich abzuwehren, die Natur selbst zum Opfer bringen? Und wer weiß denn im geringsten besser, was die Materie an sich sei, wenn er sie nun auch undurchdringlich genannt hat? Hier, wo alle unsere Begriffe aus der Erfahrung geschöpft werden müssen, kann sich unsere Erkenntniß nur dadurch vor Irrthümern bewahren, wenn alle Thatsachen, die den Grund oder Ungrund einer Ansicht darthun sollen, mit gleicher Unparteilichkeit geprüft werden. Jeder chemische Proceß liefert aber den Beweis — es sei denn, daß man allen Glauben an die Wahrheit sinnlicher Erkenntniß verloren hätte — daß es als ein im Wesen der Materie selbst begründetes Vermögen anzusehen sei, mit ungleichartigen Verbindungen einzugehen, deren Elemente nicht mehr als neben und außer einander, sondern als wahrhaft in einander bestehend und im wahren Sinne des Worts mit einander vereinigt zu denken sind. — Wie eine solche Vereinigung ungleichartiger Stoffe zu einem gleichartigen möglich ist, das wird gleich manchem andern Räthsel der Natur so wenig vom Verstande begriffen als durch den Scharfsinn gelöst werden können*).

*) Man würde höchstens bei vorausgesetzter unendlicher Theilbarkeit der Materie von zwei verschiedenartigen Substanzen, deren Cohäsion die Aeußerung ihrer gegenseitigen Verwandtschaft nicht hindert, beweisen können, daß die wechselsweise Vertheilung der einen durch die andere irgendwo, d. h. bei keinem Grade der Feinheit der Zertheilung, aufhören könne. Aber damit wäre nur gezeigt, daß unter den angegebenen Bedingungen die Theile beider Substanzen nicht mehr neben und außer einander bestehen könnten; das positive Wesen der chemischen Mi-

Daß sie aber möglich ist, kann nicht aus metaphysischen Gründen bestritten werden, weil die Erfahrung beweist, daß sie wirklich ist.

§. 39.

Ueber den Begriff der Kraft.

Indem wir uns so zu der Ansicht bekannt haben, daß die Materie so gut wie der Raum, den sie erfüllt, Stetigkeit besitze, ohne vorgebildete Absonderung ihrer Theile, daß sie einer größeren und geringeren räumlichen Ausdehnung fähig sei, ohne diesen stetigen Zusammenhang ihrer Theile einzubüßen, und daß ihr nicht unbedingt das Merkmal der Undurchdringlichkeit zukomme, sondern daß vielmehr verschiedenartige Stoffe bei der chemischen Verbindung einander gegenseitig wahrhaft durchdringen, — da wir also den Grundlehren der Atomistik geradezu widersprechen; so wird man uns unseren Platz unter den Anhängern der dynamischen Naturansicht anweisen. Wir sind indessen eben so weit entfernt, den Grundsätzen der eigentlich sogenannten dynamischen Schule (die vielleicht nur noch in wenigen Ueberresten vorhanden ist) zu huldigen, welche die Existenz der Materie selbst als das Product der Kraft oder eines Conflictes von Kräften angesehen wissen will. Man kann sich schwerlich die Bedeutung des Wortes Kraft klar genug gemacht haben, wenn man sich diese Vorstellung erlaubt. Die Kraft existirt nie an und für sich, sondern nur in einem anderen, selbstständig vorhandenen Wesen und wird vom Verstande bloß als abgesondert von diesem gedacht, um als vermittelndes Glied zwischen der Ursache und ihrer ungleichartigen Wirkung aufzutreten*). Nur die Wirkung ist der Gegenstand unserer Wahrnehmung, und in Beziehung auf sie schreiben wir der Ursache, wovon dieselbe mit Nothwendigkeit abhängt, eine Kraft zu, wodurch diese nothwendige Abhängigkeit und das Entstehen

---

schung oder gegenseitigen Durchdringung ungleichartiger Stoffe wäre damit noch nicht erklärt.

*) Man vergleiche hierbei die treffliche Auseinandersetzung des Begriffes Kraft in Schulze's physischer Anthropologie. 3te Auflage. Göttingen 1826. §. 94. S. 199 ff.

der ungleichartigen Wirkung bedingt sein soll. Der Begriff der Kraft ist also, wie Schulze a. a. O. sich ausdrückt, bloß ein Hilfsbegriff beim Denken der ursachlichen Verbindung wirklicher Dinge; Kräfte können nur in Beziehung auf ein Substrat, dem sie inwohnen, angenommen werden, und die Substanzen, denen sie beigelegt werden, sind es eigentlich, die durch ihre Kräfte sich wirksam beweisen. Es ist also klar, daß erst eine Substanz gegeben sein muß, ehe sich der Begriff der Kraft nur einmal entwickeln kann, und es ist eine Verirrung oder eine ungebührliche Erhebung der philosophischen Speculation über ihren ebenbürtigen Bruder, den gesunden Menschenverstand, wenn sie ihm die vornehme Zumuthung macht, sich die Existenz der Materie oder des Sitzes der physischen Kräfte durch das vorangegangene Dasein dieser Kräfte bedingt zu denken.

Nach unserer Ansicht ist also die Materie ein Gegebenes der Erfahrung; sie besteht durch sich selbst und zwar so, wie sie ist. Ihre wesentlichen Eigenschaften sind inhärirende Attribute ihrer Existenz, ohne welche sie das zu sein aufhörte, was sie ist. Die Aeußerung dieser Eigenschaften ist bedingt durch das Dasein der Materie. Nur die Wirkungen der Materie und nicht die Materie an sich ist das, was wir wahrnehmen und begreifen. Nach den Wirkungen beurtheilen wir das Wesen derselben und nennen deßhalb gleichartig solche Materien, welche unter gleichen Umständen immer auch dieselben Wirkungen hervorbringen. Die Fähigkeit der Materie, unter gleichartigen Umständen stets auch gleichartige Wirkungen hervorzubringen, ist gleich bedeutend mit dem Worte Kraft — nur, daß wir uns in dem Begriffe Kraft noch getrennt von der Materie und als selbstständig die unmittelbare Ursache der von der Materie herrührenden Wirkung denken. Wir beurtheilen die Kraft nur nach den Erscheinungen, die sie bedingen soll, und bestimmen ihren Namen nach der Eigenthümlichkeit dieser Erscheinungen. Einem Inbegriff gleichartiger Erscheinungen legen wir als Ursache eine gemeinsame Kraft unter, deren Realgrund, die Materie aber nur in der Vorstellung, niemals in der Wirklichkeit von ihr gesondert ist. Wir fassen also nur durch den Hilfsbegriff der Kraft große Summen von Erscheinungen unter allgemeinere und höhere Gesichtspunkte zusam-

men; aber indem wir bei dem Begriffe der Kraft von ihrem Substrate, oder bei dem Begriffe der Eigenschaft von der Substanz, der sie angehört, abstrahiren, dürfen wir nicht glauben, den Urgrund der Erscheinungen selbst aufgefunden und erklärt zu haben. Der letzte Grund, die letzte Bedingung aller Wesen in der Natur zieht sich vor unserem beschränkten Blicke in ein unerforschliches Dunkel zurück. Gleichwohl ist die Bestimmung der Kräfte die nothwendigste und höchste Aufgabe der Naturforschung; denn sie zwingt uns, das Wesentliche der Erscheinung von dem Zufälligen zu unterscheiden, und sie leistet das Höchste, was uns zu erkennen vergönnt ist — Erkennung des Allgemeinen in dem Einzelnen, der Einheit in der Mannigfaltigkeit.

§. 40.

Räumliche Ausdehnung und Stetigkeit der Materie. — Cohäsion; Kraft der Ausdehnung, verschieden von der Ausdehnsamkeit.

Durch diese vorläufigen Erörterungen des Begriffes Kraft glauben wir den einzig sicheren Weg angedeutet zu haben, auf welchem eine richtige und gründliche Einsicht in das Wesen besonderer Kräfte zu erlangen ist. Es ist der Weg der Beobachtung und Erfahrung. Nur eine umsichtige und vorurtheilsfreie Prüfung der Erscheinungen der Wirklichkeit kann eine befriedigende und wahre Begriffsbestimmung einzelner Naturkräfte geben.

Fragen wir nach den allgemeinsten oder Grundkräften der Materie, so fragen wir eigentlich nach denjenigen Eigenschaften, welche aller Materie ohne Ausnahme, abgesehn von ihrer substanziellen Verschiedenheit, zukommen. Beschränken wir uns auf die tastbare oder körperliche Materie, deren Natur uns am genauesten bekannt ist, so erinnern wir an die gleich an die Spitze dieser Untersuchungen gestellte, allgemeinste Erfahrung, daß sie räumliche Ausdehnung besitzt. Der Begriff der räumlichen Ausdehnung involvirt den der Stetigkeit. Diejenige Kraft, welcher die körperliche Materie diese Eigenschaft der Stetigkeit, des ununterbrochenen Zusammenhanges oder der gegenseitigen Berührung ihrer Theile verdanken soll, nennen wir Cohäsion. Man würde mit gleichem Rechte für die Eigenschaft der räumlichen Ausdehnung, wovon jene eben ge-

naunte eine nothwendige Folge ist, als Grund eine eigene Kraft der Ausdehnung annehmen können.

Die Cohäsionskraft in dem Sinne, wie wir sie so eben genommen haben, würde die atomistische Theorie nur ihren sogenannten letzten Theilchen oder Atomen zugestehen*): sie würde bei diesen alsdann den Mangel der Porosität und die absolute Härte bedingen sollen. Die Kraft der Ausdehnung würde nach dieser Theorie den Atomen die Größe ihrer räumlichen Ausdehnung sichern und die Unmöglichkeit herbeiführen, sie in einen kleineren Raum zusammen zu pressen oder mit Stetigkeit über einen größeren Raum zu verbreiten. — Aber dieser Kraft der Ausdehnung hat die Kraft der Ausdehnsamkeit, welche sich nur in einem besonderen, dem expansiv-flüssigen Aggregatzustande durch das uneingeschränkte Bestreben nach Raumerweiterung äußert, ihre Wichtigkeit und die Beachtung der Naturforscher entzogen. Und die Cohäsionskraft, wie sie zur Erklärung des Zusammenhalts größerer Massen gebraucht wird, hat durch eine offenbare Verkennung ihres Wesens und durch die Einmischung fremdartiger Nebenbegriffe, auch bei nicht-atomistischen Naturforschern, ihre ursprüngliche Bedeutung eingebüßt.

§. 41.

Die Cohäsionskraft gehört nicht zu den anziehenden Kräften — Begriff derselben.

Allgemein wird die Cohäsionskraft zu den anziehenden Kräften gezählt. Geht man dem Wortsinne nach, so kann aber eine Anziehungskraft nur diejenige heißen, welche getrennten und von einander entfernten Massen das Bestreben mittheilt, sich einander zu nähern. Aus diesem Bestreben entspringt natürlich ein Widerstand gegen solche Kräfte, welche die Körper, die sich anziehen, weiter von einander entfernen wollen, sei es nun, daß jene Körper sich noch in einem gewissen Abstande von einander befanden, oder bis zur Berührung einander genähert waren. Der Cohäsionskraft kommt, wenn man nicht

*) Indem die atomistische Hypothese diese Kraft wohl übersehen, aber nicht entbehren kann, gebraucht sie offenbar, trotz ihres Strebens nach Vereinfachung, zur Erklärung der Aggregatformen eine Kraft mehr, als die nicht-atomistische Naturansicht.

von vorgefaſſten Meinungen ausgeht, ſondern die Erfahrung befragt, nur das eine Merkmal anziehender Kräfte zu, daß ſie ſich der Trennung ſtetig zuſammenhängender Theile widerſetzt. Sie beſchränkt ſich dabei lediglich auf gleichartige Theile. Es iſt aber durchaus kein einziges Beiſpiel unbezweifelt nachzuweiſen, wo ſie wirklich getrennten und von einander entfernten Körpertheilen das Beſtreben ertheilte, ſich einander zu nähern. Die Erſcheinungen des ſtarren Körpers, wenn er zerſtückelt wird, beweiſen dieß ohne Widerſpruch. Aufgehobene Continuität ſeiner Theile wird niemals durch die Cohäſionskraft in urſprünglicher Stärke wieder hergeſtellt. Auch gleichartige flüſſige Maſſen, in denen doch allein die Cohäſion eine Bewegung der Theile verurſacht, werden durch ſie nicht eher zu einer Vereinigung in ein zuſammengehöriges Ganzes vermocht, als bis ſie mit einem Theile ihrer Oberfläche in wirkliche Berührung gebracht ſind. Eine gegenſeitige Annäherung ihrer noch durch einen Zwiſchenraum getrennten Oberflächen in Folge der Cohäſionskraft iſt aber niemals zu bemerken. Und auch nach erfolgter Vereinigung in einem Theile der Oberflächen geſchieht das fernere Ueberfließen der vorhin geſonderten Maſſen oder Tropfen in einander — wie ſchon an einem früheren Orte bemerkt wurde — nicht von Oberfläche gegen Oberfläche, ſondern unter der Oberfläche. Wiewohl man jedoch meiſtens geneigt iſt, dieſes Phänomen auf eine Thätigkeit der Cohäſionskraft in Entfernungen, wodurch ſie getrennte Körpertheile einander näher zu bringen vermöchte, hinzudeuten, und obſchon der ſtarre Körper auch dieſer leicht fertigen Art zu ſchließen nicht einmal ein ähnliches Phänomen zur Unterſtützung anbietet; ſo pflegt man ſonderbarer Weiſe doch gemeiniglich die Cohäſionskraft flüſſiger Körper, wo nicht für ganz vernichtet, wenigſtens doch für ungleich ſchwächer anzunehmen, als die ſtarren Maſſen.

Der Atomiſtiker darf es ſich nun freilich, gezwungen durch die vorausgeſetzte Vereinzelung und die weiten Abſtände ſeiner letzten Theilchen, nicht ſtreitig machen laſſen, daß die Cohäſion, welche den Zuſammenhang größerer Maſſen bewirke, auch in Entfernungen thätig ſei und den getrennten Atomen das Beſtreben gegenſeitiger Annäherung einpflanze, alſo mit vollem Rechte in den Rang der anziehenden Kräfte gehöre. Allein

diesen Begriff der Cohäsionskraft hat er nur nach seinen übrigen Voraussetzungen geformt, und wir berufen uns auf die Betrachtungen des ersten Abschnitts, um ihm zu entgegnen, daß diese Voraussetzungen unerwiesen und vielleicht unerweisbar sind. Wer aber die Wirksamkeit der Cohäsionskraft nur auf unmerkliche Entfernungen beschränkt wissen will, dem gestehen wir gern, daß uns unmerkliche Entfernungen gar keine sind.

Ob man also wol Recht hat, die Cohäsionskraft eine anziehende zu nennen? — Will man den Begriff der Anziehungskraft in seiner ursprünglichen Reinheit erhalten, so sollte man auch als unerlässliches Merkmal derselben fordern, daß sie ihren Substraten auch in Abständen von einander das Bestreben gegenseitiger Annäherung mittheilt. Hält man aber daran fest, so läuft man Gefahr, indem man die Cohäsion dem höheren Begriffe der Anziehungskraft unterordnet, in die atomistische Hypothese hineinverschlagen zu werden. Denn alsdann verbindet man mit dem Begriffe der Cohäsion die Vorstellung von der Sonderung ihrer Träger. Wir halten demnach den Gebrauch der physikalischen Sprache, die Cohäsionskraft eine anziehende zu nennen, für einen Mißbrauch, und glauben, wer nicht weiter gehen will, als die Natur, der dürfe die Cohäsion nur für die Kraft halten, welche die Stetigkeit der tastbaren, und zwar gleichartigen Materie bewirkt, mithin unter den erforderlichen Umständen auch den Widerstand erzeugt, welchen jede Kraft erfährt, die diesen stetigen Zusammenhang gleichartiger Theile aufheben will.

Nicht selten scheint man auch die Cohäsion für die Grundkraft der Starrheit zu halten, so als ob diese ihre unmittelbare Folge wäre. In diesem Sinne leiten die Atomistiker die absolute Starrheit und Härte der Atome von ihrer Cohäsionskraft ab, oder sie glauben vielmehr, gar keiner Erklärung dieser absoluten, oder wie sie wollen, dieser ursprünglichen Starrheit der Atome weiter zu bedürfen, weil sie ihnen Stetigkeit und Cohärenz zugestanden haben. Desgleichen kann das Wort Cohäsion nur in dieser Bedeutung als unmittelbare und hinreichende Bedingung der Starrheit genommen sein in dem Ausspruche der Chemiker: »Cohäsions- und Expansivkraft sind die

Antagonisten der chemischen Verwandtschaft.« Es ist aber schlechterdings nicht einzuräumen, daß, so lange man noch unter der Cohäsionskraft ganz allgemein diejenige Kraft versteht, welche den stetigen Zusammenhalt des gleichartigen Körperlichen bewirkt, in ihr allein schon der zureichende Grund der Starrheit gefunden werden könne. Auch die Theile flüssiger Körper zeigen unter den erforderlichen Umständen einen namhaften, nicht ohne erheblichen Kraftaufwand zu besiegenden Zusammenhang, also Cohäsion, wie dieß durch Erscheinungen und Versuche, die zum Theil schon im ersten Capitel erwähnt wurden, unzweideutig bewiesen wird. Den nachfolgenden Untersuchungen aber ist der Beweis vorbehalten, daß die Cohäsion unter bestimmten Modificationen thätig gedacht werden müsse, um die Eigenthümlichkeiten der Starrheit daraus zu erklären.

§. 42.

Ueber den Begriff einer Kraft der Ausdehnung. — Ihr Unterschied von der Expansivkraft.

Wir haben oben gesagt, mit gleichem Rechte, wie die Cohäsionskraft zur Erklärung der räumlichen Stetigkeit der Materie angenommen werde, könne man derselben eine Kraft der Ausdehnung beilegen, um darin den Grund ihrer räumlichen Ausdehnung zu finden. Der Begriff der Cohäsionskraft entwickelt sich offenbar erst dadurch, daß man einen Widerstand wahrnimmt, wenn man die Theile eines Körpers trennen oder aus ihrem stetigen Zusammenhange bringen will. Diesen Widerstand, welcher der äußeren Kraft entgegengerichtet ist, schreibt man einer inneren Kraft der Cohäsion zu. Ist es nun gleich nicht möglich, die Ausdehnung der körperlichen Materie zu vernichten — denn das hieße, sie selbst vernichten; — so kann man doch diese Eigenschaft verändern und beschränken wollen, und auch jedem Versuche der Art stellt die Materie einen namhaften Widerstand entgegen. Kein Körper läßt sich ohne mehr oder minder beträchtliche äußere Gewalt in einen kleineren Raum zusammendrücken — und sobald dieselbe wieder nachgelassen hat, so äußert der Körper mehr oder minder vollkommen das Bestreben, seine vorige Ausdehnung wieder her zu stellen. Warum findet man nun gleichwohl in keinem Lehr-

buche der Physik eine eigene Kraft der Ausdehnung erwähnt, welche auf die Erhaltung des Volumens gerichtet, den oft so außerordentlich nachdrücklichen Widerstand erzeugen müsste, den jede äußere Gewalt erfährt, die dasselbe zu verändern strebt?

Der Grund davon scheint folgender. Bei den luft- oder gasförmigen Körpern rührt dieser Widerstand augenscheinlich von ihrer *Ausdehnsamkeit* oder dem *unbegrenzten Bestreben nach Raumerweiterung* her. Unter verstärktem äußeren Druck ziehen sich dieselben auf engere Grenzen zusammen, und der verminderten Pressung folgt augenblicklich Verbreitung über einen größeren Raum. Tropfbarflüssige und starre Körper zeigen offenbar keine Spur eines Strebens nach unbegrenzter Ausdehnung, aber wenn sie gewaltsam in einen kleineren Raum zusammengedrückt waren, und der äußere Zwang wegfällt, äußern sie fast ohne Ausnahme das Bestreben, ihre vorige, größere Ausdehnung wieder zu gewinnen. Dieses Vermögen der Körper, sich in ihr voriges Volumen wieder einzusetzen, wenn dasselbe durch äußere Gewalt geschmälert war, nennt man ihre *Elasticität**), und in die-

*) Es ist dieser Erklärung zufolge unzweifelhaft, daß man die erst neuerdings durch entscheidende Versuche bewiesene Fähigkeit des Wassers und anderer Flüssigkeiten, wenn sie durch äußeren Druck gewaltsam in einen kleineren Raum zusammengepresst waren, sobald dieser Druck nachlässt, ihr voriges Volumen wieder einzunehmen, für eine Erscheinung der Elasticität zu halten, und diese Körper elastisch zu nennen berechtigt sei. Wenn die Elasticität starrer Körper vorzugsweise sich durch das Bestreben nach Wiederherstellung der durch den Druck veränderten Gestalt zu erkennen giebt, so liegt der Grund davon in den ihnen eigenthümlichen, inneren Bedingungen der selbstständigen Form. Während der starre Körper in einer oder einigen Richtungen zusammengedrückt wird, pflegt ihm die größere Ausdehnung in anderen Richtungen verstattet zu bleiben. Die Wiederausdehnung in der Richtung des Drucks, wenn dieser aufgehört hat, und die damit verbundene Zusammenziehung in den anderen Richtungen kommt dann als Wiederherstellung der Form zur Wahrnehmung.

In dem erwähnten Umstande scheint auch mit eine Ursache zu liegen, warum starre Körper der Zusammenpressung durch äußeren

sem Sinne — denn ihr ohnehin schwankender Begriff wird auch noch auf andere Erscheinungen ausgedehnt — pflegt man sie für einen Erfolg der Expansivkraft zu halten, — obgleich man sich nicht scheuen wird einzugestehen, daß liquide und starre Körper gar keine Expansivkraft besitzen. Die einzige Aehnlichkeit beider Kräfte besteht unstreitig darin, daß sie unter den angegebenen Verhältnissen eine Erweiterung des Volumens bewirken. Aber während diese, die Expansivkraft, so weit wir wissen, nach endloser Ausdehnung strebt, zeigt sich jene, die Elasticität augenblicklich befriedigt, sobald der Körper seinen vorigen Raum wieder eingenommen hat. Man hat diesen Unterschied längst anerkannt, indem man den Namen elastisch-flüssiger Körper mit dem richtigern der expansiv-flüssigen vertauscht hat. Ist es demnach nicht wunderbar, den Grund einer Erscheinung in einer Kraft finden zu wollen, die man doch in dem Subjecte der Erscheinung schlechthin wegläugnen muß, weil ihm ein durchaus wesentliches Merkmal fehlt, wodurch sich diese Kraft zu erkennen giebt? — Nur die Bestechlichkeit unseres Urtheils durch eine oberflächliche Aehnlichkeit, deren Grenzen man nicht beachtet hat, macht den Widerspruch erklärlich.

Mächtiger noch als alle Gewalt von außen ist die Wärme, um Veränderungen in der Ausdehnung der Körper hervor zu bringen. Aber in ihren Wirkungen scheint der so eben berührte Unterschied noch weniger berücksichtigt zu werden. Starre und tropfbar-flüssige Körper dehnen sich bei höheren Temperaturen, wie es scheint, mit unwiderstehlicher Gewalt aus. Wir sehen dieselben unter dem Einflusse der Wärme sich in ausdehnsame Flüssigkeiten verwandeln, und in diesen verstärkt sich das Bestreben nach größerer Ausdehnung, erkennbar an dem Drucke

---

Druck ohne Verhältniß geringeren Widerstand leisten, als tropfbare Flüssigkeiten. Diese müssen während des Versuchs rundum, von allen Seiten abgesperrt sein. Noch mehr scheint jedoch hiezu die vollkommnere Stetigkeit der letzteren und die oft sehr große Porosität der starren Körper beizutragen, welche zwar keine nothwendige Folge, aber doch eine sehr gewöhnliche Begleiterinn ihrer inneren Textur ist.

Man vergleiche hierbei noch die spätere Anmerkung zu diesem §.

gegen sperrende Wände, in dem Maße, wie sie mehr erwärmt werden. Ob daraus wirkliche Volumen-Vergrößerung folgt, hängt von der Nachgiebigkeit der Umgebung ab. Man glaubt sich daher sehr vorsichtig auszudrücken, wenn man die unmittelbare Wirkung der Wärme in eine Erhöhung der Expansivkraft setzt, und behauptet ganz allgemein, d. h. sowohl bei starren, als tropfbar- und expansiv-flüssigen Körpern bestehe die Wirkung der Wärme in einer Verstärkung der Expansivkraft. Sonderbar genug übersieht man also auch bei diesem Schlusse, daß es dem Begriffe starrer und liquider Körper schnurstracks zuwiderläuft, in ihnen eine Expansivkraft, oder ein Streben nach unbegrenzter Ausdehnung anzunehmen. Wo aber die Kraft selbst nicht vorhanden ist, da kann doch auch nicht füglich von einer Verstärkung derselben die Rede sein. Wenn nun auch liquide und starre Körper mit steigenden Wärmegraden sich ausdehnen, und so lange sie noch nicht die entsprechende Größe des Volumens erlangt haben, mit einer Gewalt danach streben, der keine andere Kraft gewachsen ist; so darf man doch nicht vergessen, daß dieses Bestreben gerade auch nur so lange dauert, bis der Körper das feste, für jeden Grad der Wärme bestimmte Maß seiner räumlichen Größe erreicht hat, und so wie dieses geschehen, augenblicklich beruhigt ist, — daß folglich nach diesem Zeitpunkte eben so wenig als vorher eine Spur von Ausdehnsamkeit zu bemerken ist.

Allerdings kann es bedenklich scheinen, derselben Ursache nicht auch dieselben Wirkungen zuschreiben zu wollen. Allein es ist gar nichts Ungewöhnliches, daß die nämliche Ursache unter anderen Vrrhältnissen ganz ungleiche Wirkungen hervorbringt. Die Wärme aber erscheint uns nur in Verbindung mit der tastbaren Materie, und diese nur in einem der drei verschiedenen Aggregatzustände, mithin unter veränderten Umständen, welche sehr wohl auch den Einfluß der nämlichen Ursache modificiren können. Nur die Beobachtung der einzelnen Erscheinungen kann also über die Identität der Wirkungen entscheiden. Nun zeigt sich aber auf den ersten Blick, daß der Einfluß gesteigerter Wärme auf die tastbare Materie nicht bloß graduellen, sondern auch durchaus wesentlichen Veränderungen unterworfen ist. Den Uebergang eines Körpers aus der festen

in die tropfbar-flüssige und aus dieser in die expansiv-flüssige Form, und umgekehrt, wird Niemand aus einer bloß graduellen Verschiedenheit der Wirkung erklären wollen. Das Gebunden- und Freiwerden der Wärme bei diesen Uebergängen sind Erscheinungen, welche von den sonstigen Gesetzen ihrer Wirksamkeit innerhalb dieser Grenzscheiden ganz und gar abweichen. Und wäre denn die ausschließliche Wirkung der Wärme Verstärkung der Expansivkraft, müsste dann nicht jede Umwandlung in der Form eines Körpers, welche ihrem alleinigen Einflusse zugeschrieben wird, bloß in der frei werdenden Aeußerung dieser Kraft bestehen? Aber der feste Körper geht unter dem Einflusse der Wärme nicht gleich in den ausdehnsamen, luftförmigen Zustand über, sondern er schmilzt erst, und als liquider Körper zeigt er eben so wenig ein Bestreben nach unbegrenzter Ausdehnung, als in fester Form. Es verdient außerdem berücksichtigt zu werden, daß die Zunnahme der Expansivkraft in luftförmigen Körpern den steigenden Wärmegraden streng proportional ist, während in starren und tropfbar-flüssigen Körpern keineswegs gleichen Erhöhungen der Temperatur auch immer gleiche Zunahmen des Volumens entsprechen. Ja beim Wasser hat sogar die Temperaturerhöhung von 0° bis + 3 ½° R. gerade den entgegengesetzten Erfolg größerer Verdichtung.

Der Beobachtung zufolge besteht also die Wirkung vermehrter Wärme in starren und liquiden Massen im Allgemeinen bloß in der Erweiterung des Volumens oder in dem unwiderstehlichen Bestreben nach einer *bestimmten* Größe räumlicher Ausdehnung. Jedem Wärmegrade bei solchen Körpern entspricht auch ein bestimmtes Quantum räumlicher Ausdehnung, und so wenig dieselben, wenn ihnen dieser Raum verstattet ist, noch ein Bestreben nach größerer Ausdehnung äußern, so wenig lassen sie sich ohne äußere Gewalt in einen engeren Raum zusammenpressen. So lange aber ein Körper das seinem jedesmaligen Wärmegrade entsprechende Volumen noch nicht hat einnehmen können, befindet er sich in den nämlichen Umständen, wie ein Körper, der bei derselben Temperatur durch äußere Kraft zusammengedrückt ist. Es ist in beiden Fällen die *Kraft der Ausdehnung*, aus welcher das Streben des Körpers nach Erlangung oder Wiederherstellung eines größeren

Volumens von bestimmten Abmessungen entspringt. Unter der Kraft der Ausdehnung wollen wir aber das Vermögen der Körper verstehen, die ihren inneren physischen Bedingungen angemessene Ausdehnung sich zu erhalten, oder wiederherzustellen, wenn sie durch äußere Gewalt verändert war. Jene inneren physischen Bedingungen sind aber augenscheinlich Wärme und chemische Constitution. Insofern man das Verhältniß der räumlichen Ausdehnung eines Körpers zu seiner Masse als das Maß dieser Kraft der Ausdehnung gelten lassen will, darf man sagen, die freie Wärme verstärke im Allgemeinen bei starren und tropfbar-flüssigen Körpern diese Kraft der Ausdehnung — die Expansivkraft nur bei den luftförmigen.

Nach der so eben aufgestellten Definition gehört auch die Erscheinung zu den Wirkungen der Kraft der Ausdehnung, daß starre und tropfbar-flüssige Körper, denen freie Wärme entzogen wird, sich auf einen kleineren Raum zusammenziehen. Sie ist als nothwendige Folge von der umgekehrten Erscheinung anzusehen, daß Zunahme der Wärme in solchen Körpern Erweiterung des Volumens bewirkt. Es offenbart sich darin nur das Bestreben derselben, die bestimmte, ihren inneren Bedingungen angemessene räumliche Ausdehnung zu erlangen. Diese Zusammenziehung der genannten Körper durch verminderte Wärme ist eben so unaufhaltsam durch äußere Kräfte, als die Ausdehnung derselben durch Erhöhung der Temperatur.

Wäre es möglich, starre und tropfbar-flüssige Körper, auch ohne Zuthun der Wärme, bloß durch äußere Gewalt allseitig in einen größeren Raum auszudehnen; so müsste die Kraft der Ausdehnung, falls jene Gewalt beseitigt würde, die Zusammenziehung der Körper auf ihr voriges Volumen verursachen. Wir würden auch in dieser Erscheinung, wie in der umgekehrten, einen Erfolg der Elasticität erkennen. Nur der starre Körper gestattet wegen der Selbstständigkeit seiner Form äußeren Kräften feste Angriffspunkte. Starre Körper können allerdings durch Gewalt von außen in einer oder einigen Richtungen ausgedehnt werden. Die entgegengesetzte Kraft, welche dadurch überwunden ist, kann sich natürlich auch nur in denjenigen Richtungen wieder zu erkennen geben, in welchen sie

angegriffen war. Sie bewirkt also die Zusammenziehung in diesen Richtungen und stellt sich so als das Bestreben nach Wiederherstellung der Form, als die dem starren Körper eigenthümliche Art der Elasticität dar*). Die Elasticität der Körper

*) Es ist keineswegs zu läugnen, sondern versteht sich vielmehr von selbst, daß diese Art der Elasticität zugleich mit in den besondern Verhältnissen der Cohäsionskräfte des starren Körpers begründet ist. Diese sichern erst dem starren Körper seine selbstständige Gestalt und machen dadurch seine gewaltsame größere Ausdehnung in bestimmten Richtungen möglich. Aber es würde nach unserer Ansicht durchaus irrig sein, wenigstens unverträglich mit unseren Begriffen von Cohäsionskraft, wenn man sie für die unmittelbare Ursache von dem Wiederzusammenziehen des Körpers in jenen Richtungen halten wollte. Denn das Streben der Cohäsion ist nun und nimmermehr auf die Zusammenziehung der Theile gerichtet. Sie vermag durchaus nicht, in Entfernungen von einander gerückten Theilen das Bestreben gegenseitiger Annäherung einzupflanzen, wie man gewöhnlich zur Erklärung dieser Erscheinung der Elasticität annimmt, indem man (vollkommen atomistisch) bei der gewaltsamen Ausdehnung starrer Körper nach gewissen Richtungen ihre Theilchen nach eben diesen Richtungen in etwas größere Abstände von einander gerückt denkt. Erwägt man, daß der elastische Körper bei der gewaltsamen Ausdehnung nach einer Dimension in andern Richtungen sich verhältnißmäßig zusammenzuziehen pflegt und in diesen bei der Wiederherstellung seiner Form sich wieder ausdehnt; so müsste man ja, um in der Cohäsion den Grund dieser Erscheinung zu finden, ihre Aeußerung, nach dieser Seite hin betrachtet, in dem Bestreben des Körpers, sich auszudehnen, erkennen wollen. Denn warum sollte man nicht eben so gut die Veränderungen des Körpers in diesen Richtungen zur Grundlage seiner Schlüsse machen können? — In den besonderen Verhältnissen und gegenseitigen Beziehungen der Cohäsionskräfte starrer Massen liegt also, nach unserer Meinung, freilich wol die Bedingung für die ihnen eigenthümliche Art der Elasticität, deren höchst ungleiche Grade eben von diesen bestimmten Verhältnissen der Cohäsionskräfte größtentheils abhängig zu sein scheinen; aber wir können nur die Cohäsion nicht für die causa efficiens derselben halten.

zeigt sich also in jeder Gestalt dem höheren Begriffe der Ausdehnungskraft untergeordnet, und kann als die Aeußerung derselben unter besonderen Verhältnissen angesehen werden.

§. 43.

Cohäsions- und Expansivkraft sind einander nicht entgegengesetzt.

Eng verwebt mit der Vorstellung, daß auch diejenigen Erscheinungen an starren und tropfbar-flüssigen Körpern, welche wir so eben als Aeußerungen einer Kraft der Ausdehnung dargestellt haben, Folgen der Expansivkraft seien, ist die Idee eines geraden Gegensatzes zwischen der Expansiv- und Cohäsionskraft. Weit verzweigt durch physikalische Definitionen und Erklärungen, und dabei immer als ausgemachte Wahrheit anderen Schlußfolgen zum Grunde gelegt, hat diese Idee vielleicht mehr als irgend eine andere dazu beigetragen, Begriffe zu entstellen und Erklärungen unter sich und mit Thatsachen der Erfahrung in Widersprüche zu verwickeln, die nur durch das Ansehn ihres Alters den Berichtigungen vorurtheilsfreier Prüfung so lange widerstanden zu haben scheinen.

Man scheint von dem Grundsatze ausgegangen zu sein, alle Phänomene der Ausdehnung rühren von der Expansivkraft her. Das wesentliche Merkmal dieser Kraft, unaufhörliches Bestreben derjenigen Körper, denen sie inwohnt, sich weiter auszudehnen, durfte man nicht aufgeben, ohne ihren Begriff selbst zu vernichten. Um also die Gegenwart dieser Kraft auch noch im tropfbar-flüssigen und starren Körper begreiflich zu finden, war ein Grund aufzusuchen, wodurch jenem Streben feste Schranken angewiesen, die Kraft selbst gleichsam gebunden würde — und übereinstimmend will man diesen Grund in der Cohäsionskraft gefunden haben. Man sagt, der liquide Körper äußere kein Streben nach größerer Ausdehnung, weil sich in ihm die Expansivkraft mit der entgegengerichteten Cohäsions- oder Anziehungskraft ins Gleichgewicht gesetzt, der starre Körper, weil diese über jene den Sieg davon getragen habe u. dergl. Wie diese Erklärungen sich auch gestalten mögen, alle stimmen darin überein, daß sie einen Gegensatz zwischen der Expansiv- und Cohäsionskraft annehmen,

um auf das dreifache Verhältniß ihrer Stärke die drei verschiedenen Aggregatformen zurückzuführen.

Was ergiebt denn nun aber die gerade Umkehrung des Begriffs der Expansivkraft? Wenn sie selbst das unbeschränkte Streben des Körpers nach Volumen-Erweiterung bewirkt, so müsste eine Kraft, die ihr entgegengesetzt heißen sollte, sich durch ein Streben des Körpers nach Volumen-Verminderung, oder Zusammenziehung äußern. Der Expansivkraft würde folglich eine Contractivkraft gegenüber zu stellen sein. Ist dieß die Cohäsionskraft? Wo in der Welt zeigt sich denn nur einmal eine Contractivkraft? Luftförmige Körper unter gleichbleibendem äußeren Druck, starre und tropfbar-flüssige Körper ziehen sich zwischen engere Grenzen zusammen, wenn ihnen Wärme entzogen wird: — will man darin den Erfolg einer Contractivkraft sehen? Man hätte wenigstens eben so viel Recht, Kälte und Finsterniß als eigene Materien in der Physik aufzuführen. Sind nicht vielmehr jene Erscheinungen die Folge geschwächter Expansivkraft in den luftförmigen, geschwächter Kraft der Ausdehnung in den liquiden und starren Körpern? Wer möchte nun aber gar in ihnen eine Wirkung der Cohäsionskraft erkennen? — Expansiv-flüssigen Körpern wird diese Kraft gänzlich abgesprochen, und unter den starren Körpern zeigen z. B. die meisten Metalle, wenn auch geringere Härte, doch größere Tenacität bei höheren als bei den niedrigsten Graden der Temperatur. Man pflegt im tropfbar-flüssigen Körper ein Gleichgewicht der Expansiv- und Cohäsionskraft, im starren eine überlegene Cohäsionskraft anzunehmen. Aber so gewiß ein Liquidum keine Expansivkraft besitzt, so gewiß lässt sich die namhafte Cohärenz seiner Theile nachweisen; — und worin müsste die Wirkung einer vorgeblichen Ueberlegenheit der Cohäsion über die Expansivkraft im starren Körper bestehen, wenn beide Kräfte einander entgegengesetzt wären, also mit Fug und Recht von einer Ueberlegenheit der einen über die andere die Rede sein könnte? Das Wesen der Cohäsion müsste, um der Expansivkraft zu widerstreiten, in dem unablässigen Bestreben der Materie bestehen, sich in einen immer kleineren und kleineren Raum zusammen zu ziehen. Wo müsste aber dieses Bestreben seine Grenze finden, wenn es einmal über die entgegengesetzte Aus-

dehnsamkeit das Uebergewicht erhalten hätte? Könnte es eher befriedigt sein, als bis die Masse in den ausdehnungslosen Punkt sich zusammen gezogen, also Materie zu sein aufgehört hätte? Müsste man demnach nicht annehmen, in jedem Körper, in jeder Aggregatform überwiege noch die Expansivkraft diejenige Kraft, welche ihr entgegengesetzt sein soll? — Darf also wol eine Kraft, die im liquiden und starren Körper den Mangel der Ausdehnsamkeit bedingen soll, ohne im letzteren, trotz ihrer angeblichen Ueberlegenheit über dieselbe, die ihr entgegengesetzten Erscheinungen hervorbringen zu können, darf wol diese Kraft, die Cohäsion, gemeiniglich in höchster Potenz als die Grundkraft der Starrheit betrachtet, der Expansivkraft entgegengesetzt genannt werden?

Es ist nicht zu läugnen, daß in der atomistischen Hypothese die Vorstellung eines Gegensatzes zwischen denjenigen Kräften, von welchen die Erscheinungen der Cohäsion und Ausdehnsamkeit abhängen sollen, wahr wird, sobald man statt der Cohäsions- und Expansivkraft ihre atomistischen Stellvertreter, die Molecular-, Anziehungs- und Abstoßungskraft gelten läßt. Gezwungen durch die Annahme getrennter, unveränderlicher Massentheilchen, die auch in den dichtesten Körpern noch verhältnißmäßig große Abstände von einander haben sollen, muß die atomistische Theorie der Cohäsion den Charakter einer vollkommenen Anziehungskraft ertheilen und die Expansivkraft in das Gewand der Repulsivkraft einkleiden. Anziehungs- und Abstoßungskraft sind aber in der That einander entgegengesetzt. In dem dreifachen Verhältnisse, worin beide Kräfte vermöge des angenommenen Widerstreits ihrer Stärke nach zu einander gedacht werden können, suchte man nun die Eigenthümlichkeiten des dreifachen Aggregatzustandes der Körper zu begründen. Die bisher versuchten nicht-atomistischen Erklärungsweisen dieses Gegenstandes haben sich alle mehr oder weniger zu jener Vorstellungsart hingeneigt. Wie weit indessen die darauf gegründeten Versuche bislang hinter dem vorgesteckten Ziele zurückgeblieben sind, glauben wir, so weit es der Plan des Werkes gestattete, im vorigen Capitel gezeigt zu haben. Wir entnehmen den hierauf bezüglichen Betrachtungen desselben nur noch einmal das Resultat, daß die Annahme eines Gegensatzes

zwischen zwei Grundkräften der Materie, von welchen die Constitution des Aggregatzustandes abhängen soll, durch die Folgerungen, welche man daraus ableiten kann, keineswegs gerechtfertigt ist, daß vielmehr diese Folgerungen oft nur sehr unzulänglich zur Erklärung beobachteter Thatsachen der Erfahrung, oft geradezu im Widerspruch mit ihnen begriffen sind, folglich die Begriffsbestimmung jener beiden angeblichen Grundkräfte selbst, der atomistisch definirten Cohäsions- und Expansivkraft, des Mangels an Uebereinstimmung mit der Natur anklagen.

§. 44.

Nähere Bestimmungen der Art und Weise, wie man sich die Thätigkeit der Cohäsionskraft vorzustellen hat.

Wir können also die Beziehung des Widerstreits zwischen der Cohäsions- und Expansivkraft nicht anerkennen, und müssen deßhalb die Vorstellung eines Gleichgewichts zwischen beiden, oder des Uebergewichts der einen über die andere für eben so unstatthaft halten. Stellt man ohne vorgefasste Meinungen und ohne Rücksicht auf den Gebrauch, welchen man von den erhaltenen Begriffen bei gewissen Erklärungen zu machen beabsichtigt, alle diejenigen Erscheinungen zusammen, denen der Begriff der Cohäsionskraft seinen Ursprung verdankt; so ist es in allen nur die Wahrnehmung des ununterbrochenen Zusammenhanges, der Continuität gleichartiger Massen und unter Umständen ihres Widerstandes gegen trennende Kräfte, denen wir als den gemeinsamen Grund die Cohäsionskraft unterlegen. Ihre unmittelbare Wirkung ist also die Stetigkeit des Körperlichen, oder der ununterbrochene Zusammenhang gleichartiger Theile, welche man sich in demselben denken kann. Im Innern eines Körpers darf man sich jede mathematische Fläche als die Grenze vorstellen, wo sich die wechselseitige Thätigkeit der Cohäsionskraft begegnet; aber man muß sich wohl hüten, das Feld dieser Thätigkeit etwa zu beiden Seiten von jener Fläche in einem gewissen Abstande wieder durch Flächen begrenzt zu denken, so wie sich die Wechselwirkung anziehender Kräfte in den am weitesten von einander entlegenen Oberflächen ihrer Träger schließt.

Nur gar zu leicht wird man verleitet, die Vorstellung von der Art und Weise, wie anziehende Kräfte wirken, auf die Wirkungsart der Cohäsionskraft zu übertragen, und indem man

zu beiden Seiten einer Grenze in Gedanken Punkte feststellt, an welche man die Beziehung der Gegenseitigkeit anknüpfen will, (wie wenn die benachbarten Massentheilchen diesen Punkten ihre Kraft überließen) die inneren Kräfte des ganzen Continuums gewissermaßen in solche isolirte Punkte zu vertheilen, so als ob sich ihre Wirkungen nach Art von Strahlen um dieselben verbreiteten. Diese atomistische Vorstellung der Kräfte ist aber um nichts besser, als die atomistische Vorstellung der Massen; denn auch diese will durch die Zergliederung der Massen eigentlich nur den vereinzelten Mittelpunkten der Kräfte eine materielle Hülle verschaffen. Und auch die gemeinhin nachgefügte Versicherung, daß man solcher auf einander bezogener Punkte unendlich viele annehmen könne, um dadurch die Continuität der Gesammtwirkung wieder herzustellen, hebt die Unrichtigkeit der ersten Vorstellung nicht wieder auf, weil sich diese doch nicht wieder von der Unterscheidung wenigstens je zweier getrennter Wirkungssphären losmachen kann. Eben dadurch unterscheidet sich aber die Wirksamkeit der Cohäsionskraft wesentlich von der Wirksamkeit jeder Anziehungskraft, daß man für diese allemal zwei getrennte Grenzen angeben kann, zwischen welchen sie in entgegengesetzten Richtungen thätig ist, während für jene immer nur eine einzige gemeinschaftliche Grenze gedacht werden kann, von welcher aus sie sich nach entgegengesetzten Richtungen erstreckt, ohne daß man an ein bestimmtes Ziel, bis wohin sich ihre Wirksamkeit nach beiden Seiten von jener Grenze ausdehnt, denken darf. Jede Fläche, die man im Innern einer stetig zusammenhängenden Masse annehmen mag, macht die Unterscheidung entgegengesetzter Richtungen, in denen sich die Wechselwirkung der Cohäsion an dieser Stelle äußert, möglich; aber die Grenzen, von wo aus diese Thätigkeit nach der einen und zugleich nach der entgegengesetzten Seite gerichtet ist, fallen in dieser einen Fläche zusammen. Es ist keine doppelte Begrenzung benachbarter Theile, von wo aus und gegen welche, oder zwischen welchen die Wirkung ihrer Cohäsion hinüber und herüber geht, sondern in jeder Grenze fallen Anfangspunkt und Ziel dieser Kraft zusammen. Denken wir uns die Cohäsion einer stetigen Masse in einer Fläche durch eine senkrecht gegen sie gerichtete Kraft angegriffen, so dürfen wir wol diese lothrechte Richtung auf jene Fläche auch

als die Richtung der Cohäsionskraft bezeichnen; aber eben so gut nach der einen wie nach der anderen Seite, und ohne durch einen zweiten Endpunkt, den man in diesem Lothe, wie nahe auch immer seinem Anfangspunkte, annehmen möchte, das Ziel dieser Kraft bestimmen zu wollen. Die Wirkung der Cohäsion einander stetig berührender, also bloß durch eine mathematische Fläche unterschiedener Körpertheile beschränkt sich ganz und gar auf diese Berührungsfläche. — Es ist daraus klar, daß die Cohäsion keine Zusammenziehung der Theile bewirken kann. — Den einzigen Schlußpunkt der wechselseitigen Thätigkeit der Cohäsion, wo dieselbe einseitig, bloß nach innen gerichtet wird, macht die Oberfläche der stetigen Masse, wo dieselbe gegen andere ungleichartige Körper oder den leeren Raum sich begrenzt. Von ihr aus erstreckt sich die Wirkung der Cohäsion in entgegengesetzten Richtungen durch die ganze Masse hindurch; wir möchten dies eine durchgreifende Spannung der Cohäsion nennen. Das ganze Wesen der Cohäsionskraft, worin sich alle die angedeuteten Merkmale vereinigen, glauben wir aber nicht kürzer und treffender bezeichnen zu können, als wenn wir sie die Kraft der Stetigkeit nennen.

§. 45.

Auch die ausdehnsamen Flüssigkeiten besitzen Cohäsion.

Nach diesen Erörterungen wird es weniger befremden, wenn wir auch den Theilen luftförmiger Körper Cohäsion zugestehen. Man kann in dieser Behauptung nur dann einen Widerspruch finden, wenn man von einem unrichtigen Begriffe der Cohäsionskraft, insonderheit von der Vorstellung eines Gegensatzes zwischen ihr und der Expansivkraft ausgeht. Aber so wenig ein solcher Gegensatz zwischen beiden Kräften in der Natur begründet ist, so wenig wird durch das Vorhandensein der einen allein schon die Gegenwart der andern ausgeschlossen. Unbegrenztes Streben nach größerer Ausdehnung und das Bestreben nach Erhaltung des stetigen Zusammenhanges der Theile können sehr wohl neben einander bestehen. Ja es würde ohne die Vorstellung der beibehaltenen Continuität, trotz des unablässigen Strebens nach Volumen-Vergrößerung, der wahre Begriff der Ausdehnsamkeit verloren gehen und der Begriff einer

allseitigen Repulsivkraft an seine Stelle treten. Wer aber Repulsiv- und Expansivkraft nicht für gleichbedeutend hält, wer mithin auch den ausdehnsamen Körpern noch in jedem Grade der Verdünnung die Eigenschaft der Stetigkeit reservirt, der gesteht ihnen schon dadurch die Cohäsionskraft zu; denn diese Kraft ist die Bedingung der Stetigkeit.

Wenn man sagt, die Ausdehnsamkeit luftförmiger Flüssigkeiten bestehe in dem unausgesetzten Bestreben ihrer Theile, sich über einen größeren Raum zu verbreiten, *also sich weiter von einander zu entfernen*, so giebt man durch diesen Zusatz leicht zu Mißverständnissen Anlaß. Allerdings werden Theile eines Körpers, die nicht unmittelbar benachbart sind, wenn derselbe sich wirklich über einen größeren Raum verbreitet, dadurch in größere Abstände von einander gerückt. Läßt man sich aber verleiten, an *getrennte* Theile zu denken, denen eine Kraft das Bestreben ertheilte, sich von einander durch die Vergrößerung leerer Zwischenräume weiter zu entfernen, so hat man sich in das Gebiet der Atomistik versetzt, und die Expansivkraft durch die Repulsivkraft verdrängt. Die Einwürfe, welche diese Ansicht bestreiten, sind aber bereits im ersten Capitel vorgekommen; es wäre überflüssig, sie hier zu wiederholen.

Der Beobachtung zufolge erfüllt auch der luftförmige Körper, selbst noch im verdünntesten Zustande, den ihm verstatteten Raum mit vollkommener Stetigkeit. Diese Annahme wird wenigstens durch keine einzige Beobachtung widerlegt und ist im Einklange mit allen übrigen Erscheinungen der Körperwelt, so lange man nicht die Porosität als allgemeine Eigenschaft der Materie überhaupt anzunehmen gezwungen sein will. Freilich wird die behauptete Cohäsion ausdehnsamer Flüssigkeiten durch directe Versuche auch unsererseits vielleicht niemals dargethan werden können. Denn die Flüssigkeit solcher Massen versagt schon bestimmte Angriffspunkte auf die Cohäsion ihrer Theile, wenn nicht ihre Adhäsion an starre Körper dazu die Mittel bietet, und die Expansivkraft derselben kommt augenblicklich jeder Kraft, die eine Trennung der Theile bewirken will, durch die freiwillige Ausdehnung des Körpers über den verstatteten größeren Raum zuvor. Andeutungen der Cohäsion expansiv-flüssiger Körper geben indessen vielleicht die Erscheinungen, daß sehr

seine Luftschichten an den inneren Wänden von Barometerröhren adhäriren, ohne sich durch das hineingebrachte Queckſilber verdrängen zu lassen, und daß einander berührende Luftblasen, auch wenn sie frei auf der Oberfläche von Flüssigkeiten schwimmen, beim Zerplatzen in einander überfließen. — Genug, so lange die atomistische Theorie nicht durch überwiegende Gründe erwiesen ist, müssen wir der Materie in jeder Aggregatform Stetigkeit, folglich auch Cohäsion beilegen.

§. 46.

Zusammenstellung und Unterscheidung der drei verschiedenen Aggregatzustände hinsichtlich der Expansiv- und Cohäsionskraft.

Suchen wir nun die Bedingungen des dreifachen Aggregatzustandes der Körper in den Verhältnissen ihrer Grundkräfte auf, so ergeben alle vorhergehenden Betrachtungen die Nothwendigkeit einer doppelten Unterscheidung in zwei wesentlich verschiedenen Beziehungen.

Hinsichtlich der Expansivkraft stehen die luftförmigen Körper allein auf der einen Seite, und ihnen gegenüber als zusammengehörig die tropfbar-flüssigen und starren. Diesen kommt bloß die Kraft der Ausdehnung zu; die Ausdehnsamkeit oder das unbegrenzte Bestreben nach Vergrößerung des Volumens, welches die Ausdehnung schon voraussetzt, ist ein ausschließliches Eigenthum der luftförmigen Körper. Diese besitzen ein positives Merkmal, welches jenen abgeht.

Die Cohäsion, oder diejenige Kraft, welche den stetigen Zusammenhang der Theile bewirkt, ist freilich den Körpern in allen drei Aggregatzuständen eigen, aber sie äußert sich in der Starrheit und Flüssigkeit auf eine so auffallend verschiedene Weise, daß, wenn nicht noch zur Erklärung der Starrheit eine ganz neue, eigenthümliche Kraft angenommen werden soll, nur in sehr veränderten Verhältnissen ihrer Wirksamkeit der Grund jener Verschiedenheit gesucht werden darf. Es ist nun aber gerade der Zweck der nachfolgenden Untersuchungen, zu zeigen, daß bloß in besonderen Modificationen, denen die Cohäsionskraft unterworfen ist, die Eigenthümlichkeiten des starren Aggregatzustandes begründet sind. In dieser Hinsicht unterscheidet sich also Starrheit und Flüssigkeit, so daß der starre Kör-

per für sich auf die eine Seite, die tropfbar- und expansivflüssigen Körper dagegen zusammen auf die andere Seite zu stellen sind. Auch nach dieser Darstellung wird folglich der tropfbar-flüssige Aggregatzustand als vermittelndes Glied zwischen den beiden anderen erscheinen; aber nicht als Grenze zwischen beiden, sondern je nachdem man die Cohäsions- oder Expansivkraft zum Unterscheidungsgrunde annimmt, auf die eine oder andere Seite gehörig.

§. 47.

Die Art und Weise, wie die Cohäsionskraft unter verschiedenen Voraussetzungen trennenden Kräften Widerstand leistet.

Es ist schon bei einer früheren Gelegenheit (§. 5.) gezeigt worden, daß eine Kraft, welche nur in der Berührung thätig ist, und im Körperlichen, nicht in einer bloß ideellen Fläche oder Linie, ihren Sitz hat, nur in dem Falle bemerkbare Wirkungen äußern und namentlich gegen trennende Kräfte einen Widerstand erzeugen kann, wenn sie in einer Fläche angegriffen wird. Nur die Fläche vermittelt eine wahre Gemeinschaft des Körperlichen mit dem Körperlichen: Linien und Punkte machen bloß die gemeinschaftliche Grenze zusammenstoßender Flächen oder Linien.

Eine Kraft, die nur nach Erhaltung der Stetigkeit strebt, wie die Cohäsion, hat natürlich keinen Einfluß auf entfernte Massen; das Feld ihrer Wirksamkeit beschränkt sich lediglich auf die Berührung des Körperlichen. Insofern sie aber nur von den in unmittelbarer Berührung mit einander stehenden Körpertheilen ausgeht, kann ihre Richtung nur als senkrecht gegen die Fläche gedacht werden, worin diese sich berühren, und nur in denjenigen Körpertheilen hat sie ihren Sitz, welche in dieser Richtung an einander grenzen. Nimmt man nun als die gemeinschaftliche Grenze, worin zwei Körper sich berühren, einen Punkt oder eine Linie an, so giebt es im ersten Falle nur eine Linie, im zweiten Falle nur eine Fläche, welche an der Stelle der Berührung lothrecht auf der Oberfläche des einen wie des andern Körpers steht. Aber so wenig die mathematische Linie, wie die mathematische Fläche kann Träger einer physischen Kraft sein. Es ist also durchaus nothwendig, daß gleichartige Mas-

sentheile sich in einer Fläche stetig berühren, wenn aus ihrer Cohäsion ein Widerstand gegen trennende Kräfte entspringen soll.

Nun vermag bekanntlich keine Kraft einer anderen Widerstand zu leisten, welche gegen ihre eigene Richtung perpendiculär gerichtet ist. Die Schwerkraft erzeugt unmittelbar kein Hinderniß gegen die horizontale Bewegung eines Körpers. Den vollen, ungeschmälerten Widerstand einer Kraft erfährt nur diejenige, welche ihr gerade entgegengerichtet ist. Unterscheidet man daher durch eine Ebene zwei Theile eines Körpers, um ausschließlich den Erfolg ihrer senkrecht gegen dieselbe gerichteten Cohäsion in Erwägung zu ziehen, während man die unbedingte Cohärenz beider Theile in sich postulirt, so hat man drei mögliche Fälle einzeln zu betrachten.

Die trennende Kraft kann, wie die Cohäsion selbst, senkrecht gegen die Ebene gerichtet sein, in welcher die Cohäsion überwunden werden soll. Sie ist folglich als ein Zug zu denken, welcher den einen Theil des Körpers gleichzeitig in allen Punkten der Berührungsebene vom anderen los zu reißen strebt und ihrer wechselseitigen Cohäsion geradezu entgegen gerichtet ist. Demnach erfährt sie in dieser Voraussetzung den vollen, ungetheilten Widerstand der Cohäsionskraft.

Soll dagegen die Kraft, welche wir in Conflict mit der bezeichneten Cohäsionskraft zu bringen beabsichtigen, perpendiculär gegen diese gerichtet sein, so lässt sich ihre Wirksamkeit in doppelter Art denken. Entweder sie sucht beide Theile des Körpers in der Richtung derjenigen Ebene an einander zu verschieben, worin sie sich gegenseitig begrenzen; oder sie strebt in dieser Ebene selbst zwischen beiden Theilen vorzudringen. Beide Male kann ihr aus der Cohäsion, welche sich in dieser Ebene äußert, kein Widerstand erwachsen. Denn im ersten Falle, wo sie nur die gleichartigen Theile einer Masse an einander verschiebt, bewirkt sie keine Trennung, keine Aufhebung des stetigen Zusammenhanges außer an der Oberfläche, wo dieselbe gleichzeitig immer nur in einer Linie erfolgt. Dieser linearen Ablösung des einen Theils vom anderen kann sich aber ihre Cohäsion nicht widersetzen, und übrigens bleibt in der Berührungsebene Gleichartiges mit Gleichartigem in stetigem Zusammenhange, nur daß mehr rückwärts gelegene Theile continuir-

lich statt der vorwärts geschobenen an die Stelle treten. Die Verhältnisse dieser an einander bewegten Massen bleiben sich aber sonst völlig gleich. Die Bewegung der einen an der anderen in einer Richtung, welche die Richtung ihrer Cohäsion in der Berührungsebene rechtwinklig schneidet, kann folglich durch diese Kraft nicht im Geringsten behindert werden. Wäre es nun aber auch zweitens möglich, eine unbiegsame mathematische Ebene für den Sitz einer mechanischen Kraft, gleichsam für ihr Instrument anzunehmen, so würde auch diese zwischen benachbarten Körpertheilen in einer Ebene, worin sich die Wechselwirkungen ihrer Cohäsion treffen, ohne den mindesten Widerstand dieser Kraft vorgeschoben werden können. Denn die Richtungen beider Kräfte kreuzten einander auch so unter rechten Winkeln.

Wird endlich drittens eine Kraft angenommen, welche die Cohäsionskraft einander berührender Körpertheile unter schiefen Winkeln angreift, vorausgesetzt, daß diese ausschließlich in senkrechter Richtung gegen die Ebene thätig gedacht wird, wodurch jene Theile unterschieden werden; so erlauben wir uns zur Bestimmung des Widerstandes, welchen die trennende Kraft erfährt, die Anwendung eines Gesetzes, das in seiner ursprünglichen Form nur von bewegenden Kräften gilt. Wir nehmen an, aus den Wirkungen der Cohäsionskraft in einer bestimmten Richtung könne auch ein Widerstand in seitwärts gehenden Richtungen entspringen, und um die Stärke dieses Widerstandes mit demjenigen zu vergleichen, welchen die Kraft dem Angriffe in ihrer eigenen Richtung entgegensetzt, stellen wir uns ihre ursprüngliche Stärke unter dem Bilde einer geraden Linie in eben dieser Richtung vor, denken uns vom Endpunkte derselben auf die vom Anfangspunkte aus gezogene, seitwärts gehende Richtung der angreifenden Kraft ein Loth herabgelassen, und nehmen das Verhältniß, worin die Länge des dadurch in der zweiten Richtung abgeschnittenen Stücks zu der Länge der ersten geraden Linie steht (also das Verhältniß einer Kathete des rechtwinkligen Dreiecks zur Hypotenuse) für das Verhältniß des Widerstandes, welchen die Cohäsionskraft in beiden Richtungen entgegengerichteten Kräften zu leisten vermag. Wir gestehen damit offenbar der Cohäsionskraft die Fähigkeit zu, in

gewisse Seitenkräfte, deren Richtungen unter hohlen Winkeln zusammenstoßen, nach dem bekannten Gesetze des sogenannten Parallelogramms der Kräfte zerlegt zu werden. Lassen wir diese Annahme vorläufig für wahr gelten, so ist der Grund für die angegebene Construction leicht zu begreifen. Nur mit derjenigen verhältnißmäßigen Stärke, womit die Cohäsionskraft in der Richtung der angreifenden Kraft wirkt, vermag sie dieser Widerstand zu leisten. Sie muß sich daher in zwei Seitenkräfte zerlegen, von welchen die eine jener angreifenden Kraft gerade entgegen, die andere senkrecht auf dieselbe gerichtet ist. Dieser letztere Theil hindert aber die widerstreitende Kraft nicht im geringsten und ist für dieselbe so gut wie gar nicht vorhanden.

Wie geneigt man nun aber auch sein mag, das genannte Gesetz, welches den Wirkungen mechanischer Kräfte entlehnt ist, auch für die Wirkungen der Cohäsionskraft, zumal eine einzige, welche isolirt für sich eine bestimmte Richtung verfolgt, gelten zu lassen; so ist diese Anwendung oder Ausdehnung desselben doch schon darum nicht unbedingt zulässig, weil wir die Cohäsionskraft nicht zu den bewegenden Kräften zählen dürfen. Wir glauben vielmehr erst dann unsere Voraussetzung gerechtfertigt zu haben, wenn wir die Uebereinstimmung aller aus ihr abgeleiteten Folgerungen mit beobachteten Thatsachen der Erfahrung nachzuweisen im Stande sind. Größtentheils ist dieß der Zweck aller ferneren Untersuchungen.

Gestatten wir uns aber die Vorstellung, daß eine bestimmt gerichtete Thätigkeit der Cohäsionskraft in zwei oder mehre seitwärts gerichtete Wirkungen zerlegt werden könne; so sind wir schon gezwungen, umgekehrt auch die Möglichkeit zuzugeben, daß zwei oder mehre verschieden gerichtete Wirkungen dieser Kraft sich auch rückwärts nach demselben Gesetze, nur in umgekehrtem Sinne, zu einer einzigen mittleren wieder vereinigen können. Indem wir uns die näheren Bestimmungen, denen wir das Gesetz von der Zusammensetzung der Kräfte unterwerfen zu müssen glauben, um es auf die Wirkungen der Cohäsionskraft anwenden zu dürfen, ausdrücklich für den zweiten Abschnitt dieser Schrift vorbehalten, gestehen wir demselben vorläufig, so weit es die zunächst bevorstehenden Betrachtungen verlangen, doch schon in folgender Beschränkung Gültigkeit zu.

Wenn durch die Länge von zwei geraden Linien, welche unter einem hohlen Winkel zusammenstoßen, die verhältnißmäßige Stärke in ihren Richtungen thätiger Cohäsionskräfte bezeichnet wird, so trifft die Richtung der aus ihrer Zusammensetzung entspringenden mittleren Wirkung dieser Kraft allezeit mit der Richtung der Diagonale eines Parallelogramms zusammen, welches aus den gegebenen Elementen in der durch sie bestimmten Ebene zu vollenden ist. — Die Länge dieser Diagonale würden wir nur so lange für das Maß der Stärke dieser mittleren Kraft annehmen können, als wir die ursprünglichen Seitenkräfte isolirt für sich bestehend und nur dieser einen Combination fähig halten dürften. Bei der obigen Angabe des Widerstandes, welchen eine einzige, bestimmt gerichtete Wirkung der Cohäsionskraft einer schräg gegen sie gesetzten bewegenden Kraft entgegenstellt, liegt offenbar diese Voraussetzung zum Grunde.

§. 48.

Die wesentlichen Eigenschaften des flüssigen Aggregatzustandes, aus der Annahme einer stetigen und gleichförmigen Thätigkeit der Cohäsionskraft, nach allen möglichen Richtungen im Innern eines Körpers mit gleicher Stärke, hergeleitet.

Denkt man sich nun eine körperliche Masse mit allseitiger Cohäsion von gleicher Stärke begabt, so ist es nicht schwer, die Eigenschaften derselben aus dem Vorhergehenden zu entwickeln. Zuerst ist es klar, daß der Erfolg einer Cohäsionskraft, welche nach allen möglichen Richtungen in einem Körper mit gleicher Stärke wirkt, in Beziehung auf jede Fläche, welche in demselben an jeder beliebigen Stelle angenommen werden mag, vollkommen der nämliche werden müsse, als begegne sich in jedem Punkte dieser Fläche nur die Wechselwirkung einer einzigen, senkrecht gegen sie gerichteten Kraft. Unter allen denkbaren Richtungen der Cohäsionskraft muß nämlich immer auch eine solche sein, welche auf der angenommenen Fläche, und zwar an jeder beliebigen Stelle, lothrecht steht. Schräg gegen dieselbe sind aber allemal auf entgegengesetzten Seiten jenes Lothes, gleiche Winkel mit ihm einschließend, und in derselben Ebene mit ihm liegend, zwei Cohäsionskräfte von gleicher Stärke aufzufinden, aus deren Verbindung eine mittlere in der Rich-

tung dieses Lothes selbst entspringen muß. Die Gesammtwirkung aller Aeußerungen der Cohäsionskraft also, welche sich unter den mannigfaltigsten Richtungen in einer Fläche kreuzen, die man irgendwo innerhalb der Masse annimmt, kann im Allgemeinen als die Thätigkeit einer einzigen Kraft angesehen werden, welche in jedem Punkte gegen die Fläche perpendicular gerichtet ist.

Dieß vorausgesetzt, ergeben sich in Betreff der Eigenschaften einer stetigen Masse, deren Theile nach allen Seiten hin mit gleicher Stärke unter einander cohäriren, mit Leichtigkeit mehre Schlüsse.

1. Die Theile eines solchen Körpers müssen auch schon durch die geringste Kraft an einander verschoben werden können. Sondert man in Gedanken kugelförmig begrenzte Theile in demselben ab, so ist klar, daß diesen die freieste Beweglichkeit um ihr eigenes Centrum gar nicht abgesprochen werden kann. Die Umdrehung einer solchen Kugel in ihrem ringsum anschließenden Lager erfordert nur die Verschiebung ihrer Oberfläche an der umgebenden Masse — momentan in tangentialer Richtung gegen die gemeinschaftliche Grenze. Gegen diese ist aber aller Orten die Cohäsionskraft unter rechten Winkeln geneigt und kann folglich der Bewegung in senkrechter Richtung gegen sie nicht den mindesten Widerstand leisten.

Eben so wenig kann aus jener allseitigen Cohäsion einer stetigen Masse für die Bewegung eines Körpers von selbstständiger, absolut unveränderlicher Gestalt in ihrem Innern irgend ein Hinderniß entspringen, sofern bloß die Verschiebung ihrer Theile an einander dazu erfordert wird. Möge ein solcher Körper durch Druck oder Stoß die unmittelbar vorliegenden Theile jener Masse vor sich her zu verschieben streben; so begrenzt sich der unmittelbar diesem Druck oder Stoß ausgesetzte Theil seitwärts durch eine oder mehre Flächen, welche durch den Umfang der Vorderfläche parallel mit der Richtung der angreifenden Kraft gelegt werden. Wäre z. B. die Vorder- oder Angriffsfläche kreisförmig, so würde die gewölbte Seitenfläche eines Cylinders, dessen Grundfläche jener Kreis ist, den bezeichneten, unmittelbar angegriffenen Theil zur Seite begrenzen:

feste sperrende Wände, ihre Adhäsion an dieselben u. dergl. müssen zwar bis auf gewisse Weiten und in gewissen Richtungen geringe Abänderungen in dieser inneren Beweglichkeit hervorbringen, ohne jedoch dieselbe jemals ganz aufheben zu können. Auch die Trennung an der Oberfläche, welche die Verschiebung solcher Theile zur Folge hat, kann von der inneren Cohäsionskraft, wie schon oben bemerkt wurde, keinen Widerstand erfahren, weil die Ablösung gleichzeitig immer nur in einer Linie, nicht aber in einer Fläche erfolgt.

2. Eine stetige Masse der Art, wie wir sie oben vorausgesetzt haben, begabt mit allseitiger Cohäsion von gleicher Stärke, kann ferner auch der Trennung durch ein Instrument, welches mit einer Spitze oder scharfen Kante in sie einzudringen bestrebt ist, vermöge ihrer Cohäsionskraft keinen Widerstand leisten. — Die Spitze des Instruments, ein mathematischer Punkt, beschreibt, wenn dasselbe in einen Raum eindringt, eine Linie, die Kante desselben eine Fläche. Linie und Fläche sind aber nichts Körperliches. Dem Vordringen der bloßen Spitze oder Kante in eine Masse kann sich folglich überall keine physische Kraft widersetzen; denn sie begegnen auf ihrem Wege nichts Körperlichem. Damit aber wirklich die Spitze oder Schärfe eines körperlichen Instruments in eine Masse eindringen könne, müssen die Theile derselben auch seinen Seitenflächen ausweichen, aus dem Raume verdrängt werden, den dieses einzunehmen sucht, und zu dem Ende vor der Spitze oder Schärfe desselben sich trennen. Diese Trennung erfolgt aber während dem Vorschreiten des Instruments gleichzeitig immer nur in einem Punkte oder in einer Linie, folglich ohne allen und jeden Widerstand der Cohäsion. Die Möglichkeit oder größere und geringere Leichtigkeit seines weiteren Eindringens in die Masse hängt also lediglich davon ab, ob es möglich oder mehr oder weniger leicht ist, die an seine Seitenflächen angrenzenden Theile der Masse zur Seite zu schieben. Es ist aber vorhin schon gezeigt worden, daß die Theile eines Körpers, worin die Cohäsion nach allen Seiten und Richtungen hin mit gleicher Stärke thätig ist, auch durch die geringste Kraft schon in jeder beliebigen Richtung auf einander verschoben werden können. Mithin kann die Trennung

desselben durch ein Instrument, welches mit seiner Spitze oder Schärfe in ihn einzudringen bestrebt ist, unter den angenommenen Bedingungen durch die Cohäsionskraft desselben nicht im Mindesten aufgehalten werden.

Bekanntlich ist aber die Seitenkraft eines Keils, senkrecht auf seine Vorderflächen gerichtet, desto stärker, je spitziger oder schärfer der Keil ist — und zugleich um so geringer die Seitenbewegung anschließender Theile, welche erfordert wird, um dem vordringenden Keile Platz zu machen. Ein Instrument muß folglich um so leichter in einen Körper von der angegebenen Beschaffenheit eindringen, je schärfer seine Spitze oder Kante ist.

Für eine Masse mit allseitiger Cohäsion von gleicher Stärke bleiben offenbar die vorigen Schlüsse richtig, in welcher Richtung auch das trennende Instrument durch Druck, Stoß oder Schlag in sie hineingetrieben werden soll. Aeußerst leichte Trennbarkeit in jeder beliebigen Richtung durch ein zugespitztes oder scharfkantiges Instrument macht also den zweiten Charakter einer solchen Masse aus.

Es bedarf gewiß nicht erst der ausdrücklichen Hinweisung auf die wesentlichen Eigenthümlichkeiten flüssiger Körper, um errathen zu lassen, daß wir in der obigen Annahme einer durchgängig gleichen Cohäsion stetiger Massen nach allen Richtungen die Bedingung und den Grund für die Erscheinung der Flüssigkeit finden wollen. Glauben wir nun, daß die beiden Eigenschaften, welche bereits aus jener Annahme — und wie es uns scheint, ungezwungen hergeleitet worden sind, der Hauptsache nach das Wesen der Flüssigkeit ausmachen; so ist diese Uebereinstimmung zwischen Thatsachen und Folgerungen einladend genug, um den Versuch zu machen, auch die übrigen charakteristischen Eigenthümlichkeiten dieses Aggregatzustandes aus den gemachten Voraussetzungen zu erklären. Vor allen Dingen fragt es sich also, ob auch

3. durch die angenommene, allseitige Cohäsion stetiger Massen von gleicher Stärke nach allen Richtungen, wenn sie unabhängig von äußeren, fremdartigen Einwirkungen ganz sich selbst überlassen ist, jene kugelförmige äußere Begrenzung bedingt sei, welche wir an den frei fallenden Tropfen

und den aufsteigenden Luftblasen wahrnehmen? — Setzen wir also eine in sich abgeschlossene Masse voraus, welche in Beziehung auf andere äußere oder fremdartige Kräfte nach allen ihren Theilen ganz unter den nämlichen Bedingungen steht, (sei es nun, daß diese Kräfte sich von selbst ins Gleichgewicht gesetzt haben, oder für alle Theile jenes Körpers doch den nämlichen Zustand herbeiführen); so fragt es sich, ob die ganze Masse, dem freien Spiele ihrer gleichförmigen Cohäsion folgend, die Gestalt der Kugel annehmen müsse? — Daß dies wirklich der Fall sei, scheint nach den vorangegangenen Erläuterungen nicht schwer zu beweisen.

Einer früheren Betrachtung zufolge darf die Gesammtwirkung der gleichförmigen, allseitigen Cohäsion an jeder Stelle einer Fläche, welche man willkürlich im Innern einer Masse annimmt, in senkrechter Richtung nach beiden Seiten von ihr ausgehend gedacht werden. An der Oberfläche des Körpers findet die Cohäsion in jeder Richtung ihren Schließungspunkt; von dieser Grenze aus, und zwar einzig und allein an dieser Grenze ist sie einseitig, und zwar nur nach innen gerichtet. Für die Oberfläche des Körpers treten also neue, bisher noch nicht beachtete Verhältnisse ein. Die Thätigkeit der Cohäsionskraft ist von jedem Punkte der Oberfläche nur in allen denjenigen Richtungen zu denken, welche, von ihm aus gezogen, unterhalb derselben bleiben. Im Gegentheile würde sie auch dem Außenraume zugeschrieben werden. Die äußerste Grenze des Körpers muß natürlich an jeder Stelle unter rechten Winkeln gegen die Richtung der Totalkraft geneigt sein, in welche sich alle dem Inneren zugekehrte Kräfte, die seinen Zusammenhalt bewirken, vereinigen oder doch als vereinigt zu denken sind. Denn die Grenze jeder Kraft steht auf ihrer eigenen Richtung überall perpendiculär.

Nähme man nun an, eine Masse von der angegebenen Beschaffenheit habe sich durch eine regellose Oberfläche ganz zufällig begrenzt, so müsste vorausgesetzt werden dürfen, um die Beständigkeit dieser Gestalt zuzugeben, daß die Gesammtwirkung ihrer Cohäsionskraft an jeder Stelle der Oberfläche nicht anders als rechtwinklig gegen sie gerichtet sein könne. Eine leichte Ueberlegung zeigt jedoch, daß mit Ausnahme der gerad-

flächigten mit die Kugelgestalt den Bedingungen unseres Falls entspreche. Wo man auch in der Kugeloberfläche ein Loth gegen sie errichtet, da gibt es vom Fußpunkte desselben innerhalb des Raumes der Kugel keine Richtung, der nicht auf der anderen Seite des Lothes, unter einem gleich großen Winkel gegen dasselbe geneigt und mit beiden Linien in dieselbe Ebene fallend, eine zweite entspräche, welche gleichfalls unter der Oberfläche bleibt. Die Kräfte aber, welche diesen beiden Seitenrichtungen folgen, müssen sich jederzeit zu einer mittleren in der Richtung des dazwischen liegenden Lothes vereinigen, weil sie von gleicher Stärke sein sollen. Nimmt man dagegen jede andere gebogene außer der Kugeloberfläche zur Grenze des stetig und gleichmäßig cohärirenden Körpers an, so giebt es Stellen in derselben, von wo aus auf einer Seite des in ihr errichteten Perpendikels schräge Richtungen unter der Oberfläche gezogen werden können, wozu die entsprechenden auf der gegenüberstehenden Seite des Lothes nicht mehr (wenigstens nicht in ihrem Anfange) innerhalb der Oberfläche liegen. Der Totaleffect des nach innen gehenden Zuges der Cohäsion müsste demnach an solchen Stellen schräg gegen die Oberfläche gerichtet werden. Bei diesem Zustande kann aber keine Ruhe der körperlichen Theile rücksichtlich ihrer Lage gegen einander Statt finden. Jener schräge Zug nach innen zwingt sie vielmehr bei ihrer vollkommen freien, inneren Verschiebbarkeit an einander zu einer Bewegung, wodurch ihre äußere Begrenzung sich in allen Theilen der Rechtwinkligkeit gegen den einwärts gekehrten Zug immer mehr annähern muß. Erst wenn diese völlig erreicht ist, d. h. wenn die ganze Oberfläche die Gestalt der Kugel angenommen hat, kann jene Bewegung aufhören und unter den Theilen des Körpers relative Ruhe eintreten.

Außer der Kugel wären es bloß noch die von allen Seiten durch ebene Flächen eingeschlossenen Körpergestalten, welche von selbst schon der Bedingung des völligen Gleichgewichts einen nach allen Seiten mit gleicher Stärke in ihrem Inneren thätig gedachten Cohäsionskraft genügten, daß nämlich dieselbe allenthalben senkrecht auf der Oberfläche stände. In der Wirklichkeit möchte indessen diese Voraussetzung bei der zufälligen Gestaltung flüssiger Massen wohl niemals eintreffen, und sobald

die Oberfläche derselben nicht durchaus geradflächig und eckig, sondern gekrümmt ist, muß sie nothwendig nach dem Gesetze der Stetigkeit in die Kugelform übergehen.

Dürfen wir also nun flüssige Körper als solche stetige Massen erklären, deren Theile nach allen Richtungen hin mit gleicher Stärke cohäriren; so liegt in dieser Definition zugleich der Grund für das dritte wesentliche Merkmal solcher Körper, daß sie nämlich, bloß den inneren Bedingungen ihrer Cohäsion gehorchend, die Kugelgestalt annehmen müssen, die tropfbar-flüssigen als Tropfen, die expansiv-flüssigen als Luftblasen.

Es ist folglich die Cohäsion im unbeschränktesten Verstande, d. h. nach allen Richtungen hin durch eine stetige Masse mit gleicher Stärke thätig gedacht, welche sich in der Tendenz flüssiger Massen zur Kugelbildung, sobald sie frei ihren inneren Kräften folgen können, offenbart und in dieser Erscheinung häufig Centralattraction genannt wird.

Die Kugelgestalt ist die wahre Form der Flüssigkeit, diejenige, welche sie sich selbst verdankt, unabhängig von den Einwirkungen fremdartiger Kräfte außer ihrer eigenen Cohäsion, deren freies Gleichgewicht in der Wirklichkeit immer diese Form hervorruft. Von der Oberfläche der flüssigen Kugel, im Zustande dieses freien Gleichgewichts der Cohäsion, läßt sich die Wirkung dieser Kraft als ein einseitig, nur nach innen gerichteter Zug ansehen, der von der Oberfläche überall unter rechten Winkeln ausgeht. Man hat sich indessen wohl zu hüten, die Wirkung dieses Zuges in einer stärkeren Verdichtung der flüssigen Masse an der Oberfläche suchen zu wollen. Denn das Streben der Cohäsion ist nicht auf größtete Annäherung der äußeren Grenzen, sondern einzig und allein auf die Erhaltung der stetigen Berührung gleichartiger Theile gerichtet. Nur die Einseitigkeit dieses Zuges an der Oberfläche zeichnet dieselbe vor jeder anderen Fläche im Inneren der Flüssigkeit aus und kann insofern abweichende Verhältnisse für die äußerste Grenze als solche, aber nicht für eine äußerste Schichte der körperlichen Masse hervorbringen.

Diese Einseitigkeit der Cohäsionskraft von irgend einer Stelle in der Oberfläche der flüssigen Kugel aus betrachtet, fin-

der ihren Schließungspunkt erst in der entgegengesetzten, gleichfalls einseitigen Kraftäußerung an der diametral gegenüberliegenden Stelle der Kugeloberfläche. Zwischen beiden Grenzen greifen die entgegengerichteten Wirkungen der Cohäsionskraft stetig und gleichmäßig durch einander. Wir möchten dieß eine gleichmäßige Spannung der Cohäsion in der flüssigen Kugel — ähnlich dem Begriffe der elektrischen Spannung in der Voltaischen Säule — nennen, vorausgesetzt, daß man in diesem Ausdrucke nicht die Andeutung eines Bestrebens nach Zusammenziehung finden will. Der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt aller möglichen Spannungen der Cohäsion in diesem Sinne, welche in der Kugel gedacht werden können, wäre alsdann der Mittelpunkt dieser Kugel selbst. Es scheint, als ob diese Vorstellung bei der Bildung des Begriffs und des Namens der Centralattraction zum Grunde gelegen habe *).

§. 49.

Einige Andeutungen über die Erklärung gewisser Abänderungen in den Verhalten flüssiger Körper unter besonderen, modificirenden Umständen.

Es liegt nicht im Plane dieser Arbeit, näher in das Einzelne der Erscheinungen einzugehen, welche flüssige Körper unter den mannigfaltigen Verhältnissen und Beschränkungen der Wirklichkeit zeigen, um in allen diesen oder auch nur in den wichtigeren Fällen die Uebereinstimmung dieser Erscheinungen mit der aufgestellten Erklärung von Flüssigkeit nachzuweisen. Vielleicht werden indessen einige Andeutungen über die Erklärung gewisser Abänderungen in dem Verhalten flüssiger Kör-

*) Wie diese sogenannte Centralattraction, die Tendenz der Flüssigkeit nach sphärischer Begrenzung, auch im Bereiche der Krystallisationskraft noch die so häufig in der Natur beobachteten sphärischen Umrisse krystallinischer Massen hervorbringen, das Streben der Krystallisationskraft nach Individualisirung modificiren und die Bildungen derselben, meistens in derselben Art und mit denselben Beschränkungen, ihrem Typus im Allgemeinen unterordnen könne, — darüber wird sich noch in der Folge Gelegenheit finden, einige Andeutungen zu geben.

per unter besonderen, modificirenden Umständen an dieser Stelle nicht ungern gesehen.

Zunächst liegt gewiß die Frage nach dem Einflusse, welchen die Schwerkraft auf die Eigenschaften solcher Massen ausüben muß, wie sie vorhin zur Erklärung der Flüssigkeit angenommen wurden. In gesperrten, am freien Fall verhinderten Massen, üben alle höher gelegenen Theile auf die darunter befindlichen vermöge dieser Kraft einen stetigen Druck aus, welcher sich bei der leichtesten inneren Verschiebbarkeit dieser Theile, in Folge ihrer widerstrebenden Kraft der Ausdehnung oder Expansivkraft, und weil gleichartige Körper gegen einander undurchdringlich sind, nach allen abwärts und seitwärts gehenden Richtungen hin fortpflanzen muß. Die Stärke dieses Drucks ist eine Function der vertikalen Höhe derjenigen Masse, von welcher er ausgeübt wird. Daraus folgt, daß das Gleichgewicht solcher stetig zusammenhängender und gesperrter Massen gleichen Druck in jeder Horizontalebene, mithin gleiche Vertikalhöhe der auf ihr ruhenden Schichte, und also auch obere Begrenzung der Masse durch eine Horizontalebene erfordert. Die Expansivkraft in gesperrten luftförmigen Flüssigkeiten verhindert blos die selbstständige obere Begrenzung. Im Zustande des Gleichgewichts ist der von der Schwere herrührende Druck dem Gegendrucke in jeder Fläche nach allen Seiten und Richtungen hin durch die ganze Masse vollkommen gleich. Die freie innere Beweglichkeit ihrer Theile kann folglich auch durch die Schwerkraft nicht gehindert werden, sofern die Bewegung keine höhere Erhebung einzelner Theile über den allgemeinen Stand der Oberfläche verlangt. Aber auch diese Schwierigkeit wird bei der leichten Verschiebbarkeit der gehobenen Theile durch ihr Abwärtsgleiten zur Seite augenblicklich überwunden.

Den merkwürdigsten Einfluß auf die Erscheinungen der Cohäsion flüssiger Körper hat unstreitig die Adhäsion, ihr Anhaften an die Oberfläche fester Körper ohne chemische Vereinigung. Man dürfte zweifelhaft sein, ob man diese Kraft lieber den Schlüssel oder den Prüfstein für jeden Versuch einer Theorie der Flüssigkeit nennen sollte. Nur höchst selten außer der Berührung mit festen Körpern unserer Beobachtung dar-

geboten, verstatten die flüssigen Körper dem denkenden Naturfreunde gleich belehrende Blicke in ihr inneres Wesen, wenn sie dem starren Nachbar ihre Zuneigung oder ihre Abneigung beweisen. Und doch scheint ungeachtet dieses festen Anhaltspunktes, welchen der unstäte, bewegliche Charakter des Flüssigen an der Seite des starren Körpers findet, die Ergründung desselben durch die Mannigfaltigkeit solcher gegenseitiger Beziehungen eher erschwert als erleichtert. — Zum Mindesten wird kein Naturforscher Anstand nehmen, auch jetzt noch eine befriedigende Erklärung ganz gewöhnlicher Adhäsions-Erscheinungen zu den schwierigsten Problemen der Physik zu zählen.

Das Wesen der Adhäsionskraft stimmt, unserer Ansicht nach, darin mit dem Wesen der Cohäsionskraft überein, daß das Feld ihrer Wirksamkeit sich nur auf eine Fläche, hier die gemeinschaftliche Berührungsfläche des starren und flüssigen Körpers beschränkt. Sie wirkt nicht auf Entfernungen, auch nicht auf den geringsten Abstand ihrer Substrate, zwischen beiden hin und her, sondern nur von der gemeinsamen Grenzfläche aus nach beiden Seiten. Sie ist folglich so wenig wie die Cohäsionskraft eine anziehende Kraft. Der Unterschied zwischen beiden besteht darin, daß jene, die Kraft der Adhäsion, keineswegs, wie diese, substanzielle Gleichartigkeit voraussetzt und die Starrheit wenigstens des einen der sich berührenden Körper zur Bedingung macht. Wir beschränken uns hier auf die Adhäsion fester und tropfbar-flüssiger Körper und verstehen unter ihrer Adhäsionskraft die Ursache des innigen Anschmiegens dieser an jene, wodurch beide in einer Fläche zusammentreten. Eben diese Kraft, welche das Anschließen des flüssigen Körpers an die Oberfläche des festen bewirkt, muß natürlich auch, wenigstens in gewissen Richtungen, einen Widerstand erzeugen gegen solche Kräfte, die diesen Zusammenhang aufzuheben bestrebt sind. Die Richtung der Adhäsionskraft ist in allen Theilen der gemeinschaftlichen Berührungsfläche senkrecht gegen diese zu denken. Eine Kraft folglich, welche in eben dieser Richtung das Feste vom Flüssigen loszureißen strebt, muß den ungeschmälerten Widerstand derselben erfahren, — schwächeren und schwächeren, je schräger sie gegen die Adhäsionsfläche geneigt ist, und endlich gar keinen, wenn sie in der Richtung dieser

Fläche selbst, also unter rechten Winkeln gegen die Adhäsionskraft geneigt, den festen Körper am flüssigen zu verschieben beabsichtigt. — Diesen Erfolg bemerkt man im Allgemeinen deutlich genug bei dem Versuche, eine Adhäsionsplatte in senkrechter oder schräger Richtung von der horizontalen Oberfläche einer Flüssigkeit abzuheben, oder bloß auf derselben zu verschieben, auch dann, wenn die Platte von der Flüssigkeit nicht benetzt wird, wo man es folglich bloß mit der Adhäsion und nicht mit der Cohäsion der Flüssigkeit zu thun hat.

Die unverrückbar feste Lage starrer Theile gegen einander ertheilt der adhärirenden Flüssigkeit eine bestimmte feste Relation. Wollte man auch absehen von der Ungleichartigkeit der Substanzen, welche durch die Adhäsionskraft in stetigen Zusammenhang gebracht werden, und von dem verschiedenen Verhältniß ihrer Stärke gegen die Innigkeit der Cohäsion unter den flüssigen Theilen; so würde dieser Umstand allein schon hinreichen, zwischen den Wirkungen der Kraft, welche die Stetigkeit der Berührung in jeder durch das Innere der Flüssigkeit gelegten Fläche erhält, und derjenigen, welche das Flüssige mit dem Festen in stetigen Zusammenhang bringt, einen wesentlichen Unterschied zu stiften. Die Adhäsionsfläche ist zugleich die Grenze für die freie innere Beweglichkeit des flüssigen Körpers. Von ihr aus bannt die feste Anordnung der starren Theile das rechtwinklig gegen sie gerichtete Streben der flüssigen nach Erhaltung des ununterbrochenen Zusammenhanges an bestimmte Oerter und Punkte, und duldet eine Verschiebung ohne Widerstand nur in der Richtung der Berührungsfläche selbst, aber in keiner anderen, welche von dieser Fläche unter irgend einem Winkel ausgeht. Gleichwohl glauben wir den Sitz der Adhäsionskraft lediglich auf die Adhäsionsfläche beschränken zu müssen, ohne ihr auch nur auf die geringste Distanz eine bindende Wirkung einräumen zu dürfen. Es scheint uns demnach die Vorstellung erlaubt zu sein, wenn eine flüssige Masse unter der Adhäsionsfläche verschoben wird (an ihr abfließt), jeden Punkt dieser Fläche für das feste Centrum, oder jede Linie in derselben, welche die Richtung der Bewegung rechtwinklig schneidet, für die Axe einer Drehung anzusehen, in welcher, wenn auch nur momentan, die abwärts gelegenen, bewegten Flüssig-

leitstheile begriffen sind. Erst dann, wenn die Radius-Richtung dieser Drehung nach der Seite der Bewegung zu in die Richtung der Adhäsionsfläche selbst übergegangen ist, kann eine ungehinderte Ablösung von dieser erfolgen; die Bewegung des Flüssigen in jeder, auch der geringsten Distanz abwärts von jener Fläche bleibt deßhalb vollkommen eben so frei, als wenn die Adhäsion gar nicht Statt fände.

Sehen wir nun, daß eine Adhäsionsplatte von der horizontalen Oberfläche einer Flüssigkeit benetzt abgerissen wird, so haben wir allerdings Grund anzunehmen, daß die Adhäsion des ungleichartigen Festen und Flüssigen stärker sei, als die Cohäsion der flüssigen Theile unter einander; aber unbedingt zuverlässige Resultate über die Stärke der letzteren Kraft scheinen uns die Versuche mit den Adhäsionsplatten hauptsächlich deßhalb nicht zu geben, weil die Trennung des Flüssigen in der Wirklichkeit wol niemals gleichzeitig in der ganzen Fläche erfolgt. Die geringste Schwankung erzeugt augenblicklich eine lineare Ablösung. Und gerade aus diesem Grunde scheint die Cohäsion einer Flüssigkeit sich so viel kräftiger zu äußern, wenn man sie zwischen zwei parallele Adhäsionsflächen bringt, und zwar um desto stärker, je näher diese Flächen einander gebracht werden, weil in eben dem Maße der Spielraum für die innere Verschiebbarkeit des Flüssigen, zugleich mit dem Unterschiede des von der Schwere herrührenden Drucks in verschiedenen Horizontalflächen beschränkter wird. — Daß übrigens der Hin- und Herbewegung beider Adhäsionsplatten in dem Sinne ihrer parallelen Oberflächen aus der Cohäsion der dazwischen befindlichen Flüssigkeit kein Hinderniß erwachsen könne, wie sich's in der Erfahrung wirklich zeigt, wird aus früheren Erörterungen hinreichend klar sein.

Dächte man sich einmal eine Flüssigkeit ohne alle Schwere, so müsste ein Tropfen derselben, der in irgend einer Lage an die ebene Oberfläche eines starren Körpers anhaftete, immer die Gestalt einer Halbkugel annehmen, deren Durchschnittsfläche die Ebene der Adhäsion wäre. Dieß leuchtet ein, wenn man erwägt, daß die gleichförmige und allseitige Cohäsion des Flüssigen, sich selbst überlassen, äußere Begrenzung durch eine Kugeloberfläche verlangt, und daß die Adhäsion in der Berührungs-

fläche mit dem starren Körper vollkommen die Stelle der Cohäsion einer Durchschnittsfläche vertreten muß, welche man in irgend einer Richtung durch die Mitte des Tropfens legen möchte.

Ruht nun der Tropfen einer schweren Flüssigkeit auf der festen Unterlage, an welcher sie adhärirt, so muß ihm der von oben nach unten zunehmende Druck der Schwere eine abgeplattete Gestalt ertheilen, deren Grundfläche sich vergrößert: der Tropfen zerfließt auf der Oberfläche des starren Körpers, an welchem er adhärirt.

Hängt der Tropfen unter der Adhäsionsfläche, so wird die Schwere seine Theile nach unten ziehen; er muß zuerst die Gestalt eines länglichen, unten abgerundeten Zapfens annehmen. Erhält aber seine Masse von der Seite her Zufluß, ohne daß die Adhäsionsfläche sich vergrößert, oder ist sein Gewicht im Verhältniß zu dieser Fläche und der Cohäsion seiner Theile schon an und für sich zu groß, so muß sich unterhalb desjenigen Theils, der im Allgemeinen nach den Umrissen einer Halbkugel begrenzt ist, ein neuer ausbilden, in welchem sich unter geringen Modificationen, die von der Schwere herrühren, die Tendenz der allseitigen Cohäsion zur Kugelbildung mehr und mehr entwickelt, bis die damit verbundene Verjüngung nach einem horizontalen Queerschnitt zwischen beiden mit der gänzlichen Ablösung des unteren vollkommenen Tropfens endigt. Dieß ist im Allgemeinen der Verlauf der so häufig wahrgenommenen, gewiß nicht unbelehrenden Erscheinung, welche man das Abtröpfeln der Flüssigkeit von der Fläche eines starren Körpers nennt, den sie benetzt.

Hängt eine flüssige Masse an der vertical gestellten Seitenfläche eines starren Körpers, ohne an demselben heruntergleiten zu können, so wird ihre Tendenz, sich an der freien Oberfläche nach der Gestalt einer Halbkugel zu begrenzen, deren Basis die feste Seitenwand wäre, unter dem Einflusse der Schwerkraft eine mehr abwärts und einwärts gebogene obere Fläche erzeugen, deren Krümmung eine Function des Verhältnisses ist, worin die Stärke des einseitigen Zuges der Cohäsion an der Oberfläche zu dem Gewichte der Masse steht. In diesem Falle befindet sich z. B. jede Flüssigkeit in einem Gefäße, dessen Wände von ihr benetzt werden. Die Gestalt dieser Wände

hat natürlich auch auf die Gestaltung der Oberfläche der Flüssigkeit den wesentlichsten Einfluß. Diese wird am Rande des von ihr benetzten Gefäßes immer mit Concavität gekrümmt sein müssen, sobald über dem allgemeinen Niveau der Flüssigkeit erhabene Theile der Seitenwände durch gewaltsame Schwankungen derselben schon vor der Herstellung des Gleichgewichts und der Ruhe wirklich von ihr benetzt waren. Daß die Adhäsion, um dieses Phänomen hervorzubringen, stärker sein müsse, als die Cohäsion, scheint keineswegs erforderlich; sondern es muß vielmehr hinreichen, wenn überall die Flüssigkeit nur an der starren Wand adhärirt, wodurch ihre Cohäsion den natürlichen Schlußpunkt verliert und eine Beziehung nach außen erhält. Dagegen scheint uns unter keinerlei Umständen die bloße Adhäsion ein Ansteigen der Flüssigkeit an der trockenen Seitenwand bewirken zu können, wenn ihr nicht ein Schwanken derselben, in Folge anderer Anregungen, zu Hilfe kommt, oder sie gewissermaßen erst weckt.

Das höchst merkwürdige Aufsteigen von Flüssigkeiten in Haarröhrchen scheint keinen anderen Grund zu haben, als die vorerwähnte Erscheinung. Die bisher versuchten Erklärungen jenes Phänomens, welche sich die Annahme einer Wirksamkeit der Adhäsion und Cohäsion auf Entfernungen, wenn auch nur auf unmeßbar kleine Entfernungen, erlauben, können unserer Meinung nach mit dem Wesen dieser Kräfte nicht bestehen. Dagegen halten wir es nicht für unmöglich, die Wirkungen und Gesetze der sogenannten Capillaraction auch ohne diese Voraussetzung aus der bisher aufgestellten Theorie der Flüssigkeit und ihrer Adhäsion an feste Körper abzuleiten. Die erste Bedingung, woran das Aufsteigen einer Flüssigkeit in einem Haarröhrchen über den äußeren wagerechten Stand geknüpft ist, scheint darin zu liegen, daß die Concavität der Krümmung, welche die Oberfläche der Flüssigkeit von jedem Rande der starren Seitenwand her annehmen würde, wenn diese allein und keiner anderen gegenüber stände, an der Stelle, wo sich zwei solche Krümmungen von entgegengesetzten Wänden her treffen, noch nicht geradezu unmerklich geworden sein darf. Mit anderen Worten, die concaven Oberflächen von zwei gegenüberstehenden Rändern müssen einander mit diesen Rändern selbst so nahe

Die wesentlichsten Merkmale starrer Körper sind die Selbstständigkeit ihrer Form, und der namhafte Zusammenhang ihrer

und Anordnung der Mineralien« (in Gehlen's Journal f. d. Chemie, Physik und Mineral. Bnd. 8. Heft 2.) auf das Bestimmteste, und der Hauptsache nach, wenn gleich weniger entschieden, auch von anderen Naturforschern, wie z. B. in Fischer's mechanischer Naturlehre 2te Aufl. Bnd. I. Cap. IX. §. 4. S. 80., ausgesprochen zu finden. Es ist immer ein Beweis mehr für die Wahrheit einer Hypothese, wenn sie von mehr als Einem, der über die Sache nachdenkt, und zwar unabhängig von der Gedankenreihe des Anderen, aufgefunden wird.

Bei manchen anderen Hypothesen über den Ursprung der Starrheit, wie z. B. bei der im ersten Kapitel besprochenen des scharfsichtigen Wist, liegt jene Idee unverkennbar, obschon unentwickelt, zum Grunde.

Link's Hypothese in seiner vortrefflichen Schrift »über Naturphilosophie« u. a. a. O., nach welcher der starre Körper aus unzählig vielen, unmeßbar dünnen flüssigen Schichten zusammengesetzt sein soll, die sich nach mannigfaltigen, in den Krystallen unter bestimmten Winkeln gegen einander geneigten Richtungen durchkreuzen, und durch die äußerste Nähe ihrer parallelen Seitenflächen die innere Verschiebbarkeit des Flüssigen für die Wahrnehmung so gut wie ganz verlieren sollen, ist schon von Bernhardi in der angezogenen Abhandlung gründlich widerlegt. — Aber darin scheint dieser unbefangene und philosophische Naturforscher Unrecht zu haben, wenn er Link's Annahme eines besonderen Verhaltens der Oberfläche flüssiger Körper, welches von ihren Beschaffenheiten im Inneren abweiche, (wie z. B. aus der Erscheinung hervorgeht, daß eine Flüssigkeit dünne Plättchen eines spezifisch schwereren Körpers, wenn sie behutsam aufgelegt werden, auf der niedergedrückten Oberfläche tragen kann ꝛc.) bestreiten will. Link's Hypothese kommt im Wesentlichen darauf zurück, daß die Oberfläche flüssiger Körper in sehr vielen Beziehungen Merkmale und Eigenschaften der Starrheit zeige, und daß diese daher aus der unendlichen Vervielfältigung gesonderter Oberflächen im Innern des flüssigen Körpers hervorgehe. Dagegen erinnert Bernhardi, daß die Oberfläche flüssiger Körper als solche, im mathematischen Sinne

Theile unter einander. Dieser wird erkannt aus dem Widerstande, welchen der Körper trennenden Kräften, wenigstens in gewissen Richtungen und unter bestimmten Voraussetzungen entgegensetzt. Jene Selbstständigkeit der Form wäre im unbedingten Sinne eine Folge der gänzlichen Unfähigkeit, annäherungsweise ist sie die Folge der sehr beschränkten Fähigkeit seiner Theile, sich an einander verschieben oder aus der einmal angenommenen Lage gegen einander verrücken zu lassen. Vor allen Dingen sind also diese Eigenschaften aus der Annahme einer Cohäsionskraft, welche nur in bestimmten Richtungen thätig ist, zu erklären.

Denkt man sich also zuerst die Cohäsionskraft in einer ste-

---

oder als ideelle Grenze gedacht, weder physische Merkmale noch physische Wirkungen haben könne. Wolle man dagegen den Ausdruck Oberfläche nur uneigentlich für »unmeßbar dünne körperliche Schichte« verstanden haben, so folge aus Link's Hypothese, nach welcher also die Flüssigkeit mit einem dünnen starren Häutchen überzogen sein soll, daß unter diesen isolirten Häutchen sich ein neues u. s. f. unter jedem folgenden wieder ein neues ausbilden, mithin die ganze Flüssigkeit erstarren müsse. Der letzte Schluß ist gewiß in Link's Voraussetzungen ganz richtig geschlossen. Dem ersten Einwurfe aber können wir nicht ganz beipflichten. Denn wenn auch die Grenze eines Körpers, an sich und als selbstständig gedacht, keine physische Kraft haben kann, so kann darum doch der Körper, oder das eigentliche Subject der physischen Kraft, an dieser Grenze den äußeren Einwirkungen auf dieselbe ganz anders begegnen, als denjenigen Kräften, welche die Beziehungen seiner Theile im Innern gegen einander zu verändern streben. An der Grenze treten ja eben ganz andere Bedingungen ein, aus welchen sich ein verändertes Verhalten des Körpers an der Oberfläche hinreichend erklären läßt, sobald der Angriff auf denselben wirklich gegen die Oberfläche und in einer Fläche erfolgt, und zwar so lange als dadurch diese Grenze nicht unterbrochen wird. In allen denjenigen Fällen, wo das Verhalten der Oberfläche flüssiger Körper, oder richtiger zu sprechen, das Verhalten dieser Körper an der Oberfläche von dem im Innern abweicht, zeigt sich diese Abweichung und ihre Dauer an die Bedingung geknüpft, daß die von außen herkommende Einwirkung, ohne in sie einzudringen, gleichzeitig eine Fläche trifft.

per unter besonderen, modificirenden Umständen an dieser Stelle nicht ungern gesehen.

Zunächst liegt gewiß die Frage nach dem Einflusse, welchen die Schwerkraft auf die Eigenschaften solcher Massen ausüben muß, wie sie vorhin zur Erklärung der Flüssigkeit angenommen wurden. In gesperrten, am freien Fall verhinderten Massen üben alle höher gelegenen Theile auf die darunter befindlichen vermöge dieser Kraft einen stetigen Druck aus, welcher sich bei der leichtesten inneren Verschiebbarkeit dieser Theile, in Folge ihrer widerstrebenden Kraft der Ausdehnung oder Expansivkraft, und weil gleichartige Körper gegen einander undurchdringlich sind, nach allen abwärts und seitwärts gehenden Richtungen hin fortpflanzen muß. Die Stärke dieses Drucks ist eine Function der vertikalen Höhe derjenigen Masse, von welcher er ausgeübt wird. Daraus folgt, daß das Gleichgewicht solcher stetig zusammenhängender und gesperrter Massen gleichen Druck in jeder Horizontalebene, mithin gleiche Vertikalhöhe der auf ihr ruhenden Schichte, und also auch obere Begrenzung der Masse durch eine Horizontalebene erfordert. Die Expansivkraft in gesperrten luftförmigen Flüssigkeiten verhindert bloß die selbstständige obere Begrenzung. Im Zustande des Gleichgewichts ist der von der Schwere herrührende Druck dem Gegendrucke in jeder Fläche nach allen Seiten und Richtungen hin durch die ganze Masse vollkommen gleich. Die freie innere Beweglichkeit ihrer Theile kann folglich auch durch die Schwerkraft nicht gehindert werden, sofern die Bewegung keine höhere Erhebung einzelner Theile über den allgemeinen Stand der Oberfläche verlangt. Aber auch diese Schwierigkeit wird bei der leichten Verschiebbarkeit der gehobenen Theile durch ihr Abwärtsgleiten zur Seite augenblicklich überwunden.

Den merkwürdigsten Einfluß auf die Erscheinungen der Cohäsion flüssiger Körper hat unstreitig die Adhäsion, ihr Anhaften an die Oberfläche fester Körper ohne chemische Vereinigung. Man dürfte zweifelhaft sein, ob man diese Kraft lieber den Schlüssel oder den Prüfstein für jeden Versuch einer Theorie der Flüssigkeit nennen sollte. Nur höchst selten außer der Berührung mit festen Körpern unserer Beobachtung dar-

geboten, verſtatten die flüſſigen Körper dem denkenden Naturfreunde gleich belehrende Blicke in ihr inneres Weſen, wenn ſie dem ſtarren Nachbar ihre Zuneigung oder ihre Abneigung beweiſen. Und doch ſcheint ungeachtet dieſes feſten Anhaltspunktes, welchen der unſtäte, bewegliche Charakter des Flüſſigen an der Seite des ſtarren Körpers findet, die Ergründung deſſelben durch die Mannigfaltigkeit ſolcher gegenſeitiger Beziehungen eher erſchwert als erleichtert. — Zum Mindeſten wird kein Naturforſcher Anſtand nehmen, auch jetzt noch eine befriedigende Erklärung ganz gewöhnlicher Adhäſions-Erſcheinungen zu den ſchwierigſten Problemen der Phyſik zu zählen.

Das Weſen der Adhäſionskraft ſtimmt, unſerer Anſicht nach, darin mit dem Weſen der Cohäſionskraft überein, daß das Feld ihrer Wirkſamkeit ſich nur auf eine Fläche, hier die gemeinſchaftliche Berührungsfläche des ſtarren und flüſſigen Körpers beſchränkt. Sie wirkt nicht auf Entfernungen, auch nicht auf den geringſten Abſtand ihrer Subſtrate, zwiſchen beiden hin und her, ſondern nur von der gemeinſamen Grenzfläche aus nach beiden Seiten. Sie iſt folglich ſo wenig wie die Cohäſionskraft eine anziehende Kraft. Der Unterſchied zwiſchen beiden beſteht darin, daß jene, die Kraft der Adhäſion, keineswegs, wie dieſe, ſubſtanzielle Gleichartigkeit vorausſetzt und die Starrheit wenigſtens des einen der ſich berührenden Körper zur Bedingung macht. Wir beſchränken uns hier auf die Adhäſion feſter und tropfbar-flüſſiger Körper und verſtehen unter ihrer Adhäſionskraft die Urſache des innigen Anſchmiegens dieſer an jene, wodurch beide in einer Fläche zuſammentreten. Eben dieſe Kraft, welche das Anſchließen des flüſſigen Körpers an die Oberfläche des feſten bewirkt, muß natürlich auch, wenigſtens in gewiſſen Richtungen, einen Widerſtand erzeugen gegen ſolche Kräfte, die dieſen Zuſammenhang aufzuheben beſtrebt ſind. Die Richtung der Adhäſionskraft iſt in allen Theilen der gemeinſchaftlichen Berührungsfläche ſenkrecht gegen dieſe zu denken. Eine Kraft folglich, welche in eben dieſer Richtung das Feſte vom Flüſſigen loszureißen ſtrebt, muß den ungeſchmälerten Widerſtand derſelben erfahren, — ſchwächeren und ſchwächeren, je ſchräger ſie gegen die Adhäſionsfläche geneigt iſt, und endlich gar keinen, wenn ſie in der Richtung dieſer

Fläche selbst, also unter rechten Winkeln gegen die Adhäsionskraft geneigt, den festen Körper am flüssigen zu verschieben beabsichtigt. — Diesen Erfolg bemerkt man im Allgemeinen deutlich genug bei dem Versuche, eine Adhäsionsplatte in senkrechter oder schräger Richtung von der horizontalen Oberfläche einer Flüssigkeit abzuheben, oder bloß auf derselben zu verschieben, auch dann, wenn die Platte von der Flüssigkeit nicht benetzt wird, wo man es folglich bloß mit der Adhäsion und nicht mit der Cohäsion der Flüssigkeit zu thun hat.

Die unverrückbar feste Lage starrer Theile gegen einander ertheilt der adhärirenden Flüssigkeit eine bestimmte feste Relation. Wollte man auch absehen von der Ungleichartigkeit der Substanzen, welche durch die Adhäsionskraft in stetigen Zusammenhang gebracht werden, und von dem verschiedenen Verhältniß ihrer Stärke gegen die Innigkeit der Cohäsion unter den flüssigen Theilen; so würde dieser Umstand allein schon hinreichen, zwischen den Wirkungen der Kraft, welche die Stetigkeit der Berührung in jeder durch das Innere der Flüssigkeit gelegten Fläche erhält, und derjenigen, welche das Flüssige mit dem Festen in stetigen Zusammenhang bringt, einen wesentlichen Unterschied zu stiften. Die Adhäsionsfläche ist zugleich die Grenze für die freie innere Beweglichkeit des flüssigen Körpers. Von ihr aus bannt die feste Anordnung der starren Theile das rechtwinklig gegen sie gerichtete Streben der flüssigen nach Erhaltung des ununterbrochenen Zusammenhanges an bestimmte Oerter und Punkte, und duldet eine Verschiebung ohne Widerstand nur in der Richtung der Berührungsfläche selbst, aber in keiner anderen, welche von dieser Fläche unter irgend einem Winkel ausgeht. Gleichwohl glauben wir den Sitz der Adhäsionskraft lediglich auf die Adhäsionsfläche beschränken zu müssen, ohne ihr auch nur auf die geringste Distanz eine bindende Wirkung einräumen zu dürfen. Es scheint uns demnach die Vorstellung erlaubt zu sein, wenn eine flüssige Masse unter der Adhäsionsfläche verschoben wird (an ihr abfließt), jeden Punkt dieser Fläche für das feste Centrum, oder jede Linie in derselben, welche die Richtung der Bewegung rechtwinklig schneidet, für die Axe einer Drehung anzusehen, in welcher, wenn auch nur momentan, die abwärts gelegenen, bewegten Flüssig-

leitstheile begriffen sind. Erst dann, wenn die Radius-Richtung dieser Drehung nach der Seite der Bewegung zu in die Richtung der Adhäsionsfläche selbst übergegangen ist, kann eine ungehinderte Ablösung von dieser erfolgen; die Bewegung des Flüssigen in jeder, auch der geringsten Distanz abwärts von jener Fläche bleibt deßhalb vollkommen eben so frei, als wenn die Adhäsion gar nicht Statt fände.

Sehen wir nun, daß eine Adhäsionsplatte von der horizontalen Oberfläche einer Flüssigkeit benetzt abgerissen wird, so haben wir allerdings Grund anzunehmen, daß die Adhäsion des ungleichartigen Festen und Flüssigen stärker sei, als die Cohäsion der flüssigen Theile unter einander; aber unbedingt zuverlässige Resultate über die Stärke der letzteren Kraft scheinen uns die Versuche mit den Adhäsionsplatten hauptsächlich deßhalb nicht zu geben, weil die Trennung des Flüssigen in der Wirklichkeit wol niemals gleichzeitig in der ganzen Fläche erfolgt. Die geringste Schwankung erzeugt augenblicklich eine lineare Ablösung. Und gerade aus diesem Grunde scheint die Cohäsion einer Flüssigkeit sich so viel kräftiger zu äußern, wenn man sie zwischen zwei parallele Adhäsionsflächen bringt, und zwar um desto stärker, je näher diese Flächen einander gebracht werden, weil in eben dem Maße der Spielraum für die innere Verschiebbarkeit des Flüssigen, zugleich mit dem Unterschiede des von der Schwere herrührenden Drucks in verschiedenen Horizontalflächen beschränkter wird. — Daß übrigens der Hin- und Herbewegung beider Adhäsionsplatten in dem Sinne ihrer parallelen Oberflächen aus der Cohäsion der dazwischen befindlichen Flüssigkeit kein Hinderniß erwachsen könne, wie sich's in der Erfahrung wirklich zeigt, wird aus früheren Erörterungen hinreichend klar sein.

Dächte man sich einmal eine Flüssigkeit ohne alle Schwere, so müsste ein Tropfen derselben, der in irgend einer Lage an die ebene Oberfläche eines starren Körpers anhaftete, immer die Gestalt einer Halbkugel annehmen, deren Durchschnittsfläche die Ebene der Adhäsion wäre. Dieß leuchtet ein, wenn man erwägt, daß die gleichförmige und allseitige Cohäsion des Flüssigen, sich selbst überlassen, äußere Begrenzung durch eine Kugeloberfläche verlangt, und daß die Adhäsion in der Berührungs-

fläche mit dem starren Körper vollkommen die Stelle der Cohäsion einer Durchschnittsfläche vertreten muß, welche man in irgend einer Richtung durch die Mitte des Tropfens legen möchte.

Ruht nun der Tropfen einer schweren Flüssigkeit auf der festen Unterlage, an welcher sie adhärirt, so muß ihm der von oben nach unten zunehmende Druck der Schwere eine abgeplattete Gestalt ertheilen, deren Grundfläche sich vergrößert: der Tropfen zerfließt auf der Oberfläche des starren Körpers, an welchem er adhärirt.

Hängt der Tropfen unter der Adhäsionsfläche, so wird die Schwere seine Theile nach unten ziehen; er muß zuerst die Gestalt eines länglichen, unten abgerundeten Zapfens annehmen. Erhält aber seine Masse von der Seite her Zufluß, ohne daß die Adhäsionsfläche sich vergrößert, oder ist sein Gewicht im Verhältniß zu dieser Fläche und der Cohäsion seiner Theile schon an und für sich zu groß, so muß sich unterhalb desjenigen Theils, der im Allgemeinen nach den Umrissen einer Halbkugel begrenzt ist, ein neuer ausbilden, in welchem sich unter geringen Modificationen, die von der Schwere herrühren, die Tendenz der allseitigen Cohäsion zur Kugelbildung mehr und mehr entwickelt, bis die damit verbundene Verjüngung nach einem horizontalen Queerschnitt zwischen beiden mit der gänzlichen Ablösung des unteren vollkommenen Tropfens endigt. Dieß ist im Allgemeinen der Verlauf der so häufig wahrgenommenen, gewiß nicht unbelehrenden Erscheinung, welche man das Abtröpfeln der Flüssigkeit von der Fläche eines starren Körpers nennt, den sie benetzt.

Hängt eine flüssige Masse an der vertical gestellten Seitenfläche eines starren Körpers, ohne an demselben heruntergleiten zu können, so wird ihre Tendenz, sich an der freien Oberfläche nach der Gestalt einer Halbkugel zu begrenzen, deren Basis die feste Seitenwand wäre, unter dem Einflusse der Schwerkraft eine mehr abwärts und einwärts gebogene obere Fläche erzeugen, deren Krümmung eine Function des Verhältnisses ist, worin die Stärke des einseitigen Zuges der Cohäsion an der Oberfläche zu dem Gewichte der Masse steht. In diesem Falle befindet sich z. B. jede Flüssigkeit in einem Gefäße, dessen Wände von ihr benetzt werden. Die Gestalt dieser Wände

hat natürlich auch auf die Gestaltung der Oberfläche der Flüssigkeit den wesentlichsten Einfluß. Diese wird am Rande des von ihr benetzten Gefäßes immer mit Concavität gekrümmt sein müssen, sobald über dem allgemeinen Niveau der Flüssigkeit erhabene Theile der Seitenwände durch gewaltsame Schwankungen derselben schon vor der Herstellung des Gleichgewichts und der Ruhe wirklich von ihr benetzt waren. Daß die Adhäsion, um dieses Phänomen hervorzubringen, stärker sein müsse, als die Cohäsion, scheint keineswegs erforderlich; sondern es muß vielmehr hinreichen, wenn überall die Flüssigkeit nur an der starren Wand adhärirt, wodurch ihre Cohäsion den natürlichen Schlußpunkt verliert und eine Beziehung nach außen erhält. Dagegen scheint uns unter keinerlei Umständen die bloße Adhäsion ein Ansteigen der Flüssigkeit an der trockenen Seitenwand bewirken zu können, wenn ihr nicht ein Schwanken derselben, in Folge anderer Anregungen, zu Hilfe kommt, oder sie gewissermaßen erst weckt.

Das höchst merkwürdige Aufsteigen von Flüssigkeiten in Haarröhrchen scheint keinen anderen Grund zu haben, als die vorerwähnte Erscheinung. Die bisher versuchten Erklärungen jenes Phänomens, welche sich die Annahme einer Wirksamkeit der Adhäsion und Cohäsion auf Entfernungen, wenn auch nur auf unmeßbar kleine Entfernungen, erlauben, können unserer Meinung nach mit dem Wesen dieser Kräfte nicht bestehen. Dagegen halten wir es nicht für unmöglich, die Wirkungen und Gesetze der sogenannten Capillaraction auch ohne diese Voraussetzung aus der bisher aufgestellten Theorie der Flüssigkeit und ihrer Adhäsion an feste Körper abzuleiten. Die erste Bedingung, woran das Aufsteigen einer Flüssigkeit in einem Haarröhrchen über den äußeren wagerechten Stand geknüpft ist, scheint darin zu liegen, daß die Concavität der Krümmung, welche die Oberfläche der Flüssigkeit von jedem Rande der starren Seitenwand her annehmen würde, wenn diese allein und keiner anderen gegenüber stände, an der Stelle, wo sich zwei solche Krümmungen von entgegengesetzten Wänden her treffen, noch nicht geradezu unmerklich geworden sein darf. Mit anderen Worten, die concaven Oberflächen von zwei gegenüberstehenden Rändern müssen einander mit diesen Rändern selbst so nahe

fläche mit dem starren Körper vollkommen die Stelle der Cohäsion einer Durchschnittsfläche vertreten muß, welche man in irgend einer Richtung durch die Mitte des Tropfens legen möchte.

Ruht nun der Tropfen einer schweren Flüssigkeit auf der festen Unterlage, an welcher sie adhärirt, so muß ihm der von oben nach unten zunehmende Druck der Schwere eine abgeplattete Gestalt ertheilen, deren Grundfläche sich vergrößert: der Tropfen zerfließt auf der Oberfläche des starren Körpers, an welchem er adhärirt.

Hängt der Tropfen unter der Adhäsionsfläche, so wird die Schwere seine Theile nach unten ziehen; er muß zuerst die Gestalt eines länglichen, unten abgerundeten Zapfens annehmen. Erhält aber seine Masse von der Seite her Zufluß, ohne daß die Adhäsionsfläche sich vergrößert, oder ist sein Gewicht im Verhältniß zu dieser Fläche und der Cohäsion seiner Theile schon an und für sich zu groß, so muß sich unterhalb desjenigen Theils, der im Allgemeinen nach den Umrissen einer Halbkugel begrenzt ist, ein neuer ausbilden, in welchem sich unter geringen Modificationen, die von der Schwere herrühren, die Tendenz der allseitigen Cohäsion zur Kugelbildung mehr und mehr entwickelt, bis die damit verbundene Verjüngung nach einem horizontalen Queerschnitt zwischen beiden mit der gänzlichen Ablösung des unteren vollkommenen Tropfens endigt. Dieß ist im Allgemeinen der Verlauf der so häufig wahrgenommenen, gewiß nicht unbelehrenden Erscheinung, welche man das Abtröpfeln der Flüssigkeit von der Fläche eines starren Körpers nennt, den sie benetzt.

Hängt eine flüssige Masse an der vertical gestellten Seitenfläche eines starren Körpers, ohne an demselben heruntergleiten zu können, so wird ihre Tendenz, sich an der freien Oberfläche nach der Gestalt einer Halbkugel zu begrenzen, deren Basis die feste Seitenwand wäre, unter dem Einflusse der Schwerkraft eine mehr abwärts und einwärts gebogene obere Fläche erzeugen, deren Krümmung eine Function des Verhältnisses ist, worin die Stärke des einseitigen Zuges der Cohäsion an der Oberfläche zu dem Gewichte der Masse steht. In diesem Falle befindet sich z. B. jede Flüssigkeit in einem Gefäße, dessen Wände von ihr benetzt werden. Die Gestalt dieser Wände

hat natürlich auch auf die Gestaltung der Oberfläche der Flüssigkeit den wesentlichsten Einfluß. Diese wird am Rande des von ihr benetzten Gefäßes immer mit Concavität gekrümmt sein müssen, sobald über dem allgemeinen Niveau der Flüssigkeit erhabene Theile der Seitenwände durch gewaltsame Schwankungen derselben schon vor der Herstellung des Gleichgewichts und der Ruhe wirklich von ihr benetzt waren. Daß die Adhäsion, um dieses Phänomen hervorzubringen, stärker sein müsse, als die Cohäsion, scheint keineswegs erforderlich; sondern es muß vielmehr hinreichen, wenn überall die Flüssigkeit nur an der starren Wand adhärirt, wodurch ihre Cohäsion den natürlichen Schlußpunkt verliert und eine Beziehung nach außen erhält. Dagegen scheint uns unter keinerlei Umständen die bloße Adhäsion ein Ansteigen der Flüssigkeit an der trockenen Seitenwand bewirken zu können, wenn ihr nicht ein Schwanken derselben, in Folge anderer Anregungen, zu Hilfe kommt, oder sie gewissermaßen erst weckt.

Das höchst merkwürdige Aufsteigen von Flüssigkeiten in Haarröhrchen scheint keinen anderen Grund zu haben, als die vorerwähnte Erscheinung. Die bisher versuchten Erklärungen jenes Phänomens, welche sich die Annahme einer Wirksamkeit der Adhäsion und Cohäsion auf Entfernungen, wenn auch nur auf unmeßbar kleine Entfernungen, erlauben, können unserer Meinung nach mit dem Wesen dieser Kräfte nicht bestehen. Dagegen halten wir es nicht für unmöglich, die Wirkungen und Gesetze der sogenannten Capillaraction auch ohne diese Voraussetzung aus der bisher aufgestellten Theorie der Flüssigkeit und ihrer Adhäsion an feste Körper abzuleiten. Die erste Bedingung, woran das Aufsteigen einer Flüssigkeit in einem Haarröhrchen über den äußeren wagerechten Stand geknüpft ist, scheint darin zu liegen, daß die Concavität der Krümmung, welche die Oberfläche der Flüssigkeit von jedem Rande der starren Seitenwand her annehmen würde, wenn diese allein und keiner anderen gegenüber stände, an der Stelle, wo sich zwei solche Krümmungen von entgegengesetzten Wänden her treffen, noch nicht geradezu unmerklich geworden sein darf. Mit anderen Worten, die concaven Oberflächen von zwei gegenüberstehenden Rändern müssen einander mit diesen Rändern selbst so nahe

gebracht werden, daß sie sich noch unter einem namhaften Winkel kreuzen würden, wenn sie fortbestehen könnten. Bei dieser Nähe der Adhäsionswände wird zugleich das Gewicht der dazwischen liegenden flüssigen Theile so gering werden müssen, daß es nicht allein ihr Zusammenfließen in der Mitte bis zu einer höheren Horizontalfläche nicht verhindern, sondern auch dem Bestreben ihrer allseitigen Cohäsion, unter dem Schutze der Adhäsion zur Seite eine kugelförmige (oder doch conver gewölbte) obere Begrenzung zu bewirken, erst bei einer merklichen Erhebung der flüssigen Säule ein Ziel setzen kann. —

Wir brechen indessen diese bloß oberflächlichen Bemerkungen ab, um nicht den Schein zu geben, als legten wir größeres Gewicht darauf, als daß sie nur im Allgemeinen andeuten sollten, welchen Gang etwa der Versuch zu nehmen hätte, die besonderen Erscheinungen flüssiger Körper unter dem Einflusse der Adhäsion mit der vorhin angegebenen Erklärung ihrer drei wesentlichen Merkmale in Einklang zu bringen. In Erwägung der großen Schwierigkeiten dieses Problems, welches die Berücksichtigung der mannigfaltigsten Verhältnisse nöthig macht, vor allen Dingen aber die gründlichste Prüfung des Verhältnisses der Adhäsions- und Schwerkraft zur Cohäsion erheischt, müssen uns schon diese Andeutungen zu unbehutsam scheinen, die erst dann einigen Werth erlangen können, wenn die Wirkungen des Conflictes jener drei Kräfte nach einfachen Principien bestimmten Rechnungen unterworfen werden können. Dazu aber reichen die bisherigen Beobachtungen gewiß noch lange nicht aus.

Es mag hier nur noch einmal erwähnt werden, wie die Abweichungen in den Resultaten des Aufsteigens flüssiger Körper in Haarröhrchen, je nachdem man diese bei dem Versuche vollkommen trocken anwendet, oder ihre inneren Wände schon vor dem Versuche mit der Flüssigkeit angefeuchtet hat, zu Gunsten der Ansicht zu reden scheinen, daß die Adhäsions-, so wenig wie die Cohäsionskraft auch nur auf die allergeringsten Entfernungen bemerkbare Wirkungen hervorzubringen vermögen. — Die Erscheinung der conver gekrümmten Oberfläche einer Flüssigkeit am Rande eines Gefäßes, an welchem sie nicht adhärirt, erklärt sich leichter als die entgegengesetzte aus dem Streben

der allseitigen gleichförmigen Cohäsionskraft, die freie Oberfläche überall rechtwinklig gegen ihren einseitigen nach innen gerichteten Zug zu gestalten. Die Abweichung von der vollkommenen Kugelfläche ist in diesem Falle eine ausschließliche Wirkung der Schwerkraft.

§. 50.

Die wesentlichsten Merkmale der Starrheit, aus der Annahme einer ausschließlichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach bestimmten Richtungen hergeleitet.

Kehren wir nun zu der Hauptaufgabe dieser Schrift zurück, die Bedingungen der Starrheit im Allgemeinen und ihrer vollkommensten Ausbildung der gesetzmäßigen Krystallisation zu entwickeln; so glauben wir das Feld der Voraussetzungen, worin wir ihren Ursprung zu entdecken vermögen, durch alle vorangegangenen Betrachtungen schon enge genug begrenzt zu haben, um gewissermaßen zur Darlegung unserer bestimmten Ansicht genöthigt zu sein.

Wenn in Wahrheit die Cohäsion einer stetigen Masse nach allen Seiten und Richtungen mit gleicher Stärke ihren flüssigen Aggregatzustand bedingt, so scheinen dem Begriffe der Cohäsionskraft gemäß, nach welchem sie die Ursache des stetigen Zusammenhanges der körperlichen Materie sein soll, um in ihr den Grund eines anderen, also des starren Aggregatzustandes, zu finden, nur noch die beiden Voraussetzungen hinsichtlich der Art ihrer Wirksamkeit übrig zu sein, entweder daß sie in gewissen bestimmten Richtungen stärker als in allen übrigen, oder ausschließlich in diesen bestimmten Richtungen thätig sei. Wir wählen die letztere Vorstellungsart, weil sie die erstere in sich schließt, sobald man den Ueberschuß der Stärke der Cohäsionskraft in einigen bestimmten Richtungen für die alleinige Ursache der veränderten Wirkungen ansieht, wozu eine geringe Ueberlegung der obwaltenden Umstände augenblicklich nöthigt*).

*) Es war dem Verfasser höchst erfreulich, nachdem ihn bereits eigenes Nachdenken zu dieser Ansicht geführt hatte, dieselbe auch schon von Bernhardi in seiner vortrefflichen Abhandlung über Krystallogenie

Die wesentlichsten Merkmale starrer Körper sind die Selbstständigkeit ihrer Form, und der namhafte Zusammenhang ihrer

und Anordnung der Mineralien« (in Gehlen's Journal f. d. Chemie, Physik und Mineral. Bnd. 8. Heft 2.) auf das Bestimmteste, und der Hauptsache nach, wenn gleich weniger entschieden, auch von anderen Naturforschern, wie z. B. in Fischer's mechanischer Naturlehre 2te Aufl. Bnd. I. Cap. IX. §. 4. S. 80., ausgesprochen zu finden. Es ist immer ein Beweis mehr für die Wahrheit einer Hypothese, wenn sie von mehr als Einem, der über die Sache nachdenkt, und zwar unabhängig von der Gedankenreihe des Anderen, aufgefunden wird.

Bei manchen anderen Hypothesen über den Ursprung der Starrheit, wie z. B. bei der im ersten Kapitel besprochenen des scharfsichtigen Biot, liegt jene Idee unverkennbar, obschon unentwickelt, zum Grunde.

Link's Hypothese in seiner vortrefflichen Schrift »über Naturphilosophie« u. a. a. O., nach welcher der starre Körper aus unzählig vielen, unmeßbar dünnen flüssigen Schichten zusammengesetzt sein soll, die sich nach mannigfaltigen, in den Krystallen unter bestimmten Winkeln gegen einander geneigten Richtungen durchkreuzen, und durch die äußerste Nähe ihrer parallelen Seitenflächen die innere Verschiebbarkeit des Flüssigen für die Wahrnehmung so gut wie ganz verlieren sollen, ist schon von Bernhardi in der angezogenen Abhandlung gründlich widerlegt. — Aber darin scheint dieser unbefangene und philosophische Naturforscher Unrecht zu haben, wenn er Link's Annahme eines besonderen Verhaltens der Oberfläche flüssiger Körper, welches von ihren Beschaffenheiten im Inneren abweiche, (wie z. B. aus der Erscheinung hervorgeht, daß eine Flüssigkeit dünne Plättchen eines spezifisch schwereren Körpers, wenn sie behutsam aufgelegt werden, auf der niedergedrückten Oberfläche tragen kann ꝛc.) bestreiten will. Link's Hypothese kommt im Wesentlichen darauf zurück, daß die Oberfläche flüssiger Körper in sehr vielen Beziehungen Merkmale und Eigenschaften der Starrheit zeige, und daß diese daher aus der unendlichen Vervielfältigung gesonderter Oberflächen im Innern des flüssigen Körpers hervorgehe. Dagegen erinnert Bernhardi, daß die Oberfläche flüssiger Körper als solche, im mathematischen Sinne

Theile unter einander. Dieser wird erkannt aus dem Widerstande, welchen der Körper trennenden Kräften, wenigstens in gewissen Richtungen und unter bestimmten Voraussetzungen entgegensetzt. Jene Selbstständigkeit der Form wäre im unbedingten Sinne eine Folge der gänzlichen Unfähigkeit, annäherungsweise ist sie die Folge der sehr beschränkten Fähigkeit seiner Theile, sich an einander verschieben oder aus der einmal angenommenen Lage gegen einander verrücken zu lassen. Vor allen Dingen sind also diese Eigenschaften aus der Annahme einer Cohäsionskraft, welche nur in bestimmten Richtungen thätig ist, zu erklären.

Denkt man sich also zuerst die Cohäsionskraft in einer ste-

---

oder als ideelle Grenze gedacht, weder physische Merkmale noch physische Wirkungen haben könne. Wolle man dagegen den Ausdruck Oberfläche nur uneigentlich für »unmeßbar dünne körperliche Schichten« verstanden haben, so folge aus Link's Hypothese, nach welcher also die Flüssigkeit mit einem dünnen starren Häutchen überzogen sein soll, daß unter diesen isolirten Häutchen sich ein neues u. s. f. unter jedem folgenden wieder ein neues ausbilden, mithin die ganze Flüssigkeit erstarren müsse. Der letzte Schluß ist gewiß in Link's Voraussetzungen ganz richtig geschlossen. Dem ersten Einwurfe aber können wir nicht ganz beipflichten. Denn wenn auch die Grenze eines Körpers, an sich und als selbstständig gedacht, keine physische Kraft haben kann, so kann darum doch der Körper, oder das eigentliche Subject der physischen Kraft, an dieser Grenze den äußeren Einwirkungen auf dieselbe ganz anders begegnen, als denjenigen Kräften, welche die Beziehungen seiner Theile im Innern gegen einander zu verändern streben. An der Grenze treten ja eben ganz andere Bedingungen ein, aus welchen sich ein verändertes Verhalten des Körpers an der Oberfläche hinreichend erklären läßt, sobald der Angriff auf denselben wirklich gegen die Oberfläche und in einer Fläche erfolgt, und zwar so lange als dadurch diese Grenze nicht unterbrochen wird. In allen denjenigen Fällen, wo das Verhalten der Oberfläche flüssiger Körper, oder richtiger zu sprechen, das Verhalten dieser Körper an der Oberfläche von dem im Innern abweicht, zeigt sich diese Abweichung und ihre Dauer an die Bedingung geknüpft, daß die von außen herkommende Einwirkung, ohne in ihn einzudringen, gleichzeitig eine Fläche trifft.

tigen, nicht ausdehnsamen Masse bloß nach einer einzigen Richtung, also nach allen möglichen geraden Linien wirksam, welche innerhalb des von der Masse erfüllten Raumes in dieser Richtung, parallel unter einander, gedacht werden können, so würde diese dem Losreißen der Theile des Körpers in dieser Richtung, also nach Trennungsflächen, welche perpendiculär auf derselben stehen, ihren vollen Widerstand entgegensetzen. Schwächeren Widerstand würde die trennende Kraft von dieser Cohäsion erfahren, wenn sie gegen die Richtung derselben schräg geneigt wäre, und zwar um so schwächeren, je mehr die Richtungen beider Kräfte von einander abwichen. Wenn endlich die Richtung der trennenden Kraft auf der festen und bestimmten Richtung der Cohäsionskraft senkrecht steht, so wird aus dieser gegen die Ablösung von Theilen in Flächen, welche durch ihre eigene Richtung gehen, gar kein Widerstand mehr entspringen können.

Es leuchtet ferner ein, daß diese Cohäsion in einer bestimmten Richtung eben so wenig ein Hinderniß abgeben kann für die Verschiebung einer Seite des Körpers an der anderen sowohl in der eigenen Richtung dieser Kraft als auch in jeder senkrecht dagegen gesetzten — vorausgesetzt, daß allen Theilen des Körpers, welche auf einer Seite der Verschiebungs-Ebene liegen, durchaus gleichzeitig die nämliche Geschwindigkeit mitgetheilt werden könnte. In der Wirklichkeit würde diese Bedingung niemals oder doch nur annäherungsweise zu erhalten sein, weil der Druck, welcher unmittelbar bloß die Vorderfläche des fortzuschiebenden Theils trifft, nur nach und nach, durch die Kraft der Ausdehnung weiter fortgepflanzt, das Beharrungsvermögen entfernterer Theile angreifen kann. Das allseitige Bestreben jener Kraft der Ausdehnung, das Volumen des Körpers zu erhalten oder wieder herzustellen, muß aber die anfängliche Richtung des Drucks auch seitwärts ablenken, und in diesem Falle bleiben offenbar die vorigen Folgerungen nicht gültig. Dürfte man aber annehmen, dem ganzen zu verschiebenden Theile würde die nämliche Bewegung gleichzeitig in einem Momente mitgetheilt; so ist klar, daß die Cohäsion des Körpers in einer bestimmten Richtung die Verschiebung seiner Theile an einander in der doppelten Voraussetzung nicht hindern kann,

entweder daß die Ebene der Verschiebung und diese selbst eben jene Richtung theilt, oder dieselbe rechtwinklig schneidet. In jeder anderen Richtung aber, welche diese unter schiefen Winkeln durchsetzt, muß die Verschiebung von der Cohäsion aufgehalten werden, mit einer Stärke, deren Verhältniß zu der ungetheilten Kraft sich leicht nach dem Parallelogramm der Kräfte bestimmen läßt, wenn man diese zur Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks macht, worin die Richtung der Verschiebung als die einer Kathete angenommen wird.

Der Widerstand, womit sich ein Körper dem Eindringen eines scharfkantigen oder zugespitzten, absolut harten oder härteren Instruments zwischen seine Theile widersetzt, kann immer nur aus dem Bestreben derselben hervorgehn, den Seiten des Instruments nicht auszuweichen. Die Schärfe oder Kante an sich bekommt es bei dem Vordringen desselben gar nicht mit dem Körperlichen zu thun. Setzte man nun die Schärfe oder Spitze eines solchen Instruments auf eine Masse von den vorhin beschriebenen Eigenschaften, um dasselbe in der Richtung ihrer bloß einseitigen Cohäsion oder senkrecht dagegen in sie hineinzutreiben, so würde die Trennung in beiden Fällen ohne den geringsten Widerstand erfolgen, wofern das Ausweichen der Theile zu beiden Seiten von der zu eröffnenden Lücke nicht gehindert würde. Diese Verschiebung ist aber in den Richtungen, welche mit den beiden eben genannten rechte Winkel einschließen und in umgekehrter Ordnung zusammenfallen, durch die einseitige Cohäsion wenigstens vollkommen frei gelassen.

Denken wir uns nun in derselben Masse die Thätigkeit der Cohäsionskraft auch noch nach einer zweiten Richtung, welche die erste rechtwinklig schneidet, so können ihre Theile augenscheinlich nur noch in der einzigen Richtung ohne allen Widerstand der Cohäsionskraft von einander gerissen werden, welche senkrecht auf der Ebene steht, worin jene beiden Richtungen liegen. Die Fläche, worin bei dieser Annahme die Trennung erfolgen müsste, würde gerade eine solche Ebene sein. In jeder anderen Richtung hat die trennende Kraft, welche einen Theil des Körpers vom andern loszureißen strebt, entweder nur die eine oder beide Cohäsionskräfte zugleich, und zwar entweder ihre volle oder ihre relative Stärke in der Richtung des An-

griffs zu überwinden. Kommt also nun noch eine dritte Cohäsionskraft hinzu, deren Richtung perpendiculär auf einer Ebene steht, welche in jedem Punkte der Masse durch die Richtungen der beiden zuerst angenommenen Kräfte gelegt werden kann — und denkt man sich diese drei einander rechtwinklig kreuzenden Thätigkeiten der Cohäsionskraft stetig in gleich bleibenden Richtungen durch die ganze Masse verbreitet; so ist unstreitig in keiner einzigen Richtung mehr ein Theil des Körpers vom andern loszureißen, ohne den Widerstand der Cohäsion in der Trennungsfläche (senkrecht gegen die Richtung der angreifenden Kraft) zu erfahren. Jeder Punkt im Innern des Körpers erscheint nun als der Durchschnitt von drei einander rechtwinklig kreuzenden Ebenen, gegen welche die dreifache Thätigkeit der Cohäsionskraft selbst wieder unter rechten Winkeln gerichtet ist.

Es fragt sich nur noch, ob nicht vielleicht durch die angenommene Wirkungsart der Cohäsionskraft nach drei gegen einander festgelegten Richtungen, wie bei den flüssigen Körpern durch die Annahme einer allseitigen und gleichförmigen Thätigkeit dieser Kraft, zugleich wieder eine so leichte innere Verschiebbarkeit der Theile an einander bedingt sei, daß dadurch ihr Widerstand in der Wirklichkeit nur unter gewissen beschränkenden Verhältnissen wahrgenommen werden könne. Man sieht indessen leicht ein, daß die Theile eines Körpers, worin die Cohäsionskraft nach drei auf einander senkrecht stehenden Richtungen thätig ist, nur in solchen oder zwischen solchen parallelen Ebenen, welche absolut perpendiculär auf einer dieser drei Richtungen stehen, ohne allen und jeden Widerstand dieser Kraft an einander verschoben werden könnten, wenn es möglich wäre, dem ganzen fortzubewegenden Theile in demselben Augenblicke die nämliche Geschwindigkeit mitzutheilen. In diesen Ebenen selbst können so wenig Cohäsionskräfte wie überhaupt physische Kräfte irgend einer Art existiren, weil die mathematische Fläche nicht der Träger solcher Kräfte sein kann; und auch die dritte lothrecht gegen eine solche Ebene gerichtete Cohäsionskraft kann die Bewegung in der Richtung dieser Ebene nicht hemmen. In der Wirklichkeit giebt es aber kein Mittel, der Bedingung völlig zu genügen, daß der ganze zu verschiebende Theil des

Körpers vollkommen gleichzeitig die nämliche Geschwindigkeit erhalte. Der auf seine Vorderfläche ausgeübte Druck, Stoß oder Schlag pflanzt sich erst allmählig durch ihn weiter fort, indem die Kraft der Ausdehnung die unter dem Schutze des Beharrungsvermögens anfangende Verdichtung der zunächst angegriffenen Theile durch Wiederausdehnung nach allen Richtungen auszugleichen bestrebt ist. Dadurch wird aber offenbar die anfängliche Bewegung auch seitwärts abgelenkt, so daß die Verschiebung in Flächen erfolgen müsste, deren momentane Richtungen auch schräg zwischen die drei festgelegten Richtungen der Cohäsionskraft fielen. Diese muß aber allemal einen mehr oder weniger erheblichen Widerstand erzeugen, wenn einzelne Theile des Körpers aus ihrer Lage gegen andere in Grenzflächen und Richtungen verschoben werden sollen, welche gegen ihre eigene Richtung nicht absolut senkrecht sind.

Hieraus folgt, daß schon die ausschließliche Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei unter einander rechtwinklig verbundenen Richtungen genüge, um den Theilen eines stetigen und nicht ausdehnsamen Körpers eine feste relative Lage gegen einander zu geben, aus welcher sie nicht ohne namhaften Kraftaufwand verrückt werden können, — daß mithin auch, wie schon früher bemerkt wurde, jede äußere Kraft, welche gewisse Theile eines solchen Körpers von anderen loszureißen strebt, in jeder Richtung von der Cohäsion desselben merklichen Widerstand erfahren müsse.

Es braucht gewiß nicht besonders ausgeführt zu werden, daß dieser Erfolg im Wesentlichen ungeändert bleibt, wenn man die dreifache Thätigkeit der Cohäsionskraft auch nicht gerade in drei rechtwinklig unter einander verbundenen, sondern überall nur in drei verschiedenen Richtungen denkt, welche nicht in die nämliche Ebene fallen, oder wenn man auch mehr als drei, jedoch stets nur eine bestimmte Anzahl solcher Axen*) der ursprünglichen Cohäsionskraft im Körper annimmt.

*) Wir glauben uns nur dem üblichen, mathematischen und physikalischen Sprachgebrauche anzuschließen, wenn wir hinfort durch das Wort

§. 51.

Die wesentlichsten und allgemeinsten Eigenschaften der Krystallisation, nämlich die geradflächige äußere Begrenzung und das regelmäßige innere Gefüge der Krystalle, aus der nämlichen Annahme abgeleitet.

Wir glauben nun nicht eher zur Erläuterung anderer Eigenthümlichkeiten starrer Massen im Allgemeinen fortschreiten zu dürfen, deren Grund in der Annahme einer ausschließlichen Cohäsion nach bestimmten Richtungen gefunden werden kann, bevor wir den Versuch gemacht haben, gewisse allgemeinere Erscheinungen der Krystallisation, als der vollendetsten Form der Starrheit, aus jener Voraussetzung zu erklären. Diese Aufgabe scheint uns für jede Hypothese über den Grund der Starrheit bei weitem die wichtigste zu sein. Denn Niemand wird in Abrede stellen, daß die Bedingungen der Starrheit sich am reinsten und einfachsten, folglich auch am klarsten offenbaren müssen, wenn sie fremdartigen Einwirkungen, also Störungen am wenigsten ausgesetzt sind, d. h. in der selbstständigen Gestaltung starrer Körper oder ihrer Krystallisation. Und daraus geht hervor, daß umgekehrt eine Hypothese, welche den Grund der Starrheit im Allgemeinen zu erklären versucht, um so wahrscheinlicher wird, je leichter und vollständiger sie die Erscheinungen der Krystallisation zu erklären vermag.

Denkt man sich nun die Cohäsionskraft nach irgend einer bestimmten Richtung in stetiger Thätigkeit durch die ganze Masse, so folgt daraus, daß sich diese auf entgegengesetzten Seiten durch parallele Ebenen begrenzen muß, welche senkrecht gegen die Richtung der Kraft gesetzt sind. Die Grenze des Gebietes, worin die Wirkungen einer Kraft eingeschlossen sind, muß immer senkrecht auf der Richtung dieser Kraft stehen, wenn keine äußere Beschränkungen oder die prästabilirte Selbstständigkeit der Form des Körpers, welcher ihr unterworfen ist, es verhindern. Bleibt sich also die Richtung dieser Kraft innerhalb eines stetigen Raumes gleich, so muß jene Grenze, weil sie überall senkrecht auf dieser Richtung stehen soll, nothwen-

---

Axe jede im Verhältniß zu anderen bestimmte Richtung bezeichnen, welche vollkommen stetig durch jeden Punkt eines körperlichen Raumes gelegt werden mag.

dig eine ebene Fläche werden. Die Schwerkraft begrenzt den flüssigen Körper an der Seite, wo ihre Wirkungen aufhören, durch eine horizontale Fläche, senkrecht gegen ihren eigenen Zug.

Ein Körper also, der seine Gestalt der freien Thätigkeit einer bloß nach bestimmten Richtungen wirksamen Cohäsionskraft verdankt, muß auf allen Seiten von ebenen Flächen eingeschlossen werden, welche einander paarweise parallel, gegen die Axen der Cohäsionskraft unter rechten Winkeln geneigt sind. Bekanntlich ist aber die geradflächige äußere Begrenzung das erste und wesentlichste Merkmal der Krystallisation — und nur als Ausnahmen von der Regel werden an vollständig ausgebildeten Krystall-Individuen solche Flächen wahrgenommen, denen nicht auf der entgegengesetzten Seite eine parallele entspricht.

Die Möglichkeit dieser ausnahmsweisen Erscheinung solcher isolirter Krystallflächen lässt sich indessen im Allgemeinen gar wohl begreifen, indem es ja nicht schlechterdings nöthig ist, daß die Thätigkeit der Cohäsionskraft auch an der gegenüberliegenden Seite einer von ihr erzeugten Krystallfläche freien Spielraum finde, sondern sehr wohl durch die vorherrschende Thätigkeit der Cohäsionskraft in seitwärts gerichteten Axen (vielleicht bloß auf Veranlassung einer besonderen Anordnung der erstarrenden Masse) verdrängt werden kann*). Dessenungeachtet kann und muß man sich in der senkrecht gegen die isolirte Fläche gerichteten Axe durch den ganzen Körper, also auch in Theilen, die noch etwa seitwärts von dem Raume liegen, welcher alle möglichen Lothe auf diese Fläche umfasst, eine durchgreifende Spannung der Cohäsionskraft in dem Sinne vorstellen, wie bei einer früheren Gelegenheit näher aus einander gesetzt ist. Wir werden diese Ansicht in der Folge dadurch zu rechtfertigen bemüht sein, daß wir die Entstehung solcher schräg gegen irgend eine Axe der Cohäsion geneigter äußerer Flächen

*) Höchst merkwürdig ist das häufige (ob beständige?) Zusammentreffen dieser Erscheinung isolirter Krystallflächen mit der electrischen Polarität an den entgegengesetzten Krystallenden, wie z. B. beim Turmalin, Topas ꝛc.

aus der zusammengesetzten Wirkung von zwei oder mehren, verschieden gerichteten, ursprünglichen Thätigkeiten dieser Kraft herleiten. Den Grund aber, welcher uns diese Ansicht aufdringt, oder wie man will, unterstützt, werden wir sehr bald in der Wahrnehmung kennen lernen, daß die innere Textur oder der Blätterdurchgang des Krystalls den ganzen Körper desselben ohne Rücksicht auf seine äußere Begrenzung durchsetzt.

Beschränken wir uns also vorläufig auf die einfachste Annahme einer dreifachen Thätigkeit der Cohäsionskraft in drei auf einander senkrechten Richtungen, so müsste der Körper, welcher den Bedingungen dieser Kraft ungehindert folgen kann, die Gestalt eines rechtwinkligen Parallelepipedums annehmen, dessen parallele Flächen, paarweise zusammengenommen, absolut perpendiculär auf den drei Axen der Cohäsionskraft stehen. Nach diesen drei Richtungen durchsetzen einander drei verschiedene Spannungen der Cohäsion, deren Schlußpunkte die drei Paare einander paralleler äußerer Flächen sind.

Verfolgt man die Wirkungen der Cohäsionskraft nach einer bestimmten Richtung auch im Innern des Körpers, so begreift man leicht, daß sie durchgehends nur für diejenigen Theile desselben einen gleichen Zustand hervorbringen kann, welche in senkrecht gegen diese Richtung geneigten Ebenen an einander stoßen. Jede nur irgend gedenkbare Ebene der Art kann für die zu beiden Seiten liegenden Theile zugleich als der Anfang und das Ziel ihrer gegenseitigen Cohäsion betrachtet werden. Man fühlt sich versucht, dieses vollkommen gleiche Verhältniß für benachbarte Theile des Körpers, die an solchen Ebenen neben einander liegen, den Zustand des Gleichgewichts ihrer senkrecht gegen die gemeinschaftliche Berührungsebene gerichteten Cohäsionskraft zu nennen. Es hält nicht schwer, in dieser gleichen Disposition solcher Theile des Körpers, die durch Ebenen unterschieden werden, welche perpendiculär auf einer Axe der Cohäsionskraft stehen, den Grund der sogenannten inneren Textur oder des Blätterdurchganges krystallisirter Körper zu entdecken.

Wenn nämlich die Schärfe eines spaltenden Instruments in der Richtung einer solchen Ebene zwischen die dadurch getrennten Theile des Körpers vordringen soll, so braucht ihre

Ablösung von einander gleichzeitig immer nur in einer Linie vor sich zu gehen. Könnte man sich also das Instrument als eine unbiegsame Ebene denken, welche zwischen sie vorgeschoben würde, so daß bloß die Wechselwirkung der Cohäsionskraft dadurch unterbrochen würde und auf jeder Seite derselben ihren Schließungspunkt erhielte; so würde die Trennung des Körpers an dieser Ebene ohne allen Widerstand erfolgen müssen. Daß aber vor der Schärfe des selbst körperlichen Spaltungsinstruments die erforderliche Lücke sich eröffne, hängt lediglich von der Nachgiebigkeit der zunächst anstoßenden und zur Seite zu schiebenden Theile ab. Diese erleiden von den Seiten des eindringenden Instruments eine Pressung, welche sie bei freier Beweglichkeit zur Seite schieben würde, wegen ihres festen Zusammenhanges mit den übrigen Theilen aber eine Zusammendrückung zu erzeugen strebt, die nach beiden Seiten vom Instrumente aus gegen das Innere des Körpers und zwar vorwärts gerichtet ist. Die Kraft des Keils wirkt als das Moment einer Drehung im entgegengesetzten Sinne von seinen Seiten aus. Und da die Wirkung dieser Drehung der Schärfe des Keils vorspringt und vor derselben als ein doppelter Druck erscheinen muß, der unter sehr spitzen (verschwindenden) Winkeln von der Spaltungsrichtung aus nach vorn geht; so wird die rechtwinklig gegen die Spaltungsebene gerichtete Cohäsionskraft gerade in solchen Richtungen angegriffen, in welchen sie den geringsten Widerstand leisten kann. Der Körper muß also am leichtesten in dieser Ebene, von wo aus ein doppelter Zug unter sehr kleinen (verschwindenden) Winkeln seine Theile nach entgegengesetzten Seiten vorwärts zieht, vor der Schärfe des Instruments aufreißen. Diese Spaltungsebene ist die Grenzscheide, von wo aus die beiden Pressungen und daher rührenden Drehungen des spaltenden Keils verschiedenen Richtungen folgen. Man beurtheilt aber leicht, daß eben diese bewegenden Kräfte die Cohäsionskraft in keiner einzigen anderen Richtung und an keiner einzigen anderen Stelle unter so günstigen Umständen angreifen, als gerade in dieser Ebene.

Es scheint uns, als ob der so eben beschriebene Erfolg nur dann abgeläugnet werden könnte, wenn man die Theile

des zu spaltenden Körpers für unbedingt unfähig halten wollte, auch nur die geringste Zusammendrückung zu erleiden.

Körper also, deren Cohäsionskraft nur in bestimmten Richtungen thätig ist, müssen sich durch scharfkantige Instrumente am leichtesten nach solchen Ebenen spalten lassen, welche auf diesen Richtungen absolut senkrecht stehen*).

*) Hr. Prof. August in Berlin stellt in seinem sehr verdienstlichen Auszuge aus Fischer's mechanischer Naturlehre für den höheren Schulunterricht (Berlin 1829.) S. 48 die Meinung auf, daß die Cohäsion in den Richtungen, welche die Ebenen des Blätterdurchganges, z. B. bei dem Kalkspath, die Flächen seiner Rhomboeder rechtwinklig durchschneiden, am schwächsten sei. Wir glauben dabei schon hier erinnern zu müssen, daß die Leichtigkeit der Spaltung mindestens kein untrügliches Maß für die Stärke der Cohäsionskraft in senkrechter Richtung gegen die Ebene der Spaltung abgiebt. Diese kann vielmehr nur durch trennende Kräfte geprüft werden, welche in eben dieser Richtung Theile des Krystalls von einander loszureißen streben. Man wird aber sicherlich bei diesem Versuche einen Widerstand finden, welcher mit der Leichtigkeit der Spaltung gar nicht in Vergleichung zu bringen ist und zum wenigsten davon überzeugt, daß der Zusammenhang des Krystalls in senkrechter Richtung gegen einen Blätterdurchgang keineswegs als ganz unerheblich betrachtet werden darf. Das Spaltungsinstrument durchschneidet die Richtung der Cohäsionskraft unter rechten Winkeln, also gerade unter solchen Umständen, welche den Widerstand dieser Kraft, wo nicht ganz aufheben, doch am meisten vermindern.

Und wenn man sich ferner die Stärke der Cohäsionskraft in senkrechter Richtung gegen einen Blätterdurchgang am schwächsten vorstellen wollte, so dürfte man wenigstens daraus noch nicht, wie man etwa geneigt sein könnte, den Schluß ziehn, daß diese Kraft in der Richtung dieses Blätterdurchganges selbst am stärksten sein müsste. Denn perpendiculär gegen diesen findet sich bei sehr vielen Substanzen oft selbst wieder ein zweiter Blätterdurchgang, der folglich nach der angeführten Voraussetzung wieder ein Beweis von der geringsten Intensität der Cohäsionskraft in der Richtung des ersten Blätterdurchganges sein müsste. Die zweite Annahme höbe also die erste wieder auf.

§. 52.

Ergänzende Bemerkungen zu den beiden vorigen §§. — Die krystallinische Absonderung. — Besondres Eigenthümliches bloß krystallinischer Massen. — Die Entstehung des Dichten oder Derben.

Es wird aus der ganzen vorigen Darstellung hervorgehn, daß wir die innere Textur oder den Blätterdurchgang des krystallisirten Körpers nur als die Fähigkeit desselben, sich in allen denkbaren Ebenen, welche parallel unter einander, eine Axe der Cohäsionskraft rechtwinklig schneiden, am leichtesten spalten zu lassen, keineswegs aber als eine schon vorhandene Trennung seiner Theile durch diese Ebenen ansehen wollen. Die Wechselwirkungen der Cohäsionskraft nach einer festgelegten Richtung in einer stetigen Masse greifen selbst vollkommen stetig durch einander, und jede mögliche senkrecht gegen sie gerichtete Ebene im Innern des Körpers kann als die Grenze ihrer entgegengesetzten Richtungen betrachtet werden. Nur die wirkliche Oberfläche macht ihren Schlußpunkt. Die Dicke eines Spaltungsstücks mit parallelen Flächen ist einer wahrhaft unendlichen Abnahme fähig. Man darf sich dasselbe schlechterdings nicht als das Aggregat vorgebildeter und gesonderter, wenn auch noch so vieler und noch so dünner Schichten vorstellen.

Der Blätterdurchgang krystallisirter Körper ist also wesentlich verschieden von ihrer krystallinischen, wie von jeder Absonderung im Innern überhaupt. Wenn jener bloß die Anlage zur Trennung nach bestimmten Richtungen, so ist diese eine wirklich schon vorhandene Trennung. Die Spaltungsebene ist die gemeinschaftliche Grenze für zwei benachbarte Körpertheile; die Absonderungsfläche gehört nur einem Theile als Grenze an, und an ihr schließt sich die Thätigkeit der Cohäsionskraft, wie an der äußeren Oberfläche. Wollte man auch der Absonderung die Dimension der Dicke ganz und gar absprechen, so müsste man sich dieselbe in Absicht der Cohäsionskraft doch als eine doppelte Grenze denken, von wo aus sie in

---

Wir müssen demnach bei unserer Annahme beharren, daß jeder Blätterdurchgang durch die Thätigkeit der Cohäsionskraft in senkrechter Richtung gegen denselben hervorgerufen werde.

zwei verschiedenen Systemen wirkt (ohne ein Uebergreifen über die Grenze).

Es scheint sehr natürlich, daß die Richtung der krystallinischen Absonderung am leichtesten dem blättrigen Gefüge folgt. Die Unterbrechungen, welche etwa in den Wirkungen der Cohäsionskraft beim stetigen Durchgreifen durch eine Masse nach einer und derselben Richtung eintreten, müssen allemal im Innern Trennungsflächen erzeugen, welche aus denselben Gründen, wie die äußere Oberfläche, senkrecht gegen die Axe der Kraft gerichtet sein müssen.

Aus unserer Erklärung vom Entstehen der krystallinischen Textur geht ferner hervor, daß jede äußere Krystallfläche als das Aufhören oder der Schluß eines parallelen Blätterdurchganges, welcher den ganzen Körper durchsetzt, zu betrachten sei. Die geradflächige äußere Begrenzung des Krystalls ist nur die Außenseite seiner Textur, mithin in nothwendiger Abhängigkeit von dieser. Wenn nun gleich nicht zu jeder beobachteten Krystallfläche der entsprechende, bei manchen krystallisirten Substanzen überall gar kein Blätterdurchgang durch Versuche auch wirklich dargelegt werden kann; so folgt daraus noch nicht, daß ein solcher in der That auch gar nicht vorhanden sei. In dem Verhältniß verschiedener Axen der Cohäsionskraft zu einander und der Verschiedenheit ihrer Stärke in diesen Richtungen kann sehr wohl der Grund für die größere und geringere Deutlichkeit des blättrigen Gefüges in verschiedenen Richtungen liegen *).

*) Es ist gewiß eine der interessantesten Aufgaben für die Theorie der Krystallbildung, das Verhältniß zu erforschen, worin die größere und geringere Deutlichkeit des blättrigen Gefüges in verschiedenen Richtungen bei derselben Substanz zu der Stärke der Cohäsionskraft in den senkrecht dagegen gesetzten Axen steht. Es wird indessen erst noch ganz eigener, tiefer ins Einzelne der Erscheinung eingehender Untersuchungen und vor Allem sehr vieler und sorgfältiger, eigens auf diesen Zweck berechneter Versuche bedürfen, um diese Beziehungen einigermaßen ins Klare zu bringen. Die späteren Untersuchungen über den gesetzmäßigen Zusammenhang unter den Krystallflächen desselben Systemes können vermuthlich auch für die Lösung dieser Aufgabe einen Anknüpfungspunkt darbieten. Jedoch schon die Beobachtung, daß

Es möchte indessen die Ansicht, daß jeder äußeren Krystallfläche auch ein paralleler Blätterdurchgang im Innern entspreche, nicht leicht von irgend einem Naturforscher Widerspruch finden. Nur dann, glauben wir aber, kann diese Ansicht sich von inneren Widersprüchen frei erhalten und auch mit der Erklärung anderer Eigenthümlichkeiten der Körper in vollkommenem Einklang treten, wenn man in der Spaltbarkeit bloß die Anlage zur leichteren Trennung nach gewissen Richtungen und unter bestimmten Verhältnissen, aber durchaus nicht eine schon vorgebildete Zerklüftung und Sonderung durch leere Zwischenräume erkennen will.

Eine Beobachtung, welche die vorhin dargelegte Ansicht von dem Vorgange, welcher bei der Spaltung eines Krystalls Statt findet, zu unterstützen dienen könnte, ist die, daß mit einem vorherrschenden Blätterdurchgange in einer Richtung bei sehr vielen Mineralkörpern, z. B. beim Glimmer, Gyps u. dergl. m., eine ausgezeichnete Elasticität sehr dünner Spaltungsstücke verbunden vorkommt. Sie bethätigt offenbar die Fähigkeit des gespaltenen Körpers, sich zu beiden Seiten der Spaltungsebene durch einen Druck, dessen Richtung derselben ungefähr parallel geht, sehr leicht zusammenpressen zu lassen.

---

der Blätterdurchgang bei verschiedenen Krystall-Individuen der nämlichen Substanz oder bei verschiedenen Varietäten so oft ganz verschiedene Grade der Vollkommenheit zeigt, macht es wahrscheinlich, daß auch noch andere Bedingungen außer der relativen Stärke der Cohäsionskraft in der Axe des Blätterdurchganges über den Grad seiner Deutlichkeit mit entscheiden. Ohne der sorgfältigeren, auch nur der eigenen Prüfung vorgreifen zu wollen, machen wir nur nochmerklich, daß wir die größere Leichtigkeit, womit sich ein Körper nach einer gewissen Richtung spalten läßt, keineswegs unbedingt für ein Merkmal geringerer Stärke der Cohäsionskraft in der rothrecht dagegen gerichteten Axe halten können. Es läßt sich z. E. gerade umgekehrt wenigstens recht gut denken, daß die größere Intensität der Cohäsionskraft in einer Richtung zugleich ein größeres Bestreben erzeuge, die parallelen Grenzen, wo sich ihre stetige Wechselwirkung schließt, näher zusammen zu ziehn, also ein Bestreben, innere Ruhepunkte in der Richtung des Blätterdurchganges zu finden.

Die Wiederherstellung der Form, wenn der Druck aufhört, oder die Elasticität ist ein Erfolg der Kraft der Ausdehnung, welche sich dem stärkeren Druck an der Innenseite der, wenn auch nur momentanen Biegung widersetzt. Die relativ feste Lage der Theile gegen einander bringt eine ungleiche Spannung hervor, welche sie, wenn die äußere Kraft nachgelassen hat, zur Rückkehr in die vorige Gestalt zwingt. Diese Elasticität der Spaltungsstücke muß um so auffallender erscheinen, je geringer die Zusammendrückung an der inneren, und vielleicht die gleichzeitige Ausdehnung an der äußeren Seite der Biegung zu sein braucht, um eine verhältnißmäßig große Veränderung in der äußeren Form hervorzubringen, d. h. je dünner das gebogene Blättchen ist.

Es ist schon früher erwähnt worden, daß sich die Theile eines Körpers, dessen Cohäsionskraft nur in drei rechtwinklig auf einander stehenden Axen thätig ist, in Ebenen, welche diese Axen senkrecht schneiden, also nach den Richtungen eines dreifachen Blätterdurchganges, ohne allen Widerstand der Cohäsionskraft an einander verschieben lassen müssten, wenn man ihnen gleichzeitig durch einen Stoß oder Schlag die nämliche Geschwindigkeit mittheilen könnte. Erzeugte diese dreifache Thätigkeit der Cohäsionskraft noch andere in schräg geneigten Axen, oder dürfte man annehmen, daß die Wirkungen der Cohäsionskraft, welche in bestimmten Richtungen einander in einer gewissen Ebene kreuzten, sich zu einer einzigen in lothrechter Richtung gegen diese Ebene zusammensetzten; so ist von selbst klar, daß die obigen Schlüsse für jede solche Ebene gültig bleiben. Jene leichte Verschiebbarkeit einzelner Theile des Krystalls an anderen in der Richtung eines Blätterdurchganges, welche denn sehr leicht eine Ablösung derselben von einander vermittelst eines in dieser Richtung ausgeübten Schlages oder Stoßes herbeiführen würde, muß nun aber in der Wirklichkeit dadurch wieder aufgehoben werden, weil die Wirkung des Stoßes bei der Fortpflanzung durch die ganze Masse nicht auf seine anfängliche Richtung beschränkt bleibt. Je mehr indessen die Wirkung des Stoßes oder Schlages dieser Bedingung genügt, d. h. je schneller sie sich dem ganzen fortzubewegenden Theile mittheilt, desto mehr muß sich der wahre Erfolg dem hypothe-

tischen näheren. Es ist aber eine bekannte Erfahrung, welche diese Vermuthung und zugleich die vorhin aufgestellte Theorie von der Entstehung des Blätterdurchganges bestätigt, daß nämlich von Krystallen, welche ein ausgezeichnet blättriges Gefüge, zumal einen vorherrschenden Blätterdurchgang besitzen, durch einen raschen Stoß oder Schlag sehr leicht Theile in der Richtung desselben abgesprengt werden können. So zeigen sich ja z. B. Krystalle von Beryll oder Topas so häufig an den Enden nach der Richtung ihres ausgezeichnetsten Blätterdurchganges abgebrochen*).

Die Erscheinung, daß gewöhnlich die Kanten und Ecken krystallisirter Körper höhere Grade der Härte zeigen, als ihre Flächen, erklärt sich ungezwungen aus dem Umstande, daß die Thätigkeit der Cohäsionskraft in diesen nur nach einer, in jenen aber zugleich nach zwei oder drei und mehren Richtungen sich schließt oder einseitig, bloß nach innen gerichtet wird. Hiermit scheint auch die häufig beobachtete größere Tendenz sich krystallisirender Körper zusammen zu hängen, Kanten und Ecken eher als Flächen vollkommen scharf auszubilden. Die Krystallfläche ist das Werk einer einfachen Thätigkeit der Cohäsionskraft, welche im ganzen Bereiche derselben vollkommen gleichförmig die lothrechte Richtung gegen sie verfolgen müsste, um sie vollkommen eben werden zu lassen. An den Kanten treten zwei, an den Ecken drei und mehre Wirkungen dieser Kraft zur Bildung der äußeren Grenze zusammen, und ihre schärfere Beziehung zu einander in einem kleineren Raume muß ihnen größere Bestimmtheit geben.

Daß kleine Krystallindividuen sich regelmäßiger, schärfer und in jeder Hinsicht vollkommener ausgebildet zeigen, als größere, ist wol natürlich, da die Cohäsionskraft ihre festen Rich-

*) Wir halten es, auch ohne den Versuch gemacht zu haben, für sehr wahrscheinlich, daß sich aus einem Krystall, der an entgegengesetzten Enden unterstützt wird und in der Mitte hohl liegt, durch einen raschen Schlag in der Richtung eines vertical gestellten Blätterdurchganges leichter als in jeder anderen Richtung ein Stück muß herausschlagen lassen, welches durch zwei parallele Ebenen dieses Blätterdurchganges zur Seite begrenzt wird. Vergl. §. 50. S. 194.

tungen leichter in kleinen als großen Massen mit gänzlichem Parallelismus muß beibehalten können. Sie muß leichter kleine als große Massen ihren durchgreifenden Thätigkeiten in bestimmten Richtungen unterwerfen.

Wenn leicht krystallisirbare Salze in gleichartigen, gesättigten Auflösungen abgestoßene Kanten und Ecken wieder ersetzen, so liegt darin der Beweis, daß die Richtungen der Cohäsionskraft in den neu aufgelagerten, erstarrenden Theilen sich den gleichartigen Richtungen dieser Kraft in dem bereits vorhandenen Krystall vollkommen genau anschließen. Die unregelmäßigen Unterbrechungen in dem ganzen Systeme der Thätigkeiten der Cohäsionskraft werden dadurch wieder ausgeglichen. Dasselbe folgt auch schon daraus, weil das Wachsthum des ersten Krystalls fast nur in dem Anlegen paralleler Schichten auf seine Flächen besteht.

Daß krystallinische Massen den Typus der Flüssigkeit, d. h. im Allgemeinen sphäroidische Gestalt, beibehalten, scheint meistens dann der Fall zu sein, wenn der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand zu schnell erfolgt, als daß die gleichartigen Axen der Cohäsionskraft sich durch die ganze Masse in genauen Parallelismus stellen könnten. An der Oberfläche des Sphäroids kann sich alsdann die Tendenz zur krystallinischen, geradflächigen Begrenzung am freiesten, obgleich nur auf kleinere Felder beschränkt, äußern. Man findet daher gemeiniglich die Oberfläche krystallinischer Sphäroide aus mehr und weniger bestimmten eckigen Krystallformen zusammengesetzt.

In der Regel, vielleicht immer, findet sich mit dieser äußeren Gestaltung krystallinischer Massen nach sphärischen Umrissen eine ungefähr gegen das Centrum oder die Axe des Sphäroids, oder rechtwinklig gegen dessen Oberfläche gerichtete strahlige Textur zusammen, und diese wird wieder nicht selten von einer gleichnamigen, also selbst strahligen und von einer concentrisch schaligen, krystallinischen Absonderung begleitet. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß hiezu der Umstand die Veranlassung giebt, weil schon in der flüssigen Masse vor dem Erstarren der einseitige Zug der Cohäsionskraft von der Oberfläche unter rechten Winkeln gegen das Innere gerichtet ist. In dieser Richtung bildet sich also zuerst eine feste Axe der Cohäsions-

kraft beim Erstarren aus. Und indem zu gleicher Zeit von mehren Stellen der Oberfläche aus so gerichtete Thätigkeiten der Cohäsionskraft anheben, welche alle ungefähr gegen die Mitte hin zusammenlaufen, so ist in der ganzen Masse zu gleicher Zeit ein Streben nach der Ausbildung unzählig vieler Individuen, welche alle, bei der einfachsten Annahme einer dreifachen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei einander rechtwinklig kreuzenden Richtungen, wenn sie sich nicht gegenseitig beschränkten, rechtwinklig vierseitige Prismen werden würden, deren längere Axe gegen die Mitte gerichtet wäre. Weil sich aber benachbarte Individuen, die man sich wenigstens noch während des Entstehens als isolirt denken kann, gegenseitig an der freien Ausbildung verhindern, so muß jedes einzelne, welches man sich von den übrigen abgesondert vorstellen mag, die Gestalt einer vierseitigen Pyramide anzunehmen streben, deren Spitze gegen das Centrum oder die Axe des Systems gerichtet ist. Man begreift aber leicht, daß das stetige Zusammenwirken aller dieser Bestrebungen die concentrisch strahlige Textur erzeugen muß. Gelingt es nun der Cohäsionskraft, um gewisse mittlere Richtungen solche nach der Mitte zu sich verjüngende, prismatische Theile so zusammen zu halten, daß die in den Axen des Queerschnitts thätigen Kräfte sich wirklich schließen, so entstehen die strahligen Absonderungen in Flächen, welche beinahe senkrecht gegen die Axen des Queerschnitts nach der Mitte hin zusammenlaufen. — Die concentrisch schaligen Absonderungen nach dem perpendiculären Durchschnitt der Strahlen sind Unterbrechungen in den Wirkungen derjenigen Cohäsionskraft, deren Axe in die Längendimension der Strahlen fällt. Ihre Entstehung scheint sich sehr leicht daraus ableiten zu lassen, weil die Erstarrung flüssiger Körper mit der allmähligen Abnahme der Temperatur oder aus anderen physischen Gründen in den meisten Fällen von außen nach innen fortschreiten wird. Sind z. B. die inneren Theile einer Kugel noch flüssig, während die äußeren Schichten schon erstarrt sind, so befinden sie sich noch in einem Zustande größerer Ausdehnung, werden sich folglich beim Erstarren mehr zusammenziehen und von den äußeren Schichten in einzelnen Zwischenräumen ringförmig ablösen müssen, wenn sie nicht in eine innere Spannung gerathen

sollen. — Eine ähnliche Spannung scheint sich wirklich zu erhalten bei den rasch abgekühlten sogenannten Bologneser Fläschchen und spröden Glastropfen. Daher ihr Zerspringen in unzählig viele feine Theilchen, wenn ein Riß in die Oberfläche die erzwungene Spannung nur an einer Stelle unterbricht.

Aehnliche Verhältnisse des krystallinischen Gefüges zu einer zufälligen äußeren Begrenzung, wie die vorhin genannten, welche man gewöhnlich Wirkungen der Krystallisationskraft im Bereiche und unter dem Einflusse der Centralattraction zu nennen pflegt, — so z. B. die Textur krystallinischer Stalaktiten, die Biegungen von Krystallflächen u. dergl. m. lassen sich im Allgemeinen gut genug mit der aufgestellten Erklärung vom Grunde der Krystallisation zusammenreimen. Beschränken wir indessen unsere Erörterungen über solche zufällige und unwesentliche Abänderungen der krystallinischen Bildung auf das Vorliegende, und bemerken nur noch, zu welcher Vorstellung vom Wesen derber oder dichter, fester Massen, welche weder regelmäßige, geradflächige äußere Begrenzung, noch ein regelmäßiges inneres Gefüge wahrnehmen lassen, unsere Hypothese über den Grund der vollkommenen Krystallisation nothwendig zu führen scheint.

Schwerlich bezweifelt wol noch irgend ein Naturforscher, daß es im Wesentlichen eine und dieselbe Kraft, nur unter verschiedenen Modificationen sei, welche dem vollendeten Krystall seine regelmäßige geradflächige Gestalt und innere Structur, und dem dichten festen Körper seine Starrheit und davon abhängigen Eigenschaften giebt. Nach unserer Meinung ist es die (vorherrschende oder) ausschließliche Thätigkeit der Cohäsionskraft in bestimmten, gegen einander feststehenden Richtungen, welche die Starrheit in allen möglichen Formen bewirkt. In dem derben festen Körper bleiben sich aber diese Richtungen nicht durch die ganze Masse hindurch, auch nicht einmal in kleineren Theilen gleich, sondern das System der festen Axen der Cohäsionskraft ist unregelmäßig hin und her verworfen, so daß irgend eine gleichartige Axe, wollte man sie im Zusammenhange verfolgen, auf das Mannigfaltigste geknickt und gebogen erscheinen würde. Es leuchtet ein, daß unter diesen Umständen auch die Structur eben so unregelmäßig verworfen, mithin auch

kein regelmäßiger Blätterdurchgang mehr zu entdecken, sondern jede innere Bruchfläche, wie die Oberfläche des Körpers selbst, vollkommen gesetzlos zu sein scheinen muß.

Belehrender und zugleich die kräftigste Stütze unserer Hypothese über die Bedingungen der Starrheit im Allgemeinen und besonders ihrer vollendetsten Erscheinung, der Krystallisation, ist die Untersuchung des gesetzmäßigen Zusammenhanges unter den verschiedenartigen Krystallgestalten der nämlichen Substanz, welche von den Krystallographen längst nach sehr einfachen Principien zu demselben Systeme gerechnet wurden. Wir verweisen diese Untersuchung in den zweiten, wichtigsten Abschnitt des Werks, und indem wir den Grund für die Entstehung der mannigfaltigsten geradflächigen Körperformen in der beobachteten Krystallenwelt auf sehr einfache Voraussetzungen zurückzuführen uns bemühen werden, welche der Hauptsache nach schon den vorigen Betrachtungen zum Grunde liegen, schärfer aufgefasst aber die Möglichkeit darbieten, alle weiteren Folgerungen der strengen und sicheren Rechnung zu überlassen, glauben wir für die Wahrheit unserer Hypothese die zuverlässigste Gewähr zu geben, welche wenigstens für uns die subjective Ueberzeugung ihrer Richtigkeit erzeugt hat und auch auf die Beachtung oder Prüfung einsichtsvollerer Naturforscher einige bescheidene Ansprüche machen zu dürfen glaubt.

Zweiter Abschnitt.

Genetische Entwickelung des mathematischen Zusammenhanges unter den verschiedenartigen Flächen jedes einzelnen Krystallisationensystems.

§. 53.

Grundzüge des mathematischen Zusammenhanges unter den verschiedenen Formen des nämlichen Krystallisationensystems. — Vier Klassen beobachteter Krystallisationensysteme.

Unter allen Eigenthümlichkeiten krystallisirter Körper ist vielleicht keine merkwürdiger, keine, die seit ihrer Entdeckung das Interesse der Naturforscher lebhafter in Anspruch genommen hat, keine, die eine bündigere Beziehung zu den Grundbedingungen der Krystallisation überhaupt verräth und deßhalb seit jeher mehr geeignet schien, über diese näheren Aufschluß zu geben, keine folglich, deren Erklärung von jeder Hypothese, die den Grund der Krystallisation und der Gesetzheit überhaupt aufzudecken versucht, mit mehr Recht gefordert, oder mit größerer Sicherheit zum Prüfstein ihrer Wahrscheinlichkeit angewandt werden könnte, als die beobachtete strenge Gesetzmäßigkeit in den gegenseitigen Verhältnissen aller derjenigen Flächen, welche möglicher Weise an den Krystallen der nämlichen Substanz vorkommen können. Es ist für den Krystallographen eine ausgemachte Thatsache, daß die Krystallformen jeder chemisch charakterisirten Substanz insgesammt unter einander in dem genauesten mathematischen Zusammenhange stehen, wodurch es möglich wird, aus den erkannten Verhältnissen und der gegenseitigen Lage gewisser Flächen zu einander nach sehr einfachen Principien die Lage und gegenseitige Neigung aller anderen zu bestimmen, welche mit jenen combinirt oder auch für sich allein an den Krystallen dieser Substanz wahrgenommen werden.

Dieser gesetzmäßige Zusammenhang unter den Krystallfor-

men derselben Mineralspecies beschränkt sich jedoch lediglich auf die gegenseitige Neigung ihrer Außenflächen, und erstreckt sich keineswegs auch etwa auf die relative Größe derselben. Diese, so wie die Form der einzelnen Krystallfläche, erscheint immer als bedingt durch die Anordnung der ganzen Masse, durch die Combination mit anderen, worin sie vorkommt, und durch ihre Neigung gegen dieselben. Nur diese Verhältnisse der Neigung bleiben sich gleich, unabhängig von den Dimensionen des Krystallkörpers, und sind folglich das Wesentliche, der Charakter jeder Fläche. Ihre Durchschnitte mit anderen, die Entstehung von Kanten und Ecken und die Figur jeder einzelnen Fläche bestimmen sich nach der gegenseitigen Neigung der Flächen zu einander und können sich mit den verschiedenen Verhältnissen ihrer Ausdehnung auf das Mannigfaltigste verändern. Sehen wir nun, nach den Betrachtungen des vorigen Kapitels, jede Krystallfläche als das Product einer Kraft an, welche absolut perpendikulär gegen sie gerichtet ist, und nennen wir diese Richtung die Axe der Fläche; so ist klar, daß nur die Neigung der Axen des Krystallkörpers zu einander, nach welchen die Cohäsionskraft stetig in demselben wirkt, nicht aber die relative Länge dieser Axen ein bestimmtes, feststehendes Gesetz befolgt. Es stimmt aber durchaus mit dem schon früher von uns aufgestellten Begriffe der Cohäsionskraft überein, daß ihre Stärke nicht gemessen oder auch nur verändert werden kann durch die Dimensionen des Körpers, in welchem sie thätig ist.

Alle Krystallformen der nämlichen Mineralspecies, die sich nach bestimmten, und zwar sehr einfachen Regeln aus einander ableiten lassen, werden nun bekanntlich zu demselben Krystallisationensysteme gerechnet. Die Axen aller möglichen Flächen des nämlichen Krystallisationensystems haben also gleichfalls hinsichtlich ihrer Richtung gegen einander einen festen, mathematisch bestimmbaren Zusammenhang unter sich, und es ist zu zeigen, nach welchen Gesetzen die Wirkungen der Cohäsionskraft nach allen diesen Axen unter einander zusammenhängen.

Vorläufig treten wir den Bestimmungen derjenigen Krystallographen bei, welche alle beobachteten Krystallisationensysteme in vier verschiedene (nicht weiter auf einander zurückzuführende) Klassen oder Gattungen eingetheilt haben, deren

Grundcharakter sich in der gewählten Grundform ausspricht. Diese war an sich willkürlich; daher die Verschiedenheiten in der Bestimmung der Grundformen für die verschiedenen Klassen von Krystallisationensystemen bei verschiedenen Bearbeitern der Krystallographie. Jeder wählte diese Grundformen so, wie sie die größte Leichtigkeit versprachen, nach seiner Darstellung die secundären Krystallgestalten aus ihnen ableiten zu können. Das Wesentliche im Charakter der angenommenen vier verschiedenen Arten der Grundformen stimmt indessen, wie eine leichte Vergleichung zeigt, bei allen Krystallographen dieser Abtheilung überein. Wir folgen der Terminologie unseres hochverehrten Lehrers Hausmann, und verweisen wegen der Synonyma auf dessen Handbuch der Mineralogie, zweite Ausgabe. Göttingen 1828. I. Th.

Alle Arten von Krystallisationensystemen zerfallen hiernach in folgende vier Abtheilungen:

1. das isometrische, als dessen Grundform das reguläre Oktaeder (oder der Würfel) angenommen wird;
2. die monodimetrischen, deren Grundformen Oktaeder mit quadratischer Basis, spitze oder stumpfe Quadratoktaeder;
3. die trimetrischen, deren Grundformen Oktaeder mit rautenförmiger Basis, Rhombenoktaeder; und endlich
4. die monotrimetrischen, deren Grundformen, in vollzähliger Combination der Flächen, Bipyramidaldodekaeder, in halber Combination der abwechselnden Flächen, Rhomboeder sind.

Denkt man sich diese verschiedenen Grundformen vollkommen symmetrisch ausgebildet, so daß alle Flächen derselben gleiche Ausdehnung bekommen, und nennt man diejenigen geraden Linien, welche gegenüberliegende Ecken dieser Körper verbinden, ihre Axen; so stimmen die Grundformen der drei zuerst genannten Klassen von Krystallisationensystemen darin überein, daß ihnen drei solche Axen, die einander unter rechten Winkeln kreuzen, eigen sind. Diese drei Axen besitzen bei der Grundform des isometrischen Systems oder dem regulären Oktaeder gleiche Länge; bei den Grundformen der monodimetrischen Systeme, den Quadratoktaedern, sind die beiden Axen,

welche in der Grundfläche liegen, gleich lang und nur die dritte ist von ihnen verschieden (länger bei den spitzen und kürzer bei den stumpfen); bei den Grundformen der trimetrischen Systeme oder den Rhombenoktaedern haben dagegen alle drei Axen verschiedene Länge. Die Bipyramidaldodekaeder als vollständige Grundformen der monotrimetrischen Krystallisationssysteme besitzen dagegen vier Axen, von denen drei, in der nämlichen Ebene liegend, einander unter Winkeln von 60° kreuzen und gleich lang sind, die vierte aber senkrecht auf dieser Ebene steht und in der Regel länger oder kürzer ist, als die drei erst genannten Axen.

Die angenommene Symmetrie dieser Grundformen, welche in der Wirklichkeit selten oder nie angetroffen wird, soll nur dazu dienen, um bestimmte Verhältnisse sowohl für die gegenseitige Lage ihrer eigenen Flächen, als auch für die Lage aller anderen, aus der Grundform mathematisch abgeleiteten Flächen gegen diese und gegen einander festsetzen zu können.

Der bestimmte Zusammenhang unter den Krystallflächen desselben Systemes besteht nun darin, daß sich die Lage secundärer Flächen gegen die Flächen oder die Kanten oder die Ecken der Grundform (mithin auch gegen einander) aus den bekannten Verhältnissen unter den Axen derselben mathematisch ableiten lässt. Diese Ableitung kann auf folgende Weise geschehen. Entweder die secundäre Krystallfläche erscheint senkrecht gerichtet gegen eine von den Axen der Grundform *); oder sie steht perpendiculär auf einer Ebene, welche durch zwei Axen der Grundform gelegt wird, und ihre Neigung bestimmt sich dadurch, entweder daß sie zugleich durch die Endpunkte dieser beiden Axen in ihren ursprünglichen Dimensions-Verhältnissen geht**), oder daß man zuvor ein Glied oder beide Glieder dieses Verhältnisses ihrer Dimensionen mit ganzen Zahlen, und zwar in der Regel mit ziemlich kleinen ganzen Zahlen, multiplicirt haben muß, um die Fläche gegen die Enden gerader Linien zu neigen, welche, in den Richtungen jener Axen gezogen, diesen abgeleiteten Verhältnissen entsprechende Längen besitzen;

*) Hausmann's äußere Grenzflächen der Kantenzonen.

**) Desselben innere Grenzflächen der Kantenzonen.

oder endlich, man muß die Ebene der Kryſtallfläche zugleich durch die Endpunkte von drei geraden Linien legen, welche einander in den Richtungen von drei Axen der Grundform ſchneiden, ſei es nun, daß man zuvor nur ein Glied, oder zwei oder alle drei Glieder des Verhältniſſes, worin die urſprünglichen Längen derſelben zu einander ſtehen, mit ganzen, und zwar wiederum gewöhnlich mit ziemlich kleinen ganzen Zahlen multiplicirt haben müſſe, um die Endpunkte verhältnißmäßiger Längenabſchnitte in ihren Richtungen als die Stützpunkte der Kryſtallfläche annehmen zu dürfen*).

Aus dieſer Abhängigkeit der Lage abgeleiteter Kryſtallflächen von den Dimenſionen der Grundform des Syſtems entſpringt für gewiſſe Inbegriffe ſolcher Flächen die Beziehung, daß ſie mit einander combinirt parallele Kanten bilden, folglich insgeſammt durch eine und dieſelbe Ebene lothrecht geſchnitten werden können. Alle Flächen des nämlichen Kryſtalliſationenſyſtems, welche dieſe Eigenſchaft beſitzen, werden zu der nämlichen Zone gerechnet, und die Ebene, welche ſämmtliche Flächen einer Zone rechtwinklig ſchneidet, heißt die Normalebene dieſer Zone. Nimmt man in der Normalebene irgend einer Zone gewiſſe gerade Linien an, welche bei ſymmetriſcher Ausbildung derſelben diagonal gegenüberſtehende Ecken der Figur verbinden (übrigens aber zu der Grundform des Syſtems eine nothwendige Beziehung haben) Normalaxen, und giebt man die Neigung einer Fläche dieſer Zone, welche nicht ſenkrecht auf einer ſolchen Axe ſteht, durch das Verhältniß des Sinus zum Cosinus desjenigen Winkels an, welchen ſie mit der Normalaxe einſchließt — ihr Neigungsverhältniß —; ſo findet ſich, daß die Neigungsverhältniſſe aller anderen Flächen der nämlichen Zone, welche auf dieſelbe Normalaxe bezogen werden, Multiplen der Glieder jenes erſten Neigungsverhältniſſes ſind**). Es iſt offenbar nur ein veränderter Ausdruck,

*) Ließe man im letzten Falle den drei Axen ihre urſprünglichen Dimenſionsverhältniſſe, ſo würden die gegen ihre Enden gelehnten Ebenen nichts anderes als die Primärflächen der Grundform werden.

**) Vergl. Hausmann's Handbuch der Mineralogie. 2te Ausgabe. I. Th. §. 99.

wenn wir das Verhältniß, worin der Sinus zum Cosinus der Neigung einer Fläche gegen eine Normalaxe steht, in der Folge die Tangente ihrer Neigung oder ihre Neigungstangente nennen. Die Neigungstangenten verschiedener Flächen der nämlichen Zone, welche demselben Krystallisationensysteme angehören, lassen sich folglich dadurch aus einander ableiten, daß man die eine mit einer ganzen oder gebrochenen, aber stets rationalen, und meist sehr kleinen Zahl multiplicirt, um die andere zu erhalten.

§. 54.

Die Voraussetzungen, aus denen dieser mathematische Zusammenhang unter den Krystallformen des nämlichen Systems erklärt werden soll, wenn dasselbe zu einer der vier angegebenen Abtheilungen gehört. — Die Gesetze, wonach sich die gleichzeitigen Wirkungen der Cohäsionskraft in bestimmten Richtungen zu mittleren vereinigen.

Mit diesen wenigen Umrissen glauben wir im Wesentlichen die Gesetze angegeben zu haben, welche die mannigfaltigen Krystallgestalten, die zu demselben Systeme gehören, als ein sehr enges und bestimmtes Band zusammenhalten. Im Verfolge der Untersuchungen werden sich dieselben an besonderen Beispielen noch klarer und anschaulicher entwickeln lassen.

Der Zweck aller ferneren Untersuchungen dieses Abschnitts ist nun, zu zeigen,

daß alle möglichen Krystallgestalten, welche nach den angegebenen Gesetzen unter einander zusammenhängen, oder zu dem nämlichen Systeme gehören, aus den ursprünglichen und gleichzeitigen Wirkungen der Cohäsionskraft entweder nur in drei oder in vier bestimmten Richtungen entspringen;

daß alle abgeleiteten Formen des nämlichen Krystallisationensystems aus der Zusammensetzung dieser ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft hervorgehen, und daß diese Zusammensetzung vollkommen ähnliche Gesetze befolgt, wie die Zusammensetzung aller

bekannten mechanischen Naturkräfte, deren Richtungen unter hohlen Winkeln zusammenstoßen;

daß endlich die vier verschiedenen Klassen von Krystallisationensystemen aus folgenden vier Annahmen herzuleiten sind:

1. das isometrische, aus der Annahme einer gleichzeitigen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei einander rechtwinklig kreuzenden Richtungen, so daß die Stärke dieser Wirkungen in allen drei Axen vollkommen gleich ist;
2. die monodimetrischen, und
3. die trimetrischen, ebenfalls aus der Annahme einer gleichzeitigen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei, unter rechten Winkeln mit einander verbundenen Axen, so jedoch, daß die Wirkungen dieser Kraft bei jenen nur in zwei Axen gleiche, in der dritten Axe aber davon verschiedene, bei diesen aber in allen drei Richtungen verschiedene Stärke besitzen; endlich
4. die monotrimetrischen, aus der Annahme einer gleichzeitigen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach vier verschiedenen Richtungen, von denen drei, in derselben Ebene liegend, einander unter Winkeln von 60° kreuzen, von der vierten aber absolut senkrecht geschnitten werden, und zwar in der Voraussetzung, daß die Wirksamkeit dieser Kraft in den drei erst genannten Axen gleich stark sei.

Schon die Betrachtungen des vorigen Kapitels beruheten zum Theil auf der Voraussetzung, daß die Wirkungen der Cohäsionskraft einer ähnlichen Vereinigung oder Zusammensetzung fähig seien, wie bewegende Kräfte. Diese Voraussetzung wird um so eher gerechtfertigt sein, wenn es uns gelingt, außer den Folgerungen, welche schon früher aus ihr abgeleitet wurden, auf dieselbe auch die Entstehung der secundären Krystallgestal-

ten eines jeden Systems zurückzuführen. Zu dem Ende sind ihr noch folgende nähere Bestimmungen hinzuzufügen.

Werden zwei bestimmte, unter einem hohlen Winkel verbundene Richtungen der Cohäsionskraft durch gerade Linien, und die relative Stärke dieser Kraft in beiden Richtungen durch verhältnißmäßige Abschnitte derselben ausgedrückt, so giebt die aus dem Durchschnittspunkte gezogene Diagonale eines Parallelogramms, welches in derselben Ebene, worin jene beiden geraden Linien liegen, aus diesen und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel construirt wird, die Richtung der mittleren Kraft an, welche aus der Zusammensetzung der beiden angenommenen Thätigkeiten der Cohäsionskraft entspringt.

Da sich in dem Durchschnittspunkte beider Richtungen Wechselwirkungen der Cohäsionskraft kreuzen, welche also von ihm aus in den geraden Linien, wodurch ihre Richtungen ausgedrückt werden, nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind; so muß die eben beschriebene Construction mit völliger Congruenz auch zwischen den rückwärts über ihren Durchschnittspunkt hinaus verlängerten geraden Linien wiederholt werden, um ein vollständiges Bild von der Wirksamkeit der Cohäsionskraft in den drei angegebenen Richtungen zu erhalten. Sollten z. B. die Wirkungen der Cohäsionskraft in zwei verschiedenen Richtungen, K und K', der Richtung und Stärke nach durch die geraden Linien (tab. I. fig. 1.) CA und CB, und die ihnen gleichen Verlängerungen CA' und CB', dargestellt werden, so würde die Diagonale der beiden congruenten Parallelogramme AB und A'B', nämlich MM' die Richtung der aus ihnen entspringenden mittleren Thätigkeit der Cohäsionskraft bezeichnen.

Es scheint fast nothwendig, daß die verhältnißmäßige Länge dieser Diagonale zugleich die verhältnißmäßige Stärke der in ihre Richtung fallenden mittleren Kraft ausdrücke. Ohne Zweifel würde dieses auch der Fall sein, wenn die Cohäsionskräfte in den beiden Seitenaxen jemals in der Wirklichkeit bloß diese eine Combination eingehen könnten. Aber man begreift leicht,

daß die Wechselwirkungen der Cohäsionskraft, welche in den Richtungen AA' und BB' hin- und hergehen, zu gleicher Zeit noch einer zweiten Zusammensetzung zu einer mittleren fähig sind, welche mit demselben Rechte, wie jene erste, als die Vereinigung der beiden Seitenkräfte anzusehen wäre. So gut nämlich und nach demselben Gesetze, wie aus dem Zusammenwirken der Cohäsionskraft in den Richtungen AC und BC von der einen, und A'C und B'C von der anderen Seite her die mittlere Wechselthätigkeit MM' entspringt; ebenso aus der Combination dieser Kraftäußerungen in den Richtungen AC und B'C auf der einen, BC und A'C auf der anderen Seite die mittlere Kraft nach der Axe DD'. Noch mehr: zugegeben einmal das Gesetz, nach welchem aus den ursprünglichen Thätigkeiten der Cohäsionskraft in den Axen AA' und BB' die mittlere in der Richtung MM' entspringt, so darf man sich gar nicht mehr der Vorstellung entziehen, daß gleichzeitig die Zusammensetzung jener beiden ursprünglichen Kräfte auch die zweite mittlere Wirkung nach der Axe DD' erzeugt.

Nun ist aber einleuchtend, daß diese gleichzeitige Mitwirkung jeder einzelnen Axenthätigkeit der Cohäsionskraft zu zwei verschiedenen mittleren Kräften auf die relative Stärke der letzteren nothwendig einen Einfluß haben muß — und höchst wahrscheinlich, daß diese relative Stärke geringer werden muß, als sie durch die Länge der in der Construction hervortretenden Diagonalen MC und DC im Verhältniß zu AC und BC unmittelbar angegeben werden würde, weil man sich die gleichzeitige Mitwirkung der besonderen ursprünglichen Kraft zur Erzeugung von zwei verschiedenen mittleren Kräften als eine Zertheilung ihrer Stärke zu denken genöthigt ist. Hierzu kommt, daß in dem wirklichen Krystall wenigstens drei Axen der Cohäsionskraft vorhanden sein müssen, welche nicht in derselben Ebene liegen. Jede Axenthätigkeit ist folglich, bei einer Combination zu zwei, mindestens einer doppelten Verbindung mit zwei anderen fähig; sie erzeugt mit jeder von diesen zwei mittlere, hat also auf diese Weise einen gleichzeitigen Antheil wenigstens an vier verschiedenen zusammengesetzten oder mittleren Wirkungen.

Für die nachfolgenden Untersuchungen ist es nun keineswegs vonnöthen, das bestimmte Verhältniß zu kennen, worin

die Stärke jeder mittleren oder zusammengesetzten Wirkung der Cohäsionskraft zu den ursprünglichen Arenthätigkeiten derselben steht. Wir sparen uns daher die Untersuchung dieser Verhältnisse, welche zuverlässig schon durch die angeführten, in besonderen Voraussetzungen sich noch mehr verwickelnden Umstände abgeändert werden, für eine andere Zeit auf. Was den Zweck der gegenwärtigen Arbeit anbetrifft, so genügt es, dem schon oben ausgesprochenen Gesetze über die Zusammensetzung von zwei bestimmt gerichteten Thätigkeiten der Cohäsionskraft, für welche das Verhältniß der Stärke bekannt ist, noch folgende ergänzende Bestimmung hinzuzufügen:

durch die Länge der beiden Diagonalen, welche in der angeführten Construction die Richtung der beiden mittleren Kräfte ausdrücken, die aus der Zusammensetzung von zwei verschiedenen Arenthätigkeiten der Cohäsionskraft hervorgehen, wird zugleich das Verhältniß der Stärke dieser mittleren Kräfte zu einander angegeben.

Nennen wir also z. B. die mittleren Kräfte, welche in der vorigen Figur in die Richtung der Diagonalen MC und DC fallen, m und d*), so ist

$$m : d = MC : DC = MM' : DD'.$$

Wir bezweifeln schon aus dem Grunde, weil wir dieses Gesetz für richtig erkannt haben, auf keine Weise, daß auch die Verhältnisse von m und d zu K und K' Functionen der Längen CM und CD in Vergleichung mit CA und CB sind; aber wir sind keineswegs geneigt zu glauben, die Längen CM und CD geben unmittelbar und unverändert durch CA oder CB gemessen diese Verhältnisse an.

Den Beweis für die Richtigkeit des eben ausgesprochenen,

*) Wir wollen in den Figuren die in Bezug auf den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt von zwei oder mehren Aren der Cohäsionskraft einander entgegengerichteten Wirkungen derselben auf entgegengesetzten Seiten dieses Punktes, andeutungsweise, durch die Vorzeichen + und — bezeichnen, so daß man z. E. $K = \pm K$ oder $m = \pm m$ lesen könnte.

so wie des vorigen Gesetzes muß die Uebereinstimmung aller folgerecht daraus hergeleiteten Angaben mit der beobachteten Gesetzmäßigkeit im Zusammenhange der Krystallformen liefern. Beide Gesetze sind eigentlich das Ergebniß aller weiterhin auszuführenden Untersuchungen; die Vertauschung des analytischen mit dem synthetischen Wege der Darstellung wird indessen schon durch die größere Leichtigkeit des letzteren entschuldigt werden. Daß aber in der That das angegebene Verhältniß der Stärke unter den mittleren Kräften m und d Statt finde, ergiebt sich aus ihrer ferneren Zusammensetzung, deren wir natürlich diese eben so gut, wie die ursprünglichen Kräfte K und K', fähig halten müssen. Die Lösung des ganzen Problems der Entwickelung des mathematischen Zusammenhanges unter den verschiedenartigen Krystallformen des nämlichen Systems beruht nun auf der wiederholten Anwendung der beiden dargestellten Gesetze auf sich selbst.

Man könnte vielleicht die Frage aufwerfen, ob nicht bei der gleichzeitigen Mitwirkung der Cohäsionskraft in einer bestimmten Axe zur Erzeugung von zwei mittleren Kräften auf entgegengesetzten Seiten von ihr in der Vertheilung ihrer Stärke nach der einen und anderen Seite hin jedes willkürliche Verhältniß eintreten könne, wenn nur immer die Summe beider Theile ihrer ursprünglichen Intensität gleich bliebe? Es scheint uns, als ob diese Vorstellung schon dem Begriffe einer bestimmten Kraftäußerung in relativ fester, gleichbleibender Richtung und von unveränderlicher Stärke im Verhältniß gegen andere gleichartige, aber anders gerichtete geradezu zuwider liefe, zumal da es hier durchaus dieselbe verwandte Kraftäußerung ist, nur in entgegengerichteter Wechselwirkung zu beiden Seiten von der ersten gedacht, mit welcher diese eine doppelte Combination eingehen soll. Wollte man indessen der Verneinung jener Frage auch nicht unbedingt axiomatische Evidenz einräumen, so würde die Erfahrung, giebt man nur die übrigen Sätze zu, entschieden zu der Annahme zwingen, daß die Thätigkeiten der Cohäsionskraft in verschieden gerichteten Axen bei der Combination zu mittleren Kräften nach allen Seiten rund um diese Axen herum nur in dem einmal feststehenden, unabänderlichen Verhältniß ihrer Stärke zusammentreten.

Wir erweitern die vorstehenden Betrachtungen nur noch für den Fall, daß sich drei ursprüngliche Thätigkeiten der Cohäsionskraft in drei verschieden gerichteten Axen, welche nicht in derselben Ebene liegen, vorausgesetzt, daß das Verhältniß ihrer Stärke bekannt sei, zu einer einzigen mittleren zusammensetzen. Die Wiederholung der nämlichen Schlüsse führt alsdann sehr leicht zur Beurtheilung des Erfolgs, welchen das gleichzeitige Zusammenwirken von vier, fünf und mehren, als ursprünglich zu betrachtenden Thätigkeiten der Cohäsionskraft nach verschiedenen Richtungen im Raume haben muß. Es wird sich darauf das Gesetz, wonach sich überhaupt mehre verschiedene Axenthätigkeiten dieser Kraft zu mittleren vereinigen, ganz allgemein aussprechen lassen.

Stellt man sich also vor, in den Richtungen der drei geraden Linien (tab. I. fig. 2.) AC, BC und EC, welche nicht in dieselbe Ebene fallen, durchkreuzten einander die drei Wechselwirkungen der Cohäsionskraft K, K′ und K″, deren relative Stärke durch die Abschnitte AC, BC und EC gemessen werden soll, also $K : K' : K'' = AC : BC : EC$; so fassen wir vorerst wiederum nur ihre Combination nach einer Seite ins Auge, und nehmen zu dem Ende an, diese Vereinigung befolgte durchaus die nämlichen Gesetze, wie die Zusammensetzung bewegender Kräfte, welche der Lage und Stärke nach durch eben diese Linien ausgedrückt werden könnten. Hiernach würde aus der Vereinigung von K und K′ eine mittlere Kraft entspringen — wir wollen sie m nennen — welche in die Ebene BCA fallend, der Richtung und Stärke nach durch die Diagonale DC des Parallelogramms DBCA ausgedrückt würde. Auf gleiche Weise würde die mittlere Kraft zwischen K und K″ durch die Diagonale FC und zwischen K′ und K″ durch die Diagonale GC der Richtung und Stärke nach dargestellt werden*). Für die dritte Kraft K″ ist nun die Gesammtwirkung der beiden erstgenannten Kräfte K und K′ ganz dieselbe, wie die einer einzigen Kraft m, welche im Verhältniß zu ihr der Richtung und Stärke nach durch die Linie DC ausgedrückt würde. Nach denselben Gesetzen also, welche schon die erste Combination be-

*) Beide Linien, FC und GC, sind in der Figur nicht ausgezogen, um dieselbe nicht unnöthiger Weise mit Linien zu überfüllen.

folgte, entspränge aus der Vereinigung der Kräfte m und K', oder K, K' und K'', eine mittlere Kraft, wir nennen sie P, welche der Richtung und Stärke nach durch die gerade Linie MC vorgestellt würde. Diese erscheint als die Diagonale eines Parallelepipedums, welches aus den drei anfänglichen geraden Linien AC, BC und EC, wodurch die Lage und relative Stärke der drei Kräfte K, K' und K'' angegeben werden sollte, und den von ihnen eingeschlossenen, ebenen und körperlichen Winkeln gebildet ist.

Könnten wir die Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ausschließlich in der einseitigen Beschäftigung nach den Richtungen AC, BC und EC annehmen; so würden wir unbedingt die vorigen Schlüsse, welche den Gesetzen über die Zusammensetzung mechanischer Kräfte entlehnt sind, in ihrer ganzen Ausdehnung auch von den Wirkungen der Cohäsionskraft gelten lassen. Wegen der nothwendigen Vorstellung einer wechselsweisen Thätigkeit dieser letzteren Kraft würden wir bloß noch verlangen, daß dieselbe Construction zwischen den rückwärts über ihren gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt hinaus fortgeführten Verlängerungen der Linien AC, BC und EC noch zum zweiten Male mit völliger Congruenz wiederholt würde, so daß die durch das zweite Parallelepipedum G'A' fortgesetzte Diagonale MM' das vollständige Bild der mittleren Axenthätigkeit der Cohäsionskraft angäbe. Aus weiterhin anzuführenden Gründen beschränken wir uns aber vorläufig darauf, zu behaupten, daß die mittlere Kraft P, welche aus dem gleichzeitigen Zusammenwirken der Cohäsionskraft in den Axen AC, BC und EC entspringt, wenn das Verhältniß der Stärke dieser drei Thätigkeiten durch die Länge eben dieser Linien dargestellt wird, bei der angegebenen Combination nothwendig in die Richtung der Diagonale MM' fallen müsse.

So weit ist das ausgesprochene Gesetz auch schon eine nothwendige Folge des vorhin für die Zusammensetzung von zwei verschieden gerichteten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft aufgestellten. Da nämlich diesem zufolge die mittlere Kraft zwischen K und K' in die Richtung der Diagonale DC, und ihre Combination mit K'' wieder in die Ebene DCE, desgleichen die mittlere Kraft zwischen K und K'' in die Richtung FC, und

deren Combination mit K′ in die Ebene FCB, endlich aber auch die mittlere Kraft zwischen K′ und K″ in die Richtung GC, und deren Combination mit K in die Ebene GCA fallen muß; so kann möglicher Weise die mittlere Kraft zwischen den gleichzeitig combinirten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft K, K′ und K″ nur in dem gemeinschaftlichen Durchschnitt der drei Ebenen DCE, FCB und GCA, d. h. in der Diagonale MC liegen.

Erwägt man nun aber wieder, daß man sich die Zusammensetzung der drei Kräfte K, K′ und K″ nach dieser einen Seite gar nicht denken dürfe, ohne zugleich einzuräumen, daß dieselben, durch vollkommen analoge Zusammensetzung, gleichzeitig auch noch die zweite, dritte und vierte mittlere Wirkung P′, P″ und P‴ nach den in der Figur durch NN′, QQ′ und RR′ bezeichneten Axen hervorbringen müssen; so überzeugt man sich leicht, daß die Längen dieser vier Axen MM′, NN′, QQ′ und RR′ im Verhältniß zu den angenommenen Längen AA′, BB′ und EE′ nicht unmittelbar das Maß für die Stärke der vier mittleren Kräfte P, P′, P″ und P‴ im Verhältniß zu den ursprünglichen Kräften K, K′ und K″ angeben können. Die gleichzeitige Beschäftigung dieser letzteren nach vier Seiten erlaubt ihnen nicht, ihre volle Intensität zur Erzeugung jeder einzelnen mittleren zu verwenden. Diese Annahme wäre aber nöthig, um das Verhältniß der Linien MM′, NN′, QQ′ und RR′ zu AA′, BB′ und EE′ (oder das Verhältniß ihrer Hälften) für das Verhältniß der Kräfte P, P′, P″ und P‴ zu K, K′ und K″ an die Stelle setzen zu dürfen.

Inzwischen dient doch das Verhältniß unter den Längen jener Diagonalen, welche die Richtungen der mittleren Kräfte angeben, wenigstens wieder dazu, um das Verhältniß der Stärke, dieser auf gleiche Weise und aus denselben ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft entsprungenen mittleren Wirkungen gegen einander auszudrücken. Wir setzen also P : P′ : P″ : P‴ = MM′ : NN′ : QQ′ : RR′ = MC : NC : QC : RC.

Es würde uns zu weit, und im Wesentlichen doch zu keinen neuen Erörterungen führen, wollten wir ähnliche Betrachtungen auch für die Fälle wiederholen, wo man vier, fünf und mehr verschieden gerichtete, als ursprünglich angesehene Axen-

thätigkeiten der Cohäsionskraft annähme, um den Erfolg ihrer Zusammensetzungen zu bestimmen. Statt dessen glauben wir jetzt das Gesetz, welches wir als die Grundlage der nachfolgenden Schlüsse und Rechnungen für die Zusammensetzungen bestimmt gerichteter Wirkungen der Cohäsionskraft annehmen, allgemein folgendermaßen aussprechen zu dürfen.

Werden zwei, drei oder mehr bestimmt gerichtete und als ursprünglich zu betrachtende Thätigkeiten der Cohäsionskraft durch gerade Linien, in ihren eigenen Richtungen gezogen, und die Stärke derselben durch verhältnißmäßige Abschnitte dieser Linien (von ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte an gerechnet) dargestellt; so findet man die Richtung der aus ihrer Combination entspringenden mittleren Kräfte durch dieselben Constructionen, wodurch man die Richtung und Stärke der aus der Zusammensetzung bewegender Kräfte hervorgehenden mittleren Kräfte bestimmt. Die Längen derjenigen Linien aber, welche bei diesen Constructionen die abgeleiteten oder mittleren Kräfte darstellen, drücken nur das Verhältniß der Stärke dieser abgeleiteten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft gegen einander aus, wofern dieselben aus den nämlichen ursprünglichen Kräften und durch dieselben Combinationen, nur nach verschiedenen Seiten im Raume hin, hervorgegangen sind.

Es ist von selbst klar, daß nur solche mittlere Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, welche aus der vollständigen Combination ursprünglicher Wirkungen dieser Kraft hervorgegangen sind, wenn dieselben auf völlig gleiche Weise, alle zu je zwei, zu je drei, je vier u. s. f. unter einander zusammengesetzt sind, selbst wieder einer ferneren Combination, nach denselben Gesetzen, wie die ersten, fähig gehalten werden dürfen — also nur solche, welche auf der nämlichen Stufe einer analogen Ableitung stehen. Für die Bestimmung der aus ihrer ferneren Zusammensetzung entspringenden mittleren Kräfte nach dem eben ausgesprochenen Gesetze reicht es aber offenbar hin, außer ihrer Richtung das gegenseitige Verhältniß ihrer

Stärke zu kennen. In Ansehung ihrer eigenen Zusammensezzung sind sie wieder als ursprüngliche zu betrachten. Solche mittlere Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft aber, welche aus der Combination von je gleich vielen anderen entspringen, die selbst auf der nämlichen Stufe der Ableitung stehen, wollen wir gleichartige nennen.

Ob wir nun gleich durch das voranstehende Gesetz keine feste Bestimmungen über das Verhältniß getroffen haben, in welchem die Stärke der mittleren erzeugten Axenthätigkeit der Cohäsionskraft zu den erzeugenden steht; so legt dasselbe doch diesen Bestimmungen eine nothwendige Beschränkung auf. Da nämlich diese abgeleiteten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft gegen einander dasselbe Verhältniß haben sollen, wie die Längen derjenigen Diagonalen, wodurch in den angegebenen Constructionen ihre Richtungen ausgedrückt werden; so ist es klar, daß die Zahlenwerthe dieser Längen nur noch die Multiplication mit irgend einem constanten Factor (vermuthlich einem echten Bruche), welcher für alle gleichartigen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft derselbe bleiben muß, zulassen oder nöthig haben, um nach dieser Veränderung zugleich auch das wahre Verhältniß zu denjenigen Zahlwerthen auszudrücken, wodurch das Verhältniß der erzeugenden Kraftäußerungen angegeben wird. In der vorigen Bezeichnung ausgesprochen, um $P : P' : P'' : P''' = MC : NC : QC : RC$ setzen zu dürfen, muß $P : K = \frac{1}{x} . MC : AC$ (oder $P : K' = \frac{1}{x} . MC : BC$ u. s. f.), und $P' : K = \frac{1}{x} . NC : AC$, und $P'' : K = \frac{1}{x} . QC : AC$, und $P''' : K = \frac{1}{x} . RC : AC$ sein. Es käme also zur vollständigen Darlegung des Gesetzes, wonach sich bestimmt gerichtete Wirkungen der Cohäsionskraft combiniren, nur noch darauf an, allgemeine Regeln für die Bestimmung des Factors $\frac{1}{x}$ zu entwickeln.

§. 55.

Die für die nachfolgenden Rechnungen gewählte Methode, die Lage von Krystallflächen gegen einander zu bezeichnen.

Erinnern wir nun an die Grundidee unserer Theorie der Krystallbildung, daß jede Krystallfläche als das Product einer Thätigkeit der Cohäsionskraft in lothrechter Richtung ge-

gen sie zu betrachten sei; so wird sich daraus die mit gutem Grunde und dem besten Erfolge für die nachfolgenden Rechnungen gewählte Methode der Darstellung leicht genug ableiten lassen und gewissermaßen von selbst rechtfertigen. — Jeder Punkt im Innern eines Krystalls ist als der Durchschnitt aller derjenigen Richtungen anzusehen, nach welchen die Cohäsionskraft in bestimmten Verhältnissen der Stärke stetig durch den ganzen Körper wirksam ist. Um die Beziehungen dieser Richtungen gegen einander festhalten zu können, lassen wir sie alle von einem und demselben Punkte ausgehen, und bestimmen sie nur noch durch einen zweiten Punkt, in welchem sie die Oberfläche einer Kugel durchschneiden, die mit willkürlichem Radius um jenen Anfangspunkt als Centrum beschrieben ist. Die Lage jeder Krystallfläche wird folglich dadurch gegeben, daß man sie absolut senkrecht gegen den Radius einer Kugel gerichtet zu denken hat, der durch seinen Endpunkt in der Oberfläche dieser Kugel hinreichend bezeichnet wird*). Der Buch-

*) Wenn ein sehr geachteter Krystallograph die Beziehung krystallonomischer Gesetze auf Kreisbogen und deren Zusammenhang für durchaus unverträglich hält mit der Eigenthümlichkeit dieser Gesetze, als welche nur in den Verhältnissen gerader Linien (der Sinus' und Cosinus' der Neigungswinkel) zu suchen seien; so können wir diese Ansicht nicht theilen, indem die Kreisbogen eben nur als Repräsentanten der Neigungswinkel gewisser Krystallflächen gegen gewisse festgelegte Richtungen auftreten sollen; und kein Grund vorhanden ist, weßhalb man nicht die trigonometrischen Functionen dieser Kreisbogen (die ja eben nur Verhältnisse gerader Linien angeben) für die der entsprechenden Winkel an die Stelle setzen dürfte. Vielmehr hoffen wir, daß die gewählte Methode, Krystallgestalten dadurch zu bezeichnen, daß man jede einzelne Fläche auf den Durchschnittspunkt ihrer Axe in der Kugeloberfläche bezieht, auch schon an sich einigen Werth behaupten, und von den rechnenden Krystallographen einiger Aufmerksamkeit gewürdigt werden möge. Denn die zum Theil ziemlich verwickelten Rechnungen der Krystallographie erhalten durch diese Methode, mit Zuziehung der sphärischen Trigonometrie, einen Grad von Einfachheit, den man schwerlich auf andere Weise, am wenigsten durch geradlinige Constructionen zu erreichen im Stande sein möchte. Und selbst für

stabe, welcher neben diesen Punkt gesetzt wird, soll in der Folge ebensowohl zur Bezeichnung der Fläche, welche absolut perpendiculär gegen den zugehörigen Radius gerichtet ist, als auch zur Bezeichnung der Axenthätigkeit der Cohäsionskraft in dieser Richtung gebraucht werden, sofern von dem Verhältniß ihrer Stärke gegen gleichartige die Rede ist.

Man sieht leicht, daß die absoluten Perpendikel aller Flächen, welche zu der nämlichen Zone gehören, wenn sie von demselben Anfangspunkte (dem Mittelpunkte der Kugel) ausgehen, sämmtlich in eine und dieselbe Ebene fallen, daß mithin ihre Durchschnittspunkte mit der Kugeloberfläche alle in einem auf derselben gezogenen größten Kreise liegen, welcher die Normalebene dieser Zone darstellt — wir wollen ihn den Normalkreis dieser Zone nennen.

1. Wird nun in fig. 3. tab. I. die Ebene der Zeichnung für die Normalebene irgend einer Zone, und die Linie ab für die Intersectionslinie irgend einer ihr angehörigen Krystallfläche mit dieser Zone genommen, so daß die Neigung derselben auf die rechtwinklig verbundenen Normalaxen Ca und Cb zu beziehen ist; so fälle man von C aus auf die Linie ab das Loth CP und beschreibe mit ihm (statt jeder anderen Linie) einen Kreis um C. Alsdann vertritt der Punkt P die gegen den Radius CP absolut senkrecht gerichtete Fläche ab, der Kreis APB die Normalebene der Zone, und jeder von den Punkten

die construirende Phantasie scheint sie uns, bei geringer Uebung, weniger Schwierigkeiten zu verursachen, als irgend eine der uns bekannten Methoden, Krystalle zu beschreiben, sofern man bloß die Art der gegenseitigen Neigung von Krystallflächen als das Wesentliche in der Vorstellung aller Krystallformen festhalten will. Den Vorzug hat dieselbe zum Mindesten vor manchen anderen voraus, daß sie, um den Begriff von der Lage einer Krystallfläche gegen andere zu geben, nicht genöthigt ist, Constructionen zu Hülfe zu rufen, welche bald in den Krystallkörper und namentlich die Grundform hinein, bald aus demselben herausgehen müssen. Jede Krystallfläche erscheint durch diese Projection auf die Kugeloberfläche gleich an diejenige Stelle gewiesen, wo wir sie in der Combination mit anderen oder zwischen diesen am Solidum auch wirklich aufzusuchen haben.

A und B eine der Normalaxen Ca und Cb, auf welche die Neigung von ab zu beziehen ist. Diese kann nun ebensowohl durch das Verhältniß des Sinus zum Cosinus des Winkels a, als auch des Winkels b angegeben werden:

$$\frac{\text{sin. a}}{\text{cos. b}} = \frac{\text{Cb}}{\text{Ca}} = \text{tang. a, oder:}$$

$$\frac{\text{sin. b}}{\text{cos. b}} = \frac{\text{Ca}}{\text{Cb}} = \text{tang. b} = \frac{1}{\text{tang. a}}$$

Aus der Construction geht nun aber deutlich hervor, daß W. a = W. PCb und W. b = W. PCa ist, und der W. PCb wird durch den Bogen PB, der W. PCa durch den Bog. PA gemessen. Es ist folglich tang. a = tang. PCb = tang. PB, und tang. b = tang. PCa = tang. PA = $\frac{1}{\text{tang. PB}}$ = cotang. PB. Die Neigung einer Krystallfläche gegen irgend eine Normalaxe wird also durch die trigonometrische Tangente desjenigen Bogens ihres Normalkreises gemessen, welcher zwischen ihr zugehöriges Perpendikel und eine zweite, lothrecht gegen jene erste gerichtete Normalaxe eben dieser Normalebene fällt.

Nehmen wir nun die Fläche P als die Primärfläche der Zone, und tg. PA oder (gleichviel) tg. PB als das primäre Neigungsverhältniß derselben an, so müssen alle abgeleiteten Flächen der nämlichen Zone gegen die eine Normalaxe unter größeren (also gegen die rechtwinklig gegen sie gerichtete Normalaxe unter kleineren) Winkeln geneigt sein, als P. Die Tangenten dieser Winkel sind, den Krystallisationsgesetzen zufolge, durch Multiplication des auf dieselbe Normalaxe bezogenen primären Neigungsverhältnisses mit irgend einem rationalen Factor (der als ganze oder gebrochene Zahl in der Regel nur sehr einfache Verhältnisse angiebt) zu berechnen. Dieser Factor heiße in der Folge der Neigungs-Coefficient der abgeleiteten Fläche.

Werden nun in fig. 4, worin übrigens die Bezeichnung von fig. 3 beibehalten ist, durch die geraden Linien aβ und bα die Intersectionslinien secundärer Flächen der vorhin bezeichneten Zone mit ihrer Normalebene vorgestellt; so muß allgemein tg. β = m. tg. abC und tg. α = n. tg. baC angenommen werden dürfen, unter m und n die rationalen Neigungs-Coefficienten

der Flächen verstanden, welche in diesem Falle, weil die secundären Flächen auf diejenigen Normalaxen bezogen sind, mit denen sie kleinere Winkel als die Primärfläche einschließen, nur echte Brüche sein können. Es ist übrigens klar, daß, tg. β = m. tg. abC gesetzt, tg. βaC = cot. $\beta = \frac{1}{\text{m. tg. abC}} = \frac{1}{\text{m. cot. baC}}$ $= \frac{1}{m}$. tg. baC, und tg. α = n. tg. baC angenommen, tg. αbC $= \frac{1}{n}$. tg. abC sei.

Werden nun von C aus auf die Linien aβ und bα Lothe herabgelassen, Cf und Cd, so geben ihre Durchschnittspunkte mit dem Normalkreise, F und D, die Lage, und die Tangenten der Kreisbogen AF und BD die Neigungsverhältnisse der oben angenommenen secundären Flächen an. Es ist aber tg. FA = tg. aCf = tg. β = m. tg. abC = m. tg. PA (woraus folgt: tg. $FB = \frac{1}{\text{m. tg. PA}} = \frac{1}{m}$. tg. PB), und tg. DB = tg. α = n. tg. baC = n. tg. PB (also auch tg. $DA = \frac{1}{n}$ tg. PA). — Man sieht hieraus, wie die Neigungsverhältnisse aller Flächen sehr leicht in den entsprechenden Functionen solcher Kreisbogen wiedergefunden werden können, welche zwischen die Axe jeder Fläche und eine Normalaxe ihrer Zone fallen.

Der Quadrant AB stellt also den vierten Theil der Normalebene einer Zone vor, welche zwei einander rechtwinklig kreuzende Normalaxen enthält. Die Axe der Primärfläche dieser Zone P zerlegt denselben in zwei Abtheilungen PA und PB, in welchen die Axen aller secundären Flächen des nämlichen Zonentheils eintreffen müssen. Wir werden in der Folge das Neigungsverhältniß jeder secundären Fläche immer durch die Tangente desjenigen Bogens eines ihr zugehörigen Normalkreises angeben, welcher zwischen ihrer eigenen und derjenigen Normalaxe enthalten ist, welche von der Axe der Primärfläche P auf derselben Seite wie sie selbst liegt. Die Neigungs-Coefficienten müssen auf diese Weise immer echte Brüche werden.

2. Die allgemeinste Darstellung der Neigung und Lage einer ebenen Fläche verlangt ihre Beziehung auf drei unter rechten Winkeln mit einander verbundene Coordinaten oder Axen.

Es ist nicht schwer, nach unserer Methode, welche diese drei Axen als Radien in eine Kugel verlegt, die Lage desjenigen Punktes zu finden, in welchem ein absolutes Perpendikel, vom Mittelpunkte der Kugel auf die zu bestimmende Fläche gefällt, die Oberfläche der Kugel durchschneiden muß.

Nehmen wir zu dem Ende an, Ca, Cb und Ce (fig. 5. tab. I.) seien die drei im Raume rechtwinklig gegen einander gesetzten Coordinaten, auf welche die Lage der Ebene abe bezogen werden soll. Um nun zuerst das Loth von C aus auf diese Fläche zu finden, ist die einfachste Construction, daß man von eben diesem Punkte aus auf eine der drei Seiten be, ae oder ab (in der Ebene bCe, aCe oder aCb) ein Loth fällt, also entweder Cg oder Cf oder Cd, vom Endpunkte desselben zur gegenüberstehenden Ecke der dreiseitigen Figur abe, deren Ebene bestimmt werden soll, eine gerade Linie zieht, also entweder ga oder fb oder de, und auf sie vom Punkte C aus in der durch sie und das zugehörige Loth gelegten Ebene abermals ein Perpendikel herabläßt, welches das gewünschte absolute Perpendikel auf die Fläche ist, in der Figur CM. Offenbar müssen sich im Fußpunkte dieses Lothes M die drei geraden Linien ga, fb und de kreuzen.

Wird nun die Länge dieses Lothes CM (statt jeder beliebigen anderen) zum Radius einer um den Punkt C zu beschreibenden Kugeloberfläche genommen, so werden diejenigen Bogen größter Kreise, welche zwischen die Durchschnittspunkte von je zwei Ordinaten fallen, AB, AE und BE, ein sphärisches Dreieck ABE einschließen, dessen Seiten und Winkel insgesammt = 90° sind, welches folglich genau den achten Theil der ganzen Kugeloberfläche ausmacht. Jede Ecke dieses Dreiecks ist der Pol für die gegenüberliegende Seite. Werden nun auch durch den Endpunkt des absoluten Perpendikels M und die drei Ecken des sphärischen Dreiecks A, B und E größte Kreise bis zu den gegenüberliegenden Seiten gezogen, AG, BF und ED, so betragen auch diese jeder 90°. Man sieht aber leicht, daß die Ebenen und Bogen größter Kreise in dieser Figur auf folgende Weise einander entsprechen:

der Ebene aCb der Bogen AB
» » aCe » » AE

der Ebene bCe der Bogen BE
" " aCg " " AG
" " bCf " " BF
" " eCd " " ED

Nun ist $\frac{Ce}{Cb} = tg.\ ebC = tg.\ eCg = tg.\ EG$, und $\frac{Ce}{Ca} = tg.\ eaC = tg.\ eCf = tg.\ EF$. Daraus folgt $Ce : Cb : Ca = Ce : \frac{Ce}{tg.\ EG} : \frac{Ce}{tg.\ EF} = 1 : \frac{1}{tg.\ EG} : \frac{1}{tg.\ EF}$.

Aus dem gegenseitigen Verhältniß der drei Axen Ce, Cb und Ca, gegen deren Enden die Fläche eba oder M gelehnt sein soll, läßt sich also sehr leicht die Größe der Kreisbogen EG und EF, und vermittelst derselben die Lage der Fläche M oder ihrer Axe ableiten, und umgekehrt. Alle Bogen, welche in dem durchaus rechtwinkligen sphärischen Dreieck ABE gezeichnet sind, stehen überhaupt in einem so genauen Zusammenhange unter einander, daß je zwei derselben, welche sich nicht als Theile eines und desselben größten Kreises zu 90° ergänzen, zur Bestimmung aller übrigen hinreichen. Es wird deßhalb bald das eine, bald das andere Paar solcher Kreisbogen, je nachdem es bequem ist, und bald die eine, bald die andere trigonometrische Function derselben zur Bestimmung der Lage einer Fläche oder der entsprechenden Axenverhältnisse angewandt werden.

Mag nun das Verhältniß Ce : Cb : Ca für ein primäres, und die der Lage nach dadurch bestimmte Fläche M für eine primäre gelten; so ergiebt sich von selbst die gegenseitige Beziehung, worin die Lage jeder secundären Fläche, deren Axe nicht in einem der bisher gezeichneten größten Kreise endigt, und die Verhältnisse der drei rechtwinklig verbundenen Axen, auf welche ihre Neigung zu beziehen ist, zu einander stehen.

Man denke sich zu dem Ende die vorige Figur, wie in fig. 6. geschehen ist, um die Axe CA nach vorn um einen Winkel von 90° gedreht und die geradlinige Construction außerhalb der Kugeloberfläche weggelassen. Soll alsdann eine Fläche z, durch ihre Axe Cz bestimmt, auf drei in den Richtungen CE, CB und CA verbundene Coordinaten bezogen werden, deren Länge wir durch $C\varepsilon$, $C\beta$ und $C\alpha$ bezeichnen wollen; so lege

man durch den Punkt z und zwei von den Ecken des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks, z. B. A und B, Bogen größter Kreise, Azy und Bzx, welche auf den gegenüberstehenden Seiten die Bogen Ey und Ex abschneiden. Nehmen wir nun an, tg. Ey = m. tg. EG und tg. Ex = n. tg. EF, (vorläufig unter m und n willkürliche Zahlen verstehend); so ist tg. Ey = m. tg. EG = $\frac{C\varepsilon}{C\beta}$ und tg. Ex = n. tg. EF = $\frac{C\varepsilon}{C\alpha}$; mithin $C\varepsilon : C\beta : C\alpha$

$$= C\varepsilon : \frac{C\varepsilon}{\text{tg. Ey}} : \frac{C\varepsilon}{\text{tg. Ex}} = 1 : \frac{1}{\text{m. tg. EG}} : \frac{1}{\text{n. tg. EF.}}$$

$$= Ce : \frac{1}{m}. Cb : \frac{1}{n}. Ca$$

Das Gesetz über den mathematischen Zusammenhang unter den Krystallformen des nämlichen Systems verlangt nun, daß m und n stets rationale Zahlen sein müssen.

Wäre umgekehrt die Neigung einer Krystallfläche durch das Verhältniß $C\varepsilon : C\beta : C\alpha = Ce : \frac{Cb}{m} : \frac{Ca}{n}$ gegeben; so erhielte man $\frac{C\varepsilon}{C\beta} = \frac{m.Ce}{Cb}$ = tg. Ey = m. tg. EG und $\frac{C\varepsilon}{C\alpha} = \frac{n.Ce}{Ca}$ = tg. Ex = n. tg. EF, und als Durchschnittspunkt der von y und x unter rechten Winkeln gegen BE und EA aufsteigenden Bogen größter Kreise die Lage von z *)

Es braucht kaum erinnert zu werden, daß man die Neigung einer Fläche gegen irgend eine Axe findet, wenn man den Bogen eines größten Kreises, welcher zwischen die Endpunkte dieser und der Flächen-Axe fällt, von 90° abzieht. Die Neigung der Fläche M gegen die Axe A ist z. B. = 90° — Bog. AM u. s. f. Die Neigung von zwei Flächen gegen einander, oder die Größe ihres Kantenwinkels wird gefunden, wenn man den Bogen eines größten Kreises, welcher zwischen die beiden Endpunkte ihrer Axen fällt, von 180° abzieht. So würde z. E. die Neigung der Fläche M gegen die Fläche A = 180° — Bog. AM sein.

*) Eine solche Fläche z gehört nach Hausmann's Bezeichnung einer Nebenzone an, deren Axenverhältnisse durch die Coefficienten $\frac{1}{m}$ und $\frac{1}{n}$ bestimmt werden.

§. 56.

Die Zusammensetzung von zwei und drei verschieden gerichteten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft; der Zusammenhang unter den Winkeln, welche ihre Richtungen mit einander einschließen, und ihrer relativen Stärke in diesen Richtungen.

Wir machen den ersten Gebrauch von der im vorigen §. beschriebenen Methode, Krystallflächen durch die Endpunkte ihrer Axen (welche mit den Axen der sie erzeugenden Thätigkeit der Cohäsionskraft zusammenfallen) in der Kugeloberfläche darzustellen, um zunächst die im 54sten §. ausgesprochenen Gesetze in diese Bezeichnung einzukleiden. Bei dieser Gelegenheit fügen wir den schon früher gegebenen Bestimmungen über die zu befolgende Art der Bezeichnung noch einige andere bei, welche vornehmlich den Zweck haben, eine größere Consequenz in dieselbe zu bringen. Daß jede Krystallfläche und zugleich die relative Stärke der Cohäsionskraft in der Richtung ihrer Axe (im Verhältniß zu gleichartigen) durch den Buchstaben bezeichnet werden soll, welcher neben den Endpunkt dieser Axe in der Kugeloberfläche gesetzt wird, ist schon früher erwähnt worden. In der Folge sollen die ursprünglichen Axen und Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, wie auch diejenigen abgeleiteten, welche auf gleicher Stufe der Ableitung stehen und dabei gegen die Primäraxen, nur in vertauschter Ordnung, die nämliche Lage haben, deren Neigungs-Coefficienten also, auf analoge primäre Neigungsverhältnisse bezogen, die nämlichen sind, immer mit demselben Buchstaben bezeichnet werden. Solche Axen (die also durch denselben Buchstaben bezeichnet sind) mögen selbst *analoge* heißen. Ist die Stärke der Cohäsionskraft in ihren Richtungen gleich, oder haben die Axen selbst *gleichen Werth*, und sind bloß durch die Verhältnisse ihrer Lage, insofern sie nach oben oder unten, nach rechts oder links, nach vorn oder hinten gerichtet sind, von einander verschieden; so soll dieser Unterschied bloß durch Accente, welche zur Rechten neben den Buchstaben gesetzt werden, wie z. B. A, A′, A″, A‴ und wenn die Zahl höher steigt, durch römische Ziffern an eben dieser Stelle, also z. B. durch A^{IV}, A^{V} ꝛc. angedeutet werden. An entgegengesetzte Enden der nämlichen Axe wird derselbe Buchstabe mit demselben Accente gesetzt. Ist dagegen der Werth

analoger Axen verschieden, so sollen die gemeinen, arabischen Ziffern als Indices zur Linken neben den Buchstaben gestellt werden — um die Verwechslung mit der Bezeichnung von Potenzen zu verhüten — wie z. B. in der Reihe A, ^{1}A, ^{2}A, ^{3}A ꝛc. — Beide Arten der Unterscheidungszeichen können auch bei demselben Buchstaben zu gleicher Zeit vorkommen.

Wir werden uns ferner zuweilen erlauben, der Kürze wegen eine ganze Klasse gleicher oder analoger Axen oder Axenthätigkeiten durch den bloßen Buchstaben ohne Accent oder Index, so wie eine ganze Klasse gleicher oder analoger Kreisbogen durch die beiden an ihre Enden gesetzten Buchstaben ebenfalls ohne Accent oder Index zu bezeichnen. Der Zusammenhang, und namentlich die vorstehenden Wörter „alle, jeder ꝛc.“ werden schon hinreichend vor Mißverständnissen bewahren und den Unterschied von der einzelnen Axe oder dem einzelnen Bogen, welcher dieselbe Bezeichnung führt, deutlich genug angeben.

I. Werden nun zuerst bloß zwei Thätigkeiten der Cohäsionskraft, deren Axen in dieselbe Ebene fallen, mit einander combinirt, so können ihre Richtungen einander entweder unter rechten oder schiefen Winkeln kreuzen, und dabei ist ihre Stärke entweder gleich oder ungleich.

1. Werden fig. 7. durch die Linien ACA und A′CA′ der Richtung und Stärke nach zwei ursprüngliche, einander lothrecht durchsetzende und gleich starke Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ausgedrückt; so fallen die mittleren Kräfte, welche aus ihrer Zusammensetzung entspringen, in die Richtung der Diagonalen ∂C∂ und ∂′C∂′, und werden auch im Verhältniß ihrer Stärke zu einander durch die Länge derselben gemessen. Zieht man mit dem Radius CA (= CA′) um C einen Kreis, so ist in der angegebenen Bezeichnung ausgedrückt die Voraussetzung: A = A′ und Bog. AA′ = 90°. Daraus folgt, daß das Verhältniß der mittleren Kräfte D : D′ = C∂ : C∂′ = 1 : 1, oder daß D = D′, ebenso daß jeder Bogen AD ohne Rücksicht auf den Accent = 45° sei.

Sollte die Kraft D oder D′ mit einer anderen verglichen werden, welche aus der Combination von A oder A′ mit einer dritten, gleichfalls ursprünglichen, aber nicht in derselben Ebene mit beiden gelegenen Kraft hervorginge, so wäre das eine Glied

des Verhältnisses $A\sqrt{2}$, welches allenfalls noch durch eine unbestimmte Zahl x dividirt werden könnte, die dann aber für das zweite, auf ähnliche Weise berechnete Glied des Verhältnisses dieselbe bleiben müsste. — Wir werden in der Folge diesen Factor $\frac{1}{(x)}$ bei der Berechnung der relativen Stärke einer mittleren Axenthätigkeit der Cohäsionskraft, so lange sie nicht mit anderen gleichartigen verglichen ist, andeutungsweise beibehalten.

Wüsste man nun umgekehrt, daß $AA' = 90°$ und $AD = 45°$ ist, so folgte daraus, daß $A = A'$ sein muß.

Man wird hiernach die nächstfolgenden Figuren (8 bis 10) auch ohne Erklärung durch Worte verstehen.

2. Es sei also fig. 8. $\frac{A}{{}^{x}A} = \frac{CA}{C\alpha}$ und $A\,{}^{x}A = 90°$; so ist auch in dieser Voraussetzung noch $D = D'$, denn $\frac{D}{D'} = \frac{C\mathfrak{d}}{C\mathfrak{d}'} = 1$. Aber AD und ${}^{x}AD$ sind verschieden. Der Zusammenhang zwischen A, ${}^{x}A$ und den Bogen AD und ${}^{x}AD$ (oder AD' und ${}^{x}AD'$) wird durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$\frac{A}{{}^{x}A} = \text{tg. } {}^{x}AD = \text{cot. } AD = \frac{\text{sin. } {}^{x}AD}{\text{sin. } AD} = \frac{\text{cos. } AD}{\text{cos. } {}^{x}AD.}$$

Die relative Stärke von D (oder D') im Verhältniß zu gleichartigen mittleren Kräften, oder

$$\frac{D}{(x)} = \frac{\sqrt{(A^2 + {}^{x}A^2)}}{(x)} = \frac{A}{(x)\,\text{cos. } AD} = \frac{A}{(x)\,\text{sin. } {}^{x}AD} = \frac{{}^{x}A}{(x)\,\text{cos. } {}^{x}AD} = \frac{{}^{x}A}{(x)\,\text{sin. } AD.}$$

3. In fig. 9 und 10 ist angenommen, daß die beiden ursprünglichen Axen einander unter schiefen Winkeln schneiden. Ist dann, wie in fig. 9., $A = A'$, so wird auch $AD = A'D = \frac{1}{2}\,ADA'$, und $A\,{}^{x}D = A'\,{}^{x}D = \frac{1}{2}\,A\,{}^{x}DA'$. Liegt also eine mittlere Axe zwischen zwei Seitenaxen genau in der Mitte, so müssen diese gleich stark sein.

Um das Verhältniß $\frac{D}{{}^{x}D} = \frac{C\mathfrak{d}}{C\,{}^{x}\mathfrak{d}}$ zu finden, berechne man

$$\frac{D}{(x)} = \frac{2\text{ A. cos. } AD}{(x)} = \frac{2\text{ A'. cos. } A'D}{(x)}$$

und $\frac{{}^{1}D}{(x)} = \frac{2\ A.\ \cos.\ A\,{}^{1}D}{(x)} = \frac{2\ A'.\ \cos.\ A'\,{}^{1}D}{(x)}$, woraus folgt $\frac{D}{{}^{1}D} = \frac{\cos.\ AD}{\cos.\ A\,{}^{1}D} = \frac{\sin.\ A\,{}^{1}D}{\sin.\ AD}$, da $AD + A\,{}^{1}D = 90°$.

4. In fig. 10 endlich sind A und ${}^{1}A$ von ungleicher Stärke, und zwar ist $\frac{A}{{}^{1}A} = \frac{CA}{C\alpha}$ angenommen. Die wichtigste Formel für den nachfolgenden Gebrauch ist diejenige, welche den Zusammenhang zwischen der Stärke der ursprünglichen Axen und den Winkeln oder Kreisbogen angiebt, welche sie mit der Richtung der mittleren Kraft einschließen. Bekanntlich ist $CA = \sin.\ AC\delta = A\delta.\ \sin.\ A\delta C = C\alpha.\ \sin.\ \delta C\alpha$, oder in unserer Bezeichnung:

$$A.\ \sin.\ AD = {}^{1}A.\ \sin.\ {}^{1}AD;$$

folglich $\frac{A}{{}^{1}A} = \frac{\sin.\ {}^{1}AD}{\sin.\ AD} = \frac{\sin.\ {}^{1}A\,{}^{1}D}{\sin.\ A\,{}^{1}D}$, wenn dieselbe Formel auf die Hälfte des zweiten Parallelogramms $AC\alpha\,{}^{1}\delta$ angewandt wird.

Um nun das Verhältniß von D zu ${}^{1}D$ zu bestimmen, hat man $\frac{D}{(x)} = \frac{C\delta}{(x)} = \frac{\sqrt{CA^2 + A\delta^2 - 2\ CA.\ A\delta.\ \cos.\ CA\delta}}{(x)}$, in unserer Bezeichnung, (weil $\cos.\ CA\delta = \cos.\ (180° - AC\alpha) = -\cos.\ AD\,{}^{1}A$) $\frac{D}{(x)} = \frac{\sqrt{A^2 + {}^{1}A^2 = 2\ A.\ {}^{1}A.\ \cos.\ AD\,{}^{1}A.}}{(x)}$

Ebenso erhält man $\frac{{}^{1}D}{(x)} = \frac{\sqrt{A^2 + {}^{1}A^2 + 2\ A.\ {}^{1}A.\ \cos.\ A\,{}^{1}D\,{}^{1}A}}{(x)}$

Bequemer ist es aber, die Winkel der Bogen AD, ${}^{1}AD$, $A\,{}^{1}D$ und ${}^{1}A\,{}^{1}D$ als bekannt vorauszusetzen, da dieselben durch das Verhältniß von A zu ${}^{1}A$ und die Lage dieser Punkte gegeben sind. Alsdann findet sich *)

*) Da nach einer bekannten trigonom. Formel

$$C\delta = \frac{CA\ \sin.\ (AC\delta + A\delta C)}{\text{sia. } A\delta C} = \frac{CA.\ \sin.\ AC\,{}^{1}A}{\sin.\ \delta C\,{}^{1}A}$$

$$\text{oder} = \frac{A\delta.\ \sin.\ (AC\delta + A\delta C)}{\sin.A\ C\delta} = \frac{C\,{}^{1}A.\ \sin.\ AC\,{}^{1}A}{\sin.\ AC\delta} \text{ ist.}$$

$$\frac{D}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ AD^{1}A}{(x)\ \sin.\ {}^{1}AD} = \frac{{}^{1}A.\ \sin.\ AD^{1}A}{(x)\ \sin.\ AD}$$

und auf gleiche Weise

$$\frac{{}^{1}D}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ A^{1}D^{1}A}{(x)\ \sin.\ {}^{1}A^{1}D} = \frac{{}^{1}A.\ \sin.\ A^{1}D^{1}A}{(x)\ \sin.\ A^{1}D};$$

mithin, da $\sin.\ AD^{1}A = \sin A^{1}D^{1}A$ ist,

$$\frac{D}{{}^{1}D} = \frac{\sin.\ {}^{1}A^{1}D}{\sin.\ {}^{1}AD} = \frac{\sin.\ A^{1}D}{\sin.\ AD}$$

Hieraus folgt, wenn man auf die in der vorigen Formel aufgestellte Bedingung zurückgeht, daß die aus den Combinationen von D und ${}^{1}D$ entspringenden mittleren Kräfte wieder in die Richtung der Axen A und ${}^{1}A$ fallen müßten. Dieselbe Folgerung hätte sich auch schon in den drei vorhergehenden Fällen ziehen lassen.

II. Um nun auch zweitens nach unserer Methode den Zusammenhang unter den Theilen einer Construction darzustellen, worin das Gesetz für die Verbindung von drei ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ausgedrückt wird, unterscheiden wir bloß die beiden Fälle, entweder daß diese drei Axen im körperlichen Raume einander unter rechten, oder unter schiefen Winkeln kreuzen. Wird dabei das Verhältniß ihrer relativen Stärke als beliebig angesehen, so begreift diese Voraussetzung auch die Fälle unter sich, wo die relative Stärke von zwei oder allen drei Axenthätigkeiten als gleich angenommen würde. Es ist nun nicht mehr nöthig, die geradlinigen Constructionen außerhalb der Kugeloberfläche zur Bestimmung der Winkel- und Seitenverhältnisse hinzuzufügen, wodurch das Verständniß der Figur nur erschwert werden dürfte.

1. Wird nun angenommen, in fig. 11. (welche doppelt gezeichnet ist, einmal mit der Angabe der vorderen und hinteren Seite, der letzteren durch punktirte Linien, und der drei ursprünglichen und vier mittlern Axen, das zweite Mal nur mit den Linien der vorderen Kugeloberfläche) seien die drei ursprünglichen Axen AA, ${}^{1}A^{1}A$ und ${}^{2}A^{2}A$ unter rechten Winkeln mit einander verbunden, so müssen die drei, durch ihre Endpunkte gelegten, größten Kreise $A^{2}AA^{2}A$, $A^{1}AA^{1}A$ und ${}^{2}A^{1}A^{2}A^{1}A$ die ganze Oberfläche der Kugel in acht gleiche

Theile theilen. Die Punkte A, ^{1}A und ^{2}A sind in den acht durchaus rechtwinkligen sphärischen Dreiecken die Pole für gegenüberliegende Seiten. Durch das Verhältniß A : ^{1}A : ^{2}A wird die Lage jeder mittleren Axe D bestimmt, welche aus der Combination von je zweien entspringt, und umgekehrt. Es ist nämlich $\frac{A}{^1A}$ = tg. ^{1}AD = cot. AD; $\frac{A}{^2A}$ = tg. ^{2}A^{2}D = cot. A^{2}D und $\frac{^1A}{^2A}$ = tg. ^{2}A^{1}D = cot. ^{1}A^{1}D. Wegen der völligen Gleichheit aller Verhältnisse nach je zwei entgegengesetzten Seiten von jedem Punkte A machen die Accente zur Rechten neben den Buchstaben D keinen Unterschied und was für ein sphärisches Dreieck A^{1}A^{2}A gilt, ist für jedes andere richtig, wenn man nur die Beziehungen von oben und unten, rechts und links vertauscht.

Das zuletzt aufgestellte Verhältniß, welches sich als eine arithmetische Folgerung aus den beiden ersten ableiten ließe, muß auch in der Construction schon als eine nothwendige Folge der beiden ersten, oder jedes von ihnen als bedingt durch die beiden anderen hervortreten. Diese gegenseitige Abhängigkeit ist in der Figur leicht nachzuweisen. Man lege größte Kreise durch die Punkte D und die Pole der (sphärischen) Dreiecksseiten, in welchen sie liegen, A^{1}DA, ^{2}AD^{2}A, ^{2}D^{1}A^{2}D (und die übrigen mit beigesetzten Accenten zur Rechten neben D); so müssen je drei einander in demselben Punkte P (P′, P″ ꝛc.) schneiden. Oder hätte man in einem Dreieck nur erst zwei solche Kreise gezogen, z. B. ^{1}A^{2}D und ^{2}AD, so müsste ein dritter größter Kreis, von der noch übrigen Ecke des Dreiecks durch ihren Durchschnittspunkt gezogen, AP, weit genug fortgesetzt, die gegenüberstehende Seite in dem Verhältniß theilen, welches durch die dritte abgeleitete Gleichung vorgeschrieben wird. Die so entstandenen Winkel an den Punkten D, ^{1}D, ^{2}D ꝛc. sind sämmtlich rechte, jedes sphärische Dreieck also, dessen eine Ecke durch D bezeichnet wird, ist ein rechtwinkliges.

Aus den vorhin angeführten Gleichungen $\frac{A}{^1A}$ = tg. ^{1}AD und $\frac{A}{^2A}$ = tg. ^{2}A^{2}D folgt von selbst $\frac{^1A}{^2A} = \frac{\text{tg. } ^2A^2D}{\text{tg. } ^1AD}$; da

nun eben dieses Verhältniß $\frac{^1A}{^2A} = \text{tg. } ^2A\,^1D$ sein soll, so fragt es sich, ob $\frac{\text{tg. } ^2A\,^2D}{\text{tg. } ^1AD} = \text{tg. } ^2A\,^1D$ sei?

Nun ist aber der Construction zufolge $\text{tg. } ^2A\,^1D = \text{tg. } ^2AA\,^1D = \text{tg. } \alpha$. Ferner ist in dem rechtwinkl. sphär. Dreieck PA^2D nach einem bekannten Satze $\cos. \alpha = \frac{\text{tg. } A\,^2D}{\text{tg. } AP}$, und in dem daneben liegenden Dreieck PAD ist $\cos. PAD = \cos. (90° - \alpha) = \sin. \alpha = \frac{\text{tg. } AD}{\text{tg. } AP}$; folglich $\frac{\sin. \alpha}{\cos. \alpha} = \text{tg. } \alpha = \frac{\text{tg. } AD}{\text{tg. } A\,^2D} = \text{tg. } ^2A\,^1D$, und da $\text{tg. } AD = \frac{1}{\text{tg. } ^1AD}$ und $\text{tg. } A\,^2D = \frac{1}{\text{tg. } ^2A\,^2D'}$ so wird $\text{tg. } ^2A\,^1D = \frac{\text{tg. } ^2A\,^2D}{\text{tg. } ^1AD}$. Demnach ist in der Construction die Bedingung wirklich erfüllt, daß der Bogen AP genugsam fortgeführt den Bogen $^1A\,^2A$ in dem Verhältniß theile, daß $\text{tg. } ^2A\,^1D = \frac{^1A}{^2A}$ wird.

Offenbar hat nun jedes P (P, P′, P″ und P‴) gegen dasselbe A (entweder A, oder ^1A, oder ^2A) oder gegen jedes D von gleichem Werth (D und D′, ^1D und $^1D'$, ^2D und $^2D'$) dieselbe Lage; jede Axe P entspringt aus denselben ursprünglichen Axen unter ganz gleichen Umständen (oben und unten, rechts oder links macht keinen Unterschied); die relative Stärke aller vier Axen P ist also durchaus gleich. Man könnte für dieselbe den Ausdruck in unseren Zeichen auf das Mannigfaltigste abändern, z. E. $\frac{P}{(x)} = \frac{D}{(x) \cos. DP} = \frac{^1D}{(x) \cos. ^1DP} = \frac{^2D}{(x) \cos. ^2DP}$ (und dann $D = \frac{A}{\cos. AD}$; $^1D = \frac{^1A}{\cos. ^1A\,^1D}$; $^2D = \frac{^2A}{\cos. ^2A\,^2D}$ gesetzt) $= \frac{A}{(x) \cos. AD. \cos. DP} = \frac{^1A}{(x) \cos. ^1A\,^1D. \cos. ^1DP} = \frac{^2A}{(x) \cos. ^2A\,^2D. \cos. ^2DP}$ u. s. f. Am interessantesten ist aber derjenige Ausdruck, welcher am be-

quemsten die Umkehrung der Aufgabe vorbereitet, nämlich aus der bekannten Lage der vier gleichen, und gegen die drei Axen A auf gleiche Weise gerichteten Axen P die relative Stärke der drei ursprünglichen Axenthätigkeiten A zu berechnen. Zu dem Ende setze man unmittelbar $\frac{P}{(x)} = \frac{A}{(x)\cos. AP} = \frac{A}{(x)\cos. {}^{1}AP} = \frac{{}^{2}A}{(x)\cos. {}^{2}AP}$; daraus folgt $A : {}^{1}A : {}^{2}A = \cos. AP : \cos. {}^{1}AP : \cos. {}^{2}AP$, worin die gewünschte Beziehung sehr einfach ausgesprochen ist.

Wären nun zwei A einander gleich, z. E. ${}^{1}A = {}^{2}A$, so würde das zugehörige D gerade in der Mitte zwischen ihnen liegen, also in diesem Falle ${}^{1}A\,{}^{1}D = {}^{2}A\,{}^{2}D = 45°$ sein.

Wären alle drei A einander gleich, so würde jeder Quadrant, der zwischen zwei benachbarte A fällt, durch das zugehörige D halbirt. Alsdann wird jedes AD ohne Rücksicht auf den Index $= 45°$, und jeder Bogen AP und jeder Bogen DP ohne Rücksicht auf den Index dem anderen gleich, und zwar $\text{tg. } DP = \text{tg. } \alpha. \sin. AD = \text{tg. } 45°. \sin. 45° = \sqrt{\frac{1}{2}}$, folglich $\text{tg. } AP = \sqrt{2}$.

2. Nimmt man nun an, die drei als ursprünglich betrachteten Axen der Cohäsionskraft von verschiedenem Werth A, ${}^{1}A$ und ${}^{2}A$ durchschnitten einander unter willkürlichen schiefen Winkeln, wie in fig. 12.; so ist klar, daß kein einziges D, welches aus der Combination von je zwei A entspringt, dem anderen gleich zu sein braucht. Es ergeben sich aber aus I. 4. unmittelbar folgende Bedingungsgleichungen:

$$\frac{A}{{}^{1}A} = \frac{\sin. {}^{1}AD}{\sin. AD} = \frac{\sin. {}^{1}A\,{}^{1}D}{\sin. A\,{}^{1}D} \quad \ldots . \text{[a}$$

$$\frac{A}{{}^{2}A} = \frac{\sin. {}^{2}A\,{}^{4}D}{\sin. A\,{}^{4}D} = \frac{\sin. {}^{2}A\,{}^{5}D}{\sin. A\,{}^{5}D} \quad \ldots . \text{[b}$$

$$\frac{{}^{1}A}{{}^{2}A} = \frac{\sin. {}^{2}A\,{}^{2}D}{\sin. {}^{1}A\,{}^{2}D} = \frac{\sin. {}^{2}A\,{}^{3}D}{\sin. {}^{1}A\,{}^{3}D} \quad \ldots . \text{[c}$$

Das dritte Verhältniß [c, nämlich $\frac{{}^{1}A}{{}^{2}A}$, läßt sich auch schon aus den beiden vorigen, und so jedes aus den beiden übrigen ableiten. Diese nothwendige Abhängigkeit jedes einzelnen Ver-

hältnisses von den beiden anderen muß sich auch in der Figur nachweisen lassen. Wir beschränken uns darauf, zu zeigen, daß die Gleichungen [a und [b die dritte [c als nothwendige Folge in sich schließen, und zwar nur in Beziehung auf ein sphär. Dreieck $A\,{}^1A\,{}^2A$, indem die Rechnung für alle übrigen nur eine Vertauschung der Indices erfordern würde.

Die gleichzeitige Combination der drei Axen A, ${}^1A$ und ${}^2A$ nach allen Seiten soll die vier mittleren P, ${}^1P$, ${}^2P$ und ${}^3P$ geben, deren Lage früheren Betrachtungen zufolge gefunden wird, wenn man durch die Punkte D und die gegenüberstehenden Ecken der sphärischen Triangel $A\,{}^1A\,{}^2A$ größte Kreise legt. Daß diese zu je drei in dem nämlichen Dreieck einander nur in einem einzigen Punkte schneiden, muß durch die vorigen drei Gleichungen bedingt sein.

Nun folgt aber aus [a und [b das Verhältniß

$$\frac{{}^1A}{{}^2A} = \frac{\sin.\,AD.\,\sin.\,{}^2A\,{}^4D}{\sin.\,{}^1AD.\,\sin.\,A\,{}^4D};$$

es fragt sich also, ob dieser Ausdruck dem unmittelbar gefundenen $\frac{{}^1A}{{}^2A} = \frac{\sin.\,{}^2A\,{}^2D}{\sin.\,{}^1A\,{}^2D}$ gleich sei? — mit anderen Worten: wenn in dem sphär. Dreieck $A\,{}^1A\,{}^2A$ die Punkte D und ${}^4D$ bestimmt, und von ihnen aus zu den gegenüberliegenden Ecken ${}^2A$ und ${}^1A$ größte Kreise gezogen sind, so fragt es sich, ob ein größter Kreis, welcher durch die dritte noch übrige Ecke des Dreiecks A und den Durchschnittspunkt der beiden Kreisbogen $D\,{}^2A$ und ${}^4D\,{}^1A$, nämlich P, gelegt wird, die gegenüberstehende Seite ${}^1A\,{}^2A$ in dem Verhältniß theile, daß

$$\frac{\sin.\,{}^2A\,{}^2D}{\sin.\,{}^1A\,{}^2D} = \frac{\sin.\,AD.\,\sin.\,{}^2A\,{}^4D}{\sin.\,{}^1AD.\,\sin.\,A\,{}^4D}$$

wird? — Daß dies wirklich der Fall sei, läßt sich leicht auf folgende Art beweisen.

Es ist nämlich

$$\sin.\,{}^2A\,{}^2D.\,\sin.\,\alpha = \sin.\,{}^2AP.\,\sin.\,\gamma$$

und $\sin.\,{}^1A\,{}^2D.\,\sin.\,\beta = \sin.\,{}^1AP.\,\sin.\,\delta,$

mithin, weil sin. α = sin. β ist,

$$\frac{\text{sin. } {}^{2}A\,{}^{2}D}{\text{sin. } {}^{1}A\,{}^{2}D} = \frac{\text{sin. } {}^{2}AP.\ \text{sin. } \gamma}{\text{sin. } {}^{1}AP.\ \text{sin. } \delta}$$

Da ferner

$$\text{sin. } {}^{2}AP.\ \text{sin. } \varepsilon = \text{sin. } {}^{2}A\,{}^{4}D.\ \text{sin. } \zeta$$

und sin. ^{1}AP. sin. ε = sin. ^{1}AD. sin. ϑ ist,

so wird

$$\frac{\text{sin. } {}^{2}A\,{}^{2}D}{\text{sin. } {}^{1}A\,{}^{2}D} = \frac{\text{sin. } {}^{2}A\,{}^{4}D.\ \text{sin. } \zeta.\ \text{sin. } \gamma}{\text{sin. } {}^{1}AD.\ \text{sin. } \vartheta.\ \text{sin. } \delta}$$

Es ist aber $\frac{\text{sin. } \gamma}{\text{sin. } \vartheta} = \frac{\text{sin. } \gamma}{\text{sin. } \iota} = \frac{\text{sin. AD}}{\text{sin. AP}}$

und $\frac{\text{sin. } \zeta}{\text{sin. } \delta} = \frac{\text{sin. } \eta}{\text{sin. } \delta} = \frac{\text{sin. AP}}{\text{sin. } A\,{}^{4}D}$;

folglich $\frac{\text{sin. } {}^{2}A\,{}^{2}D}{\text{sin. } {}^{1}A\,{}^{2}D} = \frac{\text{sin. } {}^{2}A\,{}^{4}D.\ \text{sin. AD}}{\text{sin. } {}^{1}AD.\ \text{sin. } A\,{}^{4}D}$,

was bewiesen werden sollte.

Werden also die Endpunkte von drei beliebig gerichteten Axen der Cohäsionskraft in ein sphärisches Dreieck gebracht, so reicht es hin, diejenigen Punkte in zwei Seiten desselben bestimmen zu können, in welche die mittleren Axen aus zwei benachbarten Paaren eintreffen müssen. Der Durchschnittspunkt zweier größter Kreise, welche von ihnen aus zu den gegenüberliegenden Ecken des Dreiecks gezogen werden, bezeichnet den geometrischen Ort derjenigen mittleren Axe der Cohäsionskraft, welche aus der Combination ihrer Wirkungen nach den drei Seitenrichtungen entspringt.

Die mittleren Kräfte zwischen je zwei verschiedenen D, welche mit einem A, auf entgegengesetzten Seiten desselben, in dem nämlichen Normalkreise liegen, müssen nach I. 4. in die Richtung dieses A zurückfallen, folglich auch die Combination von je vier Axenthätigkeiten D, welche in einem Kreuz um ein solches A liegen. Die relative Stärke jedes einzelnen D berechnet sich nach I. 4.

Diese und die Lage von wenigstes zwei Axen D, woraus die der übrigen von selbst folgt, als bekannt vorausgesetzt, lässt sich die relative Stärke der vier P am einfachsten folgendermaßen ausdrücken:

$$\frac{P}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ A\,{}^2D}{(x)\ \sin.\ {}^2DP} = \frac{{}^2D.\ \sin.\ A\,{}^2D}{(x)\ \sin.\ AP}$$

$$= \frac{{}^1A.\ \sin.\ {}^1A\,{}^4D}{(x)\ \sin.\ {}^4DP} = \frac{{}^4D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^4D}{(x)\ \sin.\ {}^1AP}$$

$$= \frac{{}^2A.\ \sin.\ {}^2AD}{(x)\ \sin.\ DP} = \frac{D.\ \sin.\ {}^2AD}{(x)\ \sin.\ {}^2AP}\ *);$$

$$\frac{{}^1P}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ A\,{}^2D}{(x)\ \sin.\ {}^2D\,{}^1P} = \frac{{}^2D.\ \sin.\ A\,{}^2D}{(x)\ \sin.\ A\,{}^1P}$$

$$= \frac{{}^1A.\ \sin.\ {}^1A\,{}^5D}{(x)\ \sin.\ {}^5D\,{}^1P} = \frac{{}^5D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^5D}{(x)\ \sin.\ {}^1A\,{}^1P}$$

$$= \frac{{}^2A.\ \sin.\ {}^2A\,{}^1D}{(x)\ \sin.\ {}^1D\,{}^1P} = \frac{{}^1D.\ \sin.\ {}^2A\,{}^1D}{(x)\ \sin.\ {}^2A\,{}^1P};$$

$$\frac{{}^2P}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ A\,{}^3D}{(x)\ \sin.\ {}^3D\,{}^2P} = \frac{{}^3D.\ \sin.\ A\,{}^3D}{(x)\ \sin.\ A\,{}^2P}$$

$$= \frac{{}^1A.\ \sin.\ {}^1A\,{}^5D}{(x)\ \sin.\ {}^5D\,{}^2P} = \frac{{}^5D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^5D}{(x)\ \sin.\ {}^1A\,{}^2P}$$

$$= \frac{{}^2A.\ \sin.\ {}^2AD}{(x)\ \sin.\ D\,{}^2P} = \frac{D.\ \sin.\ {}^2AD}{(x)\ \sin.\ {}^2A\,{}^2P};$$

$$\frac{{}^3P}{(x)} = \frac{A.\ \sin.\ A\,{}^3D}{(x)\ \sin.\ {}^3D\,{}^3P} = \frac{{}^3D.\ \sin.\ A\,{}^3D}{(x)\ \sin.\ A\,{}^3P}$$

*) Es braucht wol kaum erinnert zu werden, daß die Zweideutigkeit der Bezeichnung $A\,{}^2D$, ${}^1A\,{}^4D$, ${}^2AD$ und so bei den folgenden Bogen ${}^2A\,{}^5D$, ꝛc. hier keinen Irrthum veranlassen kann, da sin. $A\,{}^2D$, als sin. $AP\,{}^2D$ oder als sin. $A\,{}^1P\,{}^2D$ verstanden, immer dasselbe ist, weil $AP\,{}^2D + A\,{}^1P\,{}^2D = 180°$, und so mit den übrigen.

$$= \frac{{}^1A.\ \sin.\ {}^1A\,{}^4D}{(x)\ \sin.\ {}^4D\,{}^3P} = \frac{{}^4D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^4D}{(x)\ \sin.\ {}^1A\,{}^3P}$$

$$= \frac{{}^2A.\ \sin.\ {}^2A\,{}^1D}{(x)\ \sin.\ {}^1D\,{}^3P} = \frac{{}^1D.\ \sin.\ {}^2A\,{}^1D}{(x)\ \sin.\ {}^2A\,{}^3P}.$$

Die intereſſanteſten Folgerungen aus dieſen Gleichungen möchten etwa dieſe ſein:

$$\frac{P}{{}^1P} = \frac{\sin.\ {}^2D\,{}^1P}{\sin.\ {}^2DP}; \qquad \frac{P}{{}^2P} = \frac{\sin.\ D\,{}^2P}{\sin.\ DP};$$

$$\frac{{}^1P}{{}^3P} = \frac{\sin.\ {}^1D\,{}^3P}{\sin.\ {}^1D\,{}^1P} \text{ und } \frac{{}^2P}{{}^3P} = \frac{\sin.\ {}^3D\,{}^3P}{\sin.\ {}^3D\,{}^2P};$$

woraus nach I., 4. folgt, daß ſich je zwei P, welche in zwei mit einer Seite an einander ſchließenden ſphär. Dreiecken $A\,{}^1A\,{}^2A$ liegen, ihrer relativen Stärke nach, in dem zwiſchen ihnen liegenden D, alſo P und ${}^1P$ in ${}^2D$, P und ${}^2P$ in D, ${}^1P$ und ${}^3P$ in ${}^1D$, ${}^2P$ und ${}^3P$ in ${}^3D$ vereinigen müſſten;

$$\text{ferner: } \frac{P}{{}^3P} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^3P}{\sin.\ {}^1AP};$$

$$\frac{{}^1P}{{}^2P} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2P}{\sin.\ {}^1A\,{}^1P}$$

und ſo mit den übrigen, woraus folgt, daß je zwei P, welche in zwei nur in einer Ecke zuſammenſtoßenden ſphär. Dreiecken $A\,{}^1A\,{}^2A$ liegen, ihrer Stärke nach, ſich in dem zwiſchen ihnen liegenden A combiniren müſſten.

§. 57.

Das Verhältniß derjenigen mittleren Kräfte zu einander, welche aus der Zuſammenſetzung von je zwei urſprünglichen Wirkungen der Cohäſionskraft entſpringen, wenn dieſelbe gleichzeitig in drei verſchiedenen Richtungen mit beliebiger Stärke thätig gedacht wird.

Die fernere Entwickelung derjenigen Beziehungen, worin die (im vorigen §. II. 3.) zuletzt bezeichneten Axen D ſo wie die Axen P zu einander ſtehen, die vollſtändige Angabe der mittleren Kräfte, welche aus ihren Combinationen in jeder mög-

lichen Zahl und nach allen Seiten hin entspringen können, und die Darstellung aller möglichen Verbindungen, welche diese auf der zweiten Stufe der Ableitung stehenden Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft selbst wieder mit einander einzugehen im Stande sind, u. s. f. enthielte die allgemeinste Lösung des Problems, die Verhältnisse aller denkbaren Krystallformen zu einander anzugeben, welche aus der Voraussetzung einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei verschiedenen, aber willkürlichen Richtungen im Raume, mit beliebigen Verhältnissen der Stärke, nach den angenommenen Gesetzen hergeleitet werden könnten. Aus den so gefundenen, allgemeinen Formeln müssten sich unmittelbar wenigstens die drei ersten Klassen von Krystallisationensystemen ableiten lassen, die wir aus der Annahme einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nur in drei verschiedenen Richtungen zu erklären vorhaben, sobald die für jede einzelne Klasse bereits aufgestellten, besonderen Voraussetzungen, namentlich die Voraussetzung der gegenseitigen Perpendicularität der drei ursprünglichen Axen, in jene Formeln eingeführt würden. Insofern wir aber für jetzt nur beabsichtigen, den mathematischen Zusammenhang in der Natur wirklich beobachteter Krystallformen zu erklären, würde die Allgemeinheit der obigen Voraussetzungen die erforderlichen Rechnungen nur erschweren und die Klarheit des Verständnisses der einfachen Verhältnisse, welche die Natur giebt, unnöthiger Weise beeinträchtigen.

Wir führen indessen die angedeutete allgemeine Untersuchung noch für einen Fall wirklich aus, nämlich um die mittlere Axe zwischen je zwei D zu bestimmen, welche in zwei Seiten des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A liegen, weil die Beziehung derselben zu einander ein an Folgerungen sehr fruchtbares Princip abgiebt.

Die Axenthätigkeiten D entsprangen aus der Verbindung von je zwei ursprünglichen A, woraus die Verhältnisse ihrer Stärke sehr leicht zu berechnen sind.

Werden nun je zwei D mit einander combinirt, welche in den Seiten desselben sphär. Dreiecks A^1A^2A liegen, z. B. D und ^{2}D, D und ^{4}D, ^{2}D und ^{4}D u. s. f.; so soll gezeigt werden, daß die Axe ihrer mittleren Kraft in denjenigen Nor-

malkreis fallen muß, welcher durch das dritte D des nämlichen sphär. Dreiecks und die demselben gegenüberliegende Ecke gelegt wird, und zwar in denjenigen Punkt dieses Normalkreises, in welchem derselbe von einem größten Kreise zwischen den beiden combinirten D geschnitten wird (weil die mittlere zwischen zwei Seitenkräften in der Ebene liegen muß, welche durch die Richtungen der beiden letzteren bestimmt wird). Es reicht hin, dieses Verhältniß für zwei D von der bezeichneten Lage nachzuweisen, indem dieselbe Rechnung für jedes andere Paar mit unwesentlichen Abänderungen nur wiederholt zu werden brauchte.

Um also z. E. zu zeigen, wo die mittlere Kraft zwischen D und ^{2}D (fig. 13) liege, hätte man den größten Kreis D^{2}D zu ziehen und den Bogen D^{2}D nach §. 56. I. 4. zu theilen, wenn das Verhältniß von D zu ^{2}D gegeben ist. Es soll bewiesen werden, daß diese Theilung bereits durch den Normalkreis ^{1}A^{4}D bewerkstelligt worden, also daß $\frac{\text{sin. } {}^2\text{Da}}{\text{sin. Da}} = \frac{\text{D}}{{}^2\text{D}}$, mithin a der Ort für die mittlere Axe zwischen D und ^{2}D ist.

Man findet nun (nach §. 56. I. 4.)

$$\frac{\text{D}}{(\text{x})} = \frac{{}^1\text{A. sin. A}\,{}^1\text{A}}{(\text{x}) \text{ sin. AD}} \text{ und}$$

$$\frac{{}^2\text{D}}{(\text{x})} = \frac{{}^1\text{A. sin. }{}^1\text{A}\,{}^2\text{A}}{(\text{x}) \text{ sin. }{}^2\text{A}\,{}^2\text{D}}; \text{ folglich}$$

$$\frac{\text{D}}{{}^2\text{D}} = \frac{\text{sin. A}\,{}^1\text{A. sin. }{}^2\text{A}\,{}^2\text{D}}{\text{sin. }{}^1\text{A}\,{}^2\text{A. sin. AD}},$$

und es fragt sich, ob diesem das Verhältniß $\frac{\text{sin. } {}^2\text{Da}}{\text{sin. Da}}$ gleich sei? — Da nun sin. ^{2}Da. sin. ρ = sin. ^{1}Aa. sin. λ und sin. Da. sin. o = sin. ^{1}Aa. sin. $\varkappa$, so erhält man

$$\frac{\text{sin. } {}^2\text{Da}}{\text{sin. Da}} = \frac{\text{sin. } \lambda\text{. sin. } o}{\text{sin. } \varkappa\text{. sin. } \rho}$$

$$= \frac{\text{sin. } \lambda\text{. sin. }{}^1\text{A}\,{}^2\text{D}}{\text{sin. } \varkappa\text{. sin. }{}^1\text{AD}}$$

$$\left(\text{wegen } \sin.\ \lambda = \frac{\sin.\ {}^2AP.\ \sin.\ \xi}{\sin.\ {}^1AP.}\right.$$

$$\left.\text{und } \sin.\ \varkappa = \frac{\sin.\ AP.\ \sin.\ \mu}{\sin.\ {}^1AP}\right)$$

$$= \frac{\sin.\ {}^2AP.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2D.\ \sin.\ \xi}{\sin.\ AP.\ \sin.\ {}^1AD.\ \sin.\ \mu}$$

$$\left(\text{wegen } \frac{\sin.\ \xi}{\sin.\ {}^1AD} = \frac{\sin.\ \iota}{\sin.\ {}^1A\,{}^2A}\right.$$

$$\left.\text{und } \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2D}{\sin.\ \mu} = \frac{\sin.\ A\,{}^1A}{\sin.\ \alpha}\right)$$

$$= \frac{\sin.\ {}^2AP.\ \sin.\ A\,{}^1A.\ \sin.\ \iota}{\sin.\ AP.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2A.\ \sin.\ \alpha}$$

$$\left(\text{wegen } \frac{\sin.\ \iota}{\sin.\ AP} = \frac{\sin.\ \gamma}{\sin.\ AD}\right.$$

$$\left.\text{und } \frac{\sin.\ {}^2AP}{\sin.\ \alpha} = \frac{\sin.\ {}^2A\,{}^2D}{\sin.\ \gamma}\right)$$

$$= \frac{\sin.\ A\,{}^1A.\ \sin.\ {}^2A\,{}^2D}{\sin.\ {}^1A\,{}^2A.\ \sin.\ AD}$$

Es ist demnach in der That $\frac{D}{{}^2D} = \frac{\sin.\ {}^2Da}{\sin.\ Da}$, oder a der Ort für die mittlere Axe zwischen D und ${}^2D$. Auf ähnliche Weise läßt sich darthun, daß sich D und ${}^4D$ in ${}^1a$, ${}^2D$ und ${}^4D$ in ${}^2a$, ${}^1D$ und ${}^2D$ in ${}^3a$, ${}^1D$ und ${}^5D$ in ${}^4a$, ${}^2D$ und ${}^5D$ in ${}^5a$, D und ${}^3D$ in ${}^6a$ verbinden müssen u. s. f.

Hieraus leuchtet ein, daß je drei D, welche in den Seiten des nämlichen sphär. Dreiecks $A\,{}^1A\,{}^2A$ liegen, sich in der zwischen ihnen liegenden Axe P combiniren müssten. Da nämlich jedes a, welches aus der Verbindung von je zwei solchen D entspringt, in denjenigen Normalkreis fällt, welcher durch das dritte D (des nämlichen Dreiecks $A\,{}^1A\,{}^2A$) und das zugehörige P geht — z. E. a in den Normalkreis ${}^4DP\,{}^1A$, ${}^1a$ in den Kreis ${}^2DPA$ und ${}^2a$ in den Kreis $DP\,{}^2A$, und da je drei solche Kreise, welche von der mittleren Axe zwischen je zwei

D zu dem zugehörigen dritten D gezogen werden, einander in dem Punkte P durchschneiden; so kann aus dem gleichzeitigen Zusammenwirken von je drei Kräften D in der erwähnten Stellung immer wieder nur eine mittlere entspringen, deren Richtung mit der zwischen ihnen liegenden Axe P zusammenfällt.

Erwägt man nun, daß je drei Axenthätigkeiten a innerhalb desselben Dreiecks A^1A^2A zu den drei D in den Seiten eben dieses Dreiecks, aus deren Verbindung zu je zwei sie hervorgehen, vollkommen wieder die nämliche Beziehung haben, wie diese zu den ursprünglichen Seitenkräften A, ^1A und ^2A; so darf man ohne Weiteres schließen, daß die mittleren Kräfte zwischen je zwei solchen a ebenfalls wieder in die Normalkreise PD fallen müssen — und zwar so, daß der Durchschnittspunkt eines sie verbindenden größten Kreises mit dem zwischen ihnen liegenden Bogen PD die Richtung der mittleren Axe angiebt. So muß z. E. (fig. 14) die mittlere Axe zwischen a und ^1a in d, zwischen a und ^2a in ^1d, zwischen ^1a und ^2a in ^2d liegen. Die Durchschnittspunkte größter Kreise, welche zwischen je zwei solchen d (innerhalb eines sphär. Dreiecks A^1A^2A) gezogen werden, mit den dazwischen fallenden Normalkreisen PA (oder DP, da der eine Bogen nur die Fortsetzung des anderen ist), in der Figur u, ^1u und ^2u, bestimmen wieder die Richtung derjenigen Axenthätigkeiten, welche aus ihrer Verbindung zu je zwei hervorgehen u. s. f. Die mittlere Kraft zwischen je drei D, je drei a, je drei d, u ꝛc. in demselben Dreieck A^1A^2A müsste allemal in die zugehörige Axe P fallen.

Es würde keine größere Schwierigkeiten haben, selbst bei dieser Allgemeinheit der Grundvoraussetzung die Beziehungen zwischen der Lage und relativen Stärke von je zwei und mehren abgeleiteten Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, die auf gleicher Stufe der Ableitung stehen, auch wenn sie in verschiedenen sphär. Dreiecken A^1A^2A liegen, durch Rechnung aufzufinden: wir lassen indessen die Untersuchung in dieser Allgemeinheit fallen, (obgleich wir sie aus mehren Gründen nicht für unwichtig halten), weil, wie sich in der Folge zeigen wird, die beabsichtigte Erklärung wirklich beobachteter Erscheinungen sich sehr viel bündigere und mehr vereinfachende Grundvoraus-

setzungen erlauben darf *). Statt dessen wollen wir gleichsam als Vorbereitung oder Probe nachfolgender Rechnungen, welche denselben Gegenstand unter allgemeineren Voraussetzungen noch einmal aufnehmen, die charakteristischen Formen des regelmäßigsten und einfachsten oder des isometrischen Krystallisationensystems aus unserer Hypothese zu entwickeln versuchen. Wir werden uns dabei absichtlich bloß auf die bis jetzt wirklich beobachteten Krystallformen dieses Systems beschränken; sie sind in der That fast immer die einfachsten ihrer Gattung, diejenigen, welche sich nach unserer Hypothese im Allgemeinen ganz in der Ordnung von selbst darbieten, in welche sie die Natur hinsichtlich des häufigeren oder seltneren Vorkommens, hinsichtlich der größeren oder geringeren Vollendung ihrer Bildung, also hinsichtlich der Leichtigkeit ihrer Entstehung gestellt zu haben scheint. Andere Formen aber, welche gleichfalls noch vorkommen können und vielleicht noch einmal aufgefunden werden — wer möchte glauben, daß wir schon jetzt den ganzen Formen-Reichthum des isometrischen Krystallisationensystems kennen, da fast täglich neue Formen der anderen Systeme entdeckt werden? — sind in späteren Entwickelungen mit begriffen, sobald man die besonderen Voraussetzungen dieses Systems in dieselben einführt.

§. 58.

Entwickelung der beobachteten Formen des isometrischen Krystallisationensystems.

Es ist schon oben §. 54. erwähnt worden, daß wir die Formen des isometrischen Krystallisationensystems aus der Annahme einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei einander rechtwinklig kreuzenden Axen mit gleicher Stärke in allen drei Richtungen ableiten wollen. Jede von diesen Axenthätigkeiten begrenzt sich, früheren Erörterungen zufolge,

*) Diejenigen Leser, welche etwa Mathematiker vom Fach sind, werden dem Verf. hier um so weniger einen Vorwurf daraus machen, daß er die streng wissenschaftliche, mathematische Darstellungsweise aufopfert, welche sich vom Allgemeinsten zum Besonderen niederläßt, wenn sie bedenken, daß gewiß die größere Zahl der Leser, an solche Rechnungen nicht gewöhnt, nur zwecklose Schwierigkeiten darin finden würden.

gen AP, A'P und A''P (desgl. der übrigen AP', A'P' ꝛc) sollen sich nämlich nach §. 56. II. 1. verhalten, wie A : A' : A''; diese Kräfte sind aber gleich angenommen, folglich sind es auch jene Bogen.

Daß die vierte Kräfte P, P', P'' und P''' gleiche Stärke besitzen müssen, ist §. 56. II. 1. schon allgemeiner bewiesen.

Es wird hinfort nicht mehr nöthig sein, die Zeichnung der geradflächigen krystallinischen Gestalten ihrer Verzeichnung auf der Kugeloberfläche hinzuzufügen; fig. 15. c enthält die beiden vorhergehenden mit Weglassung der geradlinigen Constructionen.

Das Neigungsverhältniß der Flächen des regulären Oktaeders in Beziehung auf die Axen A bestimmt sich nun leicht folgendermaßen. Es ist (fig. 15. c) tg. D''P = tg. α. sin. A'D'' = tg. 45°. sin. 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$; also überhaupt tg. DP = $\frac{1}{\sqrt{2}}$, und tg. AP = $\sqrt{2}$; jedes AD = 45°, mithin tg. AD = 1.

Die symmetrische, halbe Combination abwechselnder Oktaederflächen giebt das reguläre Tetraeder (Hausmann a. a. O. §. 145.)

Das Verhältniß, worin die Flächen des Würfels, Oktaeders und Rhombendodekaeders zu einander stehen müssen, wenn sie mit einander combinirt vorkommen, ergiebt sich aus der bloßen Ansicht der Figur. Die Flächen des Oktaeders stumpfen die Ecken des Würfels gleichwinklig ab und umgekehrt; die Flächen des Rhombendodekaeders stumpfen die Kanten des Würfels und des Oktaeders gleichwinklig ab.

Denkt man sich durch die Kanten dieser Körper und den Mittelpunkt der Kugel, um welche, oder in welcher sie symmetrisch gestellt sind, Ebenen gelegt, so erscheinen die Bogen in welchen diese die Oberfläche der Kugel durchschneiden, sämmtlich in fig. 15. c abgebildet. Bei diesen Projectionen der Kanten jener Körper auf die Oberfläche der Kugel bildet sich jede Würfelfläche in einem sphärischen Viereck PP'P'''P'', jede Oktaederfläche in einem sphär. Dreieck AA'A'', die Flächen des Rhombendodekaeders in den sphär. Vierecken APA'P'', A'PA''P' ꝛc. ab.

4. In zwei gleich starke D, die in den Seiten des näm-

lichen sphär. Dreiecks liegen, verbinden sich in einem a, (fig. 16.) D und D'' in a, D und D^{IV} in a', D'' und D^{IV} in a'' u. s. f. (Vergl. §. 57.) Daraus entstehen im Ganzen zwölf Axenthätigkeiten a, a' ... a^{XI}, deren Product ein von 24 ebenen Flächen eingeschlossener Körper werden muß.

Alle sphär. Dreiecke, wie ADD^{IV}, $A'DD''$, $A''D''D^{IV}$ ꝛc. sind rechtwinklig und gleichschenklig; ihre Winkel an den Spizzen bei A, A', A'', sowie ihre Grundlinien DD^{IV}, DD'', $D''D^{IV}$ ꝛc. werden durch die Bogen Aa', A'a, A''a'' ꝛc. halbirt, welche mithin lothrecht auf den Grundlinien stehen.

Nun ist tg. A'a = tg. A'D''. cos. α = cos. 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$ tg. A'P; überhaupt jedes

$$\text{tg. Aa} = \tfrac{1}{2} \text{ tg. AP.}$$

Die Flächen a bilden also in vollzähliger Combination die erste Varietät des Trapezoeders, (Hausmann a. a. O. §. 141.); in halber Combination, so daß nur je drei a aus den abwechselnden sphär. Dreiecken AA'A'' ausgebildet sind, die erste Varietät des Pyramidentetraeders (Ebendas. §. 146) Die Projectionen der Kanten jeder einzelnen Trapezoederfläche sind leicht aufzufinden, nämlich A'DPD'' für a, $ADPD^{IV}$ für a', $A''D''PD^{IV}$ für a'' u. s. f. — Die Kantenprojectionen von den Flächen des Pyramidentetraeders sind PP'P'', P'P''P''' u. s. f. Es leuchtet ein, daß die Flächen des Trapezoeders die Kanten des Rhombendodekaeders gleichwinklig abstumpfen müssen.

Die Stärke aller a ist wieder gleich, weil sie alle aus der Combination von je zwei gleich starken D unter den nämlichen Umständen hervorgehen.

5. Die Kräfte in den Axen a sind selbst wieder einer doppelten Combination zu je zwei fähig, wodurch Kräfte in neuen Richtungen erzeugt werden, entweder so, daß sich je zwei a aus verschiedenen sphär. Dreiecken AA'A'', wie a und a''', a und a^{VI}, a''' und a^{IX}, a^{VI} und a^{IX} u. s. f. oder je zwei a in dem nämlichen sphär. Dreieck AA'A'', wie a und a', a und a'', a' und a'' u. s. f. mit einander verbinden.

Die erste Art der Verbindung erzeugt offenbar die durch b bezeichneten mittleren Kräfte, welche in die Seiten der sphär.

Dreiecke AA'A'' fallen müssen, weil je zwei gleich starke a, die auf solche Weise combinirt werden, durch größte Kreise verbunden, von den Durchschnittspunkten derselben mit den genannten Seiten gleichen Abstand haben.

Es ist aber tg. Ab = tg. A'a. cos. $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. cos. 45° $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$; mithin überhaupt jedes

$$\text{tg. Ab} = \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2} \text{ tg. AD.}$$

Offenbar giebt es zwölf solcher Axen b; die vollzählige Combination aller 24 durch sie erzeugter Flächen giebt die erste Varietät des Pyramidenwürfels (Hausmann's zweite Var. a. a. O. §. 143.) Die Kantenprojectionen der Flächen dieses Körpers stellen sich in den sphär. Dreiecken A'PP', A'PP'' A'P'P''', A'P''P''' u. s. f. dar.

Die halbe, symmetrische Combination dieser Flächen (entweder b, b''', b^{IV}, b^{VII}, b^{X} und b^{XI}, oder b', b'', b^{V}, b^{VI}, b^{VIII} und b^{IX}) stellt die erste Varietät des Pentagonaldodekaeders dar. (Hausmann's zweite Var. a. a. O. §. 148.) In Verbindung mit den Oktaederflächen stellen die Flächen dieses Körpers, bei gewissen Dimensionsverhältnissen das Ikosaeder dar. (Hausmann a. a. O. §. 157.)

6. Die Axen der zweiten Art von mittleren Kräften, welche aus der Verbindung von je zwei a hervorgehen, welche in demselben sphär. Dreieck AA'A'' liegen, müssen (wie auch schon im vorigen §. ganz allgemein erwiesen ist) in die Bogen PD fallen. Die Durchschnittspunkte größter Kreise zwischen je zwei solchen a (wie a und a', a und a'', a' und a'' ꝛc.) mit diesen Bogen, also die in der Figur durch d bezeichneten Punkte bestimmen die Richtung dieser Kräfte, die aus leicht begreiflichen Gründen unter sich wieder von gleicher Stärke sein müssen.

Die vier Winkel an jedem Durchschnittspunkte d sind lauter rechte; demnach ist

tg. Dd = tg. Da. sin. β

(wegen tg. Da = tg. 45°. sin. A'a = sin. A'a

und sin. $\beta = \frac{\text{sin. A'a}}{\text{sin. A'D}} = \sqrt{2}$. sin. A'a)

$$= \gamma 2 . (\text{sin. } A'a)^2$$

$$\left(\text{wegen } (\text{sin. } A'a)^2 = \frac{(\text{tg. } A'a)^2}{1 + (\text{tg. } A'a)^2}\right.$$

$$\left. = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.\right)$$

$$\text{tg. } Dd = \frac{\gamma 2}{3} = \frac{2}{3} . \frac{\gamma 1}{2} = \frac{2}{3} \text{ tg. } DP.$$

Die Zahl dieser Axen d beträgt zwölf; die zugehörigen 24 ebenen Flächen müssten in vollzähliger Combination bei symmetrischer Ausbildung im Pyramidenoktaeder darstellen, dessen Flächen durch den Neigungscoefficient $\frac{1}{3}$ bestimmt würden. Hausmann a. a. O. §. 142 führt diese Varietät nicht mit auf. Diejenigen 12 Kanten dieses Körpers, welche mit den Kanten des Oktaeders zusammenfallen, würden messen 129° 31′ 17″, die 24 übrigen 162° 39′ 31″.

Die Kantenprojection der Flächen dieses Körpers auf die Kugel stellt sich in den sphärischen Triangeln APA′, APA″, A′PA″ ꝛc. dar.

7. Daß je zwei d in demselben sphär. Dreieck AA′A″ sich wieder zu einer mittleren Kraft verbinden müssten, deren Axen in einem Bogen AP, da wo derselbe von einem größten Kreise zwischen je zwei solchen d geschnitten wird, zu suchen wäre, geht aus den Betrachtungen des vorigen §. hervor. Uns interessirt für jetzt nur die Verbindung je zwei solcher d, welche in zwei benachbarten Dreiecken AA′A″, aber nicht in demselben Normalkreise DP liegen, wie z. B. die Verbindung von d und d‴.

Der größte Kreis zwischen beiden (fig. 17) wird von dem Bogen A′D″ halbirt; der Durchschnittspunkt f ist also der Ort der mittleren Axe. Die Winkel bei f sind rechte.

Nun ist $\text{tg. } A'f = \text{tg. } A'd . \text{sin. } \gamma$

$$= \frac{\text{tg. } A'd . \text{sin. } Dd}{\text{sin. } A'd} = \frac{\text{sin. } Dd}{\text{cos. } A'd}$$

$$= \frac{\text{sin. Dd}}{\text{cos. Dd. cos. A'D}} = \frac{\text{tg. Dd}}{\text{cos. 45°}}$$

$$= \sqrt{2}.\frac{2}{3.\sqrt{2}} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\ \text{tg. A'd''}.$$

Die vollzählige Combination aller d in dieser Art ergiebt augenblicklich 12 Arenkräfte f, deren Product ein Pyramidenwürfel mit dem Neigungscoefficienten $\frac{2}{3}$ (Hausmann's erste Var. a. a. O. §. 143.), in halber Combination das entsprechende Pentagonaldodekaeder ist (Hausmann's erste Var. a. a. O. §. 148).

8. Eine andere Reihe mittlerer Kräfte entwickelt sich aus der Verbindung von je drei P. Die Aren der aus dieser Combination entspringenden mittleren Kräfte müssen in die Normalkreise AP zu liegen kommen. So werden sich z. B. P, P' und P'' (fig. 18.) in e vereinigen. Die mittlere Kraft zwischen P' und P'' würde nämlich in A' liegen, wenn also P hinzukommt, in dem Bogen A'P. P und P' verbinden sich in D'', vereinigt sich damit P'', so wird die aus der gleichzeitigen Vereinigung aller drei Seitenkräfte hervorgehende mittlere in dem Bogen D''P'', folglich weil sie auch in dem Bogen A'P liegen soll, in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte e zu suchen sein. In eben diesen Punkt muß auch der Bogen DP' eintreffen.

Nun ist $\text{cot. A'e} = \text{cot. A'D''. cos. } \alpha + \frac{\text{sin. } \alpha\text{. cot. } \rho}{\text{sin. A'D''}}$

(wegen $\text{A'D''} = 45° = \alpha$

und $\text{cot. } \rho = \text{cot. D''P''} = \sqrt{2}$)

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}};\ \text{folglich}$$

tg. A'e, wie überhaupt jedes

$$\text{tg. Ae} = \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}\ \text{tg. AP}.$$

Offenbar entspringen aus der vollständigen Combination von je drei P im Ganzen zwölf e, deren Product eine zweite Varietät des Trapezoeders mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{3}$ ist. (Hausmann a. a. O. §. 141.)

9. Die unter sich gleichen Kräfte e sind wieder (wie vorhin die Kräfte a) einer doppelten Combination zu je zwei fähig.

Aus der Combination von e und e''' entspringt h, und es ist tg. A'h = tg. A'e. cos. $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$; überhaupt jedes

$$\text{tg. Ah} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ tg. AD}^{*}).$$

Es ist klar, daß es zwölf solcher Axen h giebt, und daß die 24 unter rechten Winkeln gegen sie gesetzten Flächen einen Pyramidenwürfel bilden mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{2}$ (Hausmann's dritte Var. a. a. O. §. 143.) — in halber Combination das entsprechende Pentagonaldodekaeder. (Ebendas. §. 148.) Die Axen h sind wegen ihrer ähnlichen Lage den Axen b (Nro. 5.) und f (Nro. 7.) zu vergleichen; die ihnen zugehörigen Flächen, für sich vollzählig und symmetrisch combinirt, stellen die drei beobachteten Arten von Pyramidenwürfeln dar.

10. In zwei e, welche in demselben sphär. Dreieck AA'A'' liegen, wie z. B. e und e', verbinden sich in einem g (wie vorhin je zwei a in einem d, Nro. 6.); eg = e'g.

Nun ist tg. D''g = tg. D''e. sin. ρ

$$\left(\text{wegen tg. D''e} = \frac{1}{\cos. \rho + \sin. \rho. \sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{\cot. \rho + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Ueberall jedes

$$\text{tg. Dg} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \text{ tg. DP}.$$

*) Diese durch h bezeichneten Axen, mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{3}$, können auch aus der Combination von je drei D, in der Ordnung, wie D, D' und D'', oder D, D', und D'', oder D, D'' und D''' ꝛc. zusammengenommen, abgeleitet werden. Diese Ableitung wird später in allgemeinerer Beziehung vorkommen.

Alle Kräfte g, zusammen zwölf an der Zahl, bringen ein Pyramidenoktaeder mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{4}$ hervor. (Hausmann a. a. O. §. 142.) Die halbe symmetrische Combination der Flächen g (immer drei zusammengehörige aus den abwechselnden sphär. Triangeln AA'A'') stellen das Tetragonaldodekaeder dar. (Ebendas. §. 147.)

11. Von den im isometrischen Krystallisationensysteme wirklich beobachteten Körperformen sind nur noch die drei Varietäten des Trigonalpolyeders (Hausmann a. a. O. §. 144.) und die durch unvollzählige Combination ihrer Flächen gebildeten Gestalten zurück. Die Axen ihrer Flächen lassen sich insgesammt aus der Combination derjenigen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ableiten, welche in vollzähliger und unvermischter Combination die Flächen der ersten Art des Pyramidenwürfels hervorbringen. Wir haben diese Kräfte und Axen Nro. 5. durch b bezeichnet. Es war jedes tg. Ab $= \frac{1}{2}$; alle b sind der Stärke nach gleich, wie überhaupt die analogen Axenkräfte im isometrischen Systeme.

Obgleich die gesuchten Axen auch auf anderem Wege, durch Combination anderer Seitenkräfte gefunden werden können, so beschränken wir uns doch hier auf die angedeutete Ableitung, weil sie die einfachere ist.

Es mögen sich also zuerst je zwei b auf die in fig. 19 angedeutete Weise mit einander verbinden b mit b^{IV}, b^{VII}, b^{X} und b^{XI}; b' mit b^{V}, b^{VI}, b^{VIII} und b^{IX} u. s. w. (Die Bezeichnung von fig. 16 ist beibehalten.) In der Mitte des Bogens eines zwischen je zwei combinirten b gezogenen größten Kreises liegt die mittlere Axe, die durch m bezeichnet ist. Aus der Verbindung von b und b^{IV} entspringt also m, indem $bm = b^{IV}m = \frac{1}{2} bb^{IV}$ angenommen wird. Die Axe m liegt in keinem der bisher gezogenen Normalkreise. Um die Neigung der Fläche m durch die Längenverhältnisse gerader Linien in den Richtungen der drei Axen A, A' und A'' zu finden, gegen deren Enden jene Ebene gelehnt erscheinen müsste, fällt man von m aus nach §. 55., 2. die beiden Perpendikel mx und my auf A'A und A''A, und hat alsdann die Tangenten der Kreisbogen A'x und A'y zu bestimmen.

Es ist aber

$$\text{tg. } b^{IV}x = \text{tg. } b^{IV}m. \cos. \pi$$

$$= \frac{\text{tg. } \frac{1}{2} bb^{IV}. \text{ tg. } A'b^{IV}}{\text{tg. } bb^{IV}}$$

(wegen $\text{tg. } A'b^{IV} = 2$ und

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2} bb^{IV} = \frac{\sin. bb^{IV}}{1 + \cos. bb^{IV}})$$

$$= \frac{2 \cos. bb^{IV}}{1 + \cos. bb^{IV}} \quad (\text{wegen } \cos. bb^{IV} = \tfrac{2}{3})$$

$= 4/7$. Daraus folgt

$$\text{tg. } A'x = \text{tg. } (A'b^{IV} - b^{IV}x) = \frac{2}{3}$$

Ferner findet man

$$\text{tg. } by = \text{tg. } bm. \cos. o = \frac{\text{tg. } bm. \text{ tg. } A'b}{\text{tg. } bb^{IV}}$$

(wegen $\text{tg. } A'b = \frac{1}{2}$)

$$= \frac{\cos. bb^{IV}}{2\,(1 + \cos. bb^{IV})} = 1/7; \text{ also}$$

$$\text{tg. } A'y = \text{tg. } (A'b - by) = \frac{1}{3}$$

Hiernach ist das Verhältniß der Stützen für die Fläche m in den Richtungen A', A, A'' wie 2 : 3 : 6. Es ist von selbst klar, wie die Stützen der übrigen Flächen m'', m^{IV} ꝛc. wenn sie in der nämlichen Ordnung das Verhältniß der Zahlen 2 : 3 : 6 beibehalten sollen, in den Richtungen A umgestellt werden müssen.

Die Zahl aller Aren m, welche in der angeführten Art und Weise aus der vollzähligen Combination von je zwei b entspringen können, beträgt (wie eine leichte Ueberlegung lehrt) vier und zwanzig; die Körperform, welche aus der vollzähligen Combination der zu ihnen gehörenden 48 gleichartigen Flächen hervorgeht, ist die erste Varietät des Trigonalpolyeders.

12. Es mögen nun je drei b in der Stellung, wie b,

b′ und b^{IV} (fig. 20) mit einander combinirt werden, so findet sich die Axe der mittleren Kraft n leicht durch folgende Betrachtung. Je zwei b, welche in gleichem Abstande zu beiden Seiten eines D liegen, wie b′ und b^{IV}, müssten sich in der Richtung dieser Axe vereinigen. Also liegt n in einem größten Kreise, der von diesem D zu dem dritten b gezogen wird. Je zwei b, die am weitesten von einander abstehen, wie b und b^{IV}, verbinden sich in der schon vorhin bestimmten Richtung m, also liegt die Axe der mittleren Kraft n zugleich in einem größten Kreise, der von m zu dem dritten noch übrigen b, hier b′, gezogen wird; n ist mithin der Durchschnittspunct der beiden Kreisbogen Db und mb′. Von ihm aus fällt man die beiden Perpendikel nx und ny auf A′A und A′A″, und bestimmt tg. A′x und tg. A′y.

Nun ist

$$\text{tg. } Dx = \cos.\varphi.\ \text{tg. } Dn. = \frac{\sin. Db'}{\cos. Db' + \text{tg. } \varphi\ \cot. \nu}$$

(wegen $\sin. Db' = \sqrt{\frac{1}{10}}$ und $\cos. Db' = \sqrt{\frac{3}{10}}$; ferner wegen $\text{tg. } \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, aus dem ΔA′Db berechnet, und $\cot. \nu = \frac{1}{\sqrt{5}}$, aus dem Δb′$b^{IV}$m berechnet)

$= 1/4$; also

$$\text{tg. } A'x = \text{tg. } (A'D - Dx) = \frac{3}{5}$$

Ferner tg. A′y = tg. A′n. sin. x = tg. A′x. tg. x

(weil tg. x aus dem ΔA′Dn, worin $\text{tg. } Dn = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$ ist, berechnet, $= 1/3$ gefunden wird)

$$= \frac{1}{5}.$$

Die Längen der drei Stützen in den Richtungen A′, A und A″, gegen welche die Fläche n geneigt zu denken ist, verhalten sich demnach zu einander, wie die Zahlen 3 : 5 : 15. — Die vollzählige Combination aller b zu je drei in der angeführten Art erzeugt wiederum 24 Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in den Richtungen n, und die 48 durch sie erzeugten

Flächen dieses Namens bilden die zweite Varietät des Trigonalpolyeders.

13. Je drei b von der Stellung, wie (fig. 21.) b′, b″ und b^x, mit einander vereinigt, erzeugen eine mittlere Kraft nach der Richtung der Axe r. Diese Richtung wird gefunden, wenn man erwägt, daß b′ und b″ sich in A′, b″ und b^x aber in D″ vereinigen müssten, folglich die mittlere Axe zwischen allen drei b in den Durchschnittspunct der beiden größten Kreise $A'b^x$ und $D''b'$ eintreffen muß. Die Lage dieses Punctes r bestimmt sich wieder durch die Tangenten der beiden Kreisbogen A′x und A′y, welche durch die von ihm aus auf die Normalkreise A′A″ und A′A herabgelassenen Perpendikel rx und ry begrenzt werden.

Es ist nämlich

$$\text{tg. } A'x = \cos.\ \omega.\ \text{tg. } A'r = \frac{\sin.\ A'D''}{\cos.\ A'D'' + \text{tg. } \omega.\ \cot.\ \rho}$$

(wegen $A'D'' = 45°$; tg. $\omega =$ tg. $A''b^x = \frac{1}{2}$, und cot. $\rho = \sqrt{2}$)

$$= \frac{1}{2}.$$

Ferner ist

$$\text{tg. } A'y = \text{tg. } A'r.\ \sin.\ \omega = \text{tg. } A'x.\ \text{tg. } \omega = \frac{1}{4}.$$

Das Verhältniß der Stützen, gegen welche die Flächen r gelehnt zu denken sind, (deren Zahl wiederum 48, wie die der Axen r vier und zwanzig beträgt,) ist also das der Zahlen 1 : 2 : 4. Die Flächen r sind Flächen der dritten beobachteten Varietät des Trigonalpolyeders.

Augenscheinlich sind die Kantenprojectionen der Flächen aller drei Arten von Trigonalpolyedern (versteht sich, in der Voraussetzung vollkommen regelmäßiger Ausbildung) durch die Seiten der sphärischen Dreiecke A′PD, A′PD″, APD u. s. w. in der Figur angegeben.

Die Körperformen, welche aus den symmetrischen Combinationen der Hälfte oder des vierten Theils der Flächen des Trigonalpolyeders (in den drei beobachteten Abänderungen) her-

vorgehen, nämlich das Trigonal-, Tetragonal- und Pentagonal-Ikositetraeder, so wie das tetraedrische Pentagonal-Dodekaeder sind von Hausmann a. a. O. §. 149—153 beschrieben.

Wir schließen hiemit die Entwickelung der Formen oder Flächen, welche im isometrischen Krystallisationensysteme vorkommen und, wie man sich überzeugt haben wird, sehr einfach aus der Annahme einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei unter einander rechtwinklig verbundenen Richtungen mit gleicher Stärke hergeleitet werden können, indem wir uns bloß auf die wirklich beobachteten Gestalten oder Krystallflächen dieses Systems beschränken wollten. Im nächsten §. nehmen wir die Untersuchung derjenigen Krystall-Formen oder Flächen, welche überhaupt aus der Grundthätigkeit der Cohäsionskraft nach drei einander rechtwinklig kreuzenden Richtungen mit beliebig verschiedener Stärke nach den angenommenen Gesetzen herfließen können, allgemeiner auf, so daß die drei ersten Klassen von Krystallisationensystemen darunter begriffen sind, sobald man für das isometrische System die Voraussetzung völliger Gleichheit in der Stärke der Cohäsionskraft nach den drei Primäraxen, für die monodimetrischen die Voraussetzung dieser Gleichheit nur in zwei Primäraxen statt der allgemeineren an die Stelle setzt.

§. 59.

Entwickelung derjenigen Krystallformen, welche aus der Annahme einer ursprünglichen Wirksamkeit der Cohäsionskraft nach drei rechtwinklig verbundenen Richtungen, mit beliebigen Verhältnissen der Stärke, abgeleitet werden können, — oder die allgemeine Entwickelung aller Formen aus den drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen.

1. Die Voraussetzung einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei rechtwinklig verbundenen Axen von beliebiger Stärke, A, ^{1}A und ^{2}A, wurde schon den Betrachtungen in §. 56. II. 1. zum Grunde gelegt. Wir dürfen also hier auf dieselben zurückverweisen.

Aus der gleichzeitigen Verbindung dieser drei ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft nach allen Seiten entsprin-

gen, wie bereits gezeigt wurde, die vier, unter sich gleichen, mittleren Kräfte nach den fig. 11 angegebenen Axen P, P', P'' und P'''. Diese erzeugen offenbar einen von acht ebenen Flächen eingeschlossenen Körper, welcher bei gleichen Abmessungen in den Richtungen der vier Axen P ein Rhombenoktaeder, also die krystallographische Grundform der trimetrischen Krystallisationensysteme wird. Die sphärischen Triangel $A\,{}^{1}A\,{}^{2}A$ stellen in dieser Voraussetzung die Kantenprojection von den Flächen dieses Körpers auf die Kugel dar. Jede Fläche P hat gegen das nämliche A gleiche Neigung. Wird diese Grundform als bekannt angenommen, so findet sich (wie §. 56. II. 1. bewiesen wurde) das Verhältniß der Stärke von $A : {}^{1}A : {}^{2}A = \cos. AP : \cos. {}^{1}AP : \cos. {}^{2}AP$.

Die Angabe von zwei Bogen aus verschiedenen Quadranten in dem sphärischen Dreiecke $A\,{}^{1}A\,{}^{2}A$ reicht zur Bestimmung aller übrigen hin.

Würden zwei ursprüngliche Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, z. E. ${}^{1}A$ und ${}^{2}A$, als gleich stark und nur von der dritten verschieden angenommen, so würde die Axe ihrer mittleren Kraft, hier ${}^{1}D$, genau in der Mitte des sie verbindenden Normalkreises ${}^{1}A\,{}^{2}A$ eintreffen, also ${}^{1}A\,{}^{1}D = {}^{2}A\,{}^{1}D = 45°$. Alsdann würde die Neigung jeder Fläche P gegen ${}^{1}A$ und gegen ${}^{2}A$ vollkommen dieselbe, und der von den acht gleichartigen Flächen P eingeschlossenen Körper ein Quadratoktaeder, also die Grundform der monodimetrischen Krystallisationensysteme sein.

Daß die gleichnamigen Flächen P, wenn die ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft in allen drei Richtungen A als gleich stark angenommen sind, dem regulären Oktaeder angehören, ist schon im vorigen §. ausgeführt worden.

Man sieht hieraus, wie die Entwickelung der Gestalten des-isometrischen und der monodimetrischen Krystallisationensysteme in der Darstellung derjenigen Krystallflächen, welche in den trimetrischen Systemen vorkommen können, zugleich mit begriffen ist, und nur die Einführung beschränkender Voraussetzungen statt der allgemeineren nöthig macht

Die in der 11ten Figur gezeichneten Kreise sind nun augenscheinlich die Normalkreise aller derjenigen Zonen, welche

Hausmann mit dem Namen der Hauptzonen belegt hat (a. a. O. §. 128). Die drei Normalkreise A^2AA^2A, A^1AA und $^2A^1A^2A$ stellen die Normalebenen der beiden vertikalen Diagonalzonen und der horizontalen Zone vor. Wir wollen sie mit einem gemeinschaftlichen Namen Normalkreise der Grenzzonen nennen, weil sich in allen nachfolgenden Untersuchungen ergeben wird, daß die Verhältnisse, welche für Axen auf der einen Seite dieser Kreise Statt finden, vollkommen auf die nämliche Weise für die analogen Axen auf der entgegengesetzten Seite (bloß mit Vertauschung der Beziehungen von rechts und links, oben und unten, vorn und hinten) wieder eintreten. Diese drei Zonen sind nicht wesentlich von einander verschieden; durch bloße Umstellung der Figur wird aus der einen die andere. Was daher in allgemeiner Beziehung von den Flächen und Axen der einen oder andern dieser Zonen gesagt wird, abgesehen von den besonderen Werthen derselben im einzelnen Falle, das gilt unmittelbar auch von den beiden übrigen. Die Rechnung, welche für irgend eine Axe in einer dieser Zonen geführt wird, würde sich für die analogen Axen der beiden anderen, bloß mit Verwechslung der Indices, nur wiederholen.

Die sechs Flächen A, ^1A und ^2A, in genetischer Hinsicht die primären, sind in Hausmann's Bezeichnung die äußeren Grenzflächen (a. a. O. §. 96.) der drei genannten Zonen (welche von ihm durch A, B′ und B bezeichnet zu werden pflegen). Die zwölf Flächen D sind nach dessen Benennung die inneren Grenzflächen eben dieser Zonen, (a. a. O. §. 101.) deren Lage dem primären Neigungsverhältnisse der Zone entspricht, (von Hausmann gewöhnlich durch die Buchstaben E in der horizontalen, D′ und D in den beiden vertikalen Diagonalzonen bezeichnet).

Die noch übrigen Normalkreise A^1D (=) A^1D', $^1A^2D$ (=) $^1A^2D'$ und ^2AD (=) $^2AD'$ geben die Normalebene der vertikalen Primärzonen und der transversalen Hauptzonen an. (a. a. O. §. 128.) Wir wollen diese drei Arten von Zonen mit einem gemeinschaftlichen Namen Mittelzonen nennen. Die Flächen A und D sind ihre äußeren, die Flächen P ihre inneren Grenzflächen. Ihre primären Nei-

gungsverhältnisse sind durch die trigonometrischen Tangenten der Bogen AP oder DP (= 90° — AP) gegeben. Die Bogen AP mögen die ersten, DP die zweiten Theile dieser Mittelzone heißen, wonach die ihnen angehörigen Flächen und Axen mit secundären Neigungsverhältnissen leicht zu unterscheiden sind. Auch alle diejenigen Bogen dieser Normalkreise, welche mit den nämlichen Buchstaben bezeichnet sind, dürfen, abgesehen von den Werthen, welche sie im einzelnen Falle annehmen können, wenn die Indices der Buchstaben in die entsprechenden verwandelt werden, bei den Rechnungen, welche nur ihre allgemeinen Beziehungen zu einander aufzufinden bezwekken, für einander an die Stelle treten; so daß ein Verhältniß, welches für einen dieser Bogen aufgefunden ist, zugleich für alle gleichnamigen in derselben Beziehung ohne Weiteres angenommen werden darf.

Solche Axen, welche nicht in einen der bisher bezeichneten Normalkreise fallen, gehören nach Hausmann's Bezeichnung Nebenzonen an (a. a. O. §. 128; und die Lage der zu ihnen gehörigen Flächen erfordert die Angabe des Verhältnisses von drei Stützen in den Richtungen der drei Grundaxen, also zwei Neigungsverhältnisse.

2. Schon früher §. 57 wurde bei noch allgemeineren Voraussetzungen bewiesen, daß die Axen der mittleren Kräfte zwischen je zwei D, welche in den Seiten eines sphär. Dreiecks $A\,{}^1A\,{}^2A$ liegen, in diejenigen Durchschnittspunkte fallen müssen, welche die durch beide D gelegten größten Kreise mit dem zwischen sie fallenden Normalkreise einer Mittelzone bilden. So verbinden sich (fig. 22.) D und ${}^1D$ in a, D und ${}^2D$ in ${}^1a$, ${}^1D$ und ${}^2D$ in ${}^2a$. Die nämlichen Verhältnisse treten für jedes andere sphär. Dreieck $A\,{}^1A\,{}^2A$ ein, indem $D = D'$, ${}^1D = {}^1D'$, ${}^2D = {}^2D'$ und je zwei gleich starke D gegen das nämliche A auch dieselbe Lage haben. Um jedes A stellen sich demnach vier gleich starke a; es ist $a = a' = a'' = a'''$; ${}^1a = {}^1a' = {}^1a'' = {}^1a'''$ und ${}^2a = {}^2a' = {}^2a'' = {}^2a'''$.

Alle zwölf Axen a und die ihnen zugehörigen vier und zwanzig Flächen gleiches Namens liegen in den ersten Theilen der Mittelzonen. Ihr Neigungscoefficient, für alle derselbe, wird leicht auf folgende Weise gefunden. Im $\Delta\,{}^1Aa\,{}^1D$ ist

$$\cot {}^{x}Aa = \cot {}^{x}A\,{}^{1}D \cdot \cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cdot \cot \beta}{\sin {}^{x}A\,{}^{1}D}$$

Nun ist $\cot {}^{x}A\,{}^{1}D \cdot \cos \alpha = \cot {}^{x}AP$

ferner $\sin \alpha = \frac{\text{tg. } {}^{x}AD}{\text{tg. } {}^{x}AP}$ (im rechtwinkl. $\Delta {}^{x}ADP$)

und $\cot \beta = \frac{\sin {}^{x}A\,{}^{1}D}{\text{tg. } {}^{x}AD}$ (im rechtwinkl. $\Delta {}^{x}AD\,{}^{1}D$)

Danach wird der vorige Ausdruck für

$$\cot {}^{x}Aa = \cot {}^{x}AP + \frac{1}{\text{tg. } {}^{x}AP} = 2 \cot {}^{x}AP,$$

oder

$$\text{tg. } {}^{1}Aa = \tfrac{1}{2} \text{ tg. } {}^{1}AP.$$

Folglich ist der Neigungscoefficient für diese erste Art secundärer Flächen (a) in den ersten Theilen der Mittelzonen $= 1/2$ *).

*) Sollte a durch seine Lage in dem Normalkreise ${}^{1}DD$ dargestellt werden, so erhielte man

$$\cot {}^{1}Da = \cot {}^{1}A\,{}^{1}D \cdot \cos \beta + \frac{\sin \beta \cdot \cot \alpha}{\sin {}^{1}A\,{}^{1}D}$$

$$= \cot {}^{1}DD + \frac{\sin {}^{1}AD}{\sin {}^{1}DD \cdot \text{tg. } {}^{1}DP}$$

(wegen $\text{tg. } {}^{1}DP = \text{tg. } {}^{1}AD \cdot \cos {}^{1}A\,{}^{1}D$

$$= \cot {}^{1}DD + \frac{\cos {}^{1}AD}{\sin {}^{1}DD \cdot \cos {}^{1}A\,{}^{1}D}$$

(wegen $\cos {}^{1}AD \cdot \cos {}^{1}A\,{}^{1}D = \cos {}^{1}DD$

$$= \cot {}^{1}DD + \frac{\cot {}^{1}DD}{\cos {}^{1}A\,{}^{1}D^{2}}$$

Wäre nun, wie dies im monodimetrischen (und auch im isometrischen) Systeme der Fall ist, $\cos {}^{1}A\,{}^{1}D^{2}$ rational, so würde der Coefficient, den $\cot {}^{1}DD$, um $\cot {}^{1}Da$ auszudrücken, erhalten müsste, ebenfalls rational. Im monodimetrischen Systeme ist ${}^{1}A\,{}^{1}D = 45°$, also $\cos {}^{1}A\,{}^{1}D^{2} = 1/2$, und für diese Voraussetzung ist $\cot {}^{1}Da = 3 \cot {}^{1}DD$, oder $\text{tg. } {}^{1}Da = 1/3 \text{ tg. } {}^{1}DD$. Das monodime-

Es ist ferner im 57sten §. schon gezeigt, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen je zwei a aus demselben sphär. Dreieck A^2A^2A wieder in den Normalkreis der zwischen ihnen liegenden Mittelzone, und zwar in dessen zweiten Theil fallen muß, nämlich an die Stelle, wo der beide a verbindende größte Kreis diesen Normalkreis schneidet, u. s. f. Ueberhaupt entspringt aus der Combination von je zwei analogen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in den ersten Theilen der Mittelzonen eine mittlere, deren Richtung in die zweiten Theile eben dieser Zonen fällt, und aus der Combination von je zwei Seitenkräften der letzteren Art wieder eine der ersteren Art. So ist (fig. 22.) die mittlere Kraft zwischen je zwei zur Rechten mit gleichem Accent versehenen a ein d, zwischen je zwei d ein u u. s. f.

---

trische System hat die Eigenthümlichkeit, daß man durch Umdrehung seiner Grundform um einen Winkel von 45° in derjenigen Ebene, welche die beiden gleichen Axen derselben enthält, wodurch die Flächen D und ^{2}D (unserer Bezeichnung, nach Hausmann die Flächen D) an die Stelle der primären P kommen, wieder ein Quadratoktaeder erhält, nur mit einem anderen Verhältniß der einen (verticalen) zu den beiden unter sich gleichen (horizontalen) Axen. Würden also diejenigen Flächen, welche wir durch D und ^{2}D bezeichnen, für die primären (P) genommen (was bei der Willkür der bloß beschreibenden Methode sehr wohl angeht); so müssten die Flächen a, deren Neigung wir so eben durch $\frac{1}{3}$ tg. ^{1}AP bestimmt haben, bei dieser Verwechslung von ^{1}D mit ^{1}A und D mit P durch $\frac{1}{3}$ tg. ^{1}AP (eigentlich $\frac{1}{3}$ tg. ^{1}DD) bezeichnet werden.

Man überzeugt sich durch eine leichte Rechnung, daß unser P, bei eben dieser Vertauschung der Grundform, als eine secundäre Fläche in dem Normalkreise ^{1}AD mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{2}$ erscheinen würde.

In genetischer Beziehung ist die Wahl der Grundform nicht gleichgiltig, insofern sich die Bestimmung der relativen Stärke, womit die Cohäsionskraft in den drei ursprünglichen Axen thätig ist, danach richtet. Die größere Wahrscheinlichkeit gewisser Neigungscoefficienten secundärer Krystallflächen in verschiedenen Zonen, wie z. E. hier ^{1}AD oder ^{1}DP, wird daher in der Folge für die Wahl einer Grundform in den Fällen, wo sie hinsichtlich der bloßen Krystallbeschreibung willkürlich sein dürfte, eine bestimmtere Norm abgeben.

Es wird in der Folge noch für mehre analoge Kräfte, deren Axen entweder in die ersten oder zweiten Theile der Mittelzonen fallen, das Verhältniß ihrer Stärke nachgewiesen werden, vermöge dessen die Richtung der mittleren Kraft zwischen je zwei Kräften der ersten Art innerhalb desselben Dreiecks $A\,{}^{1}A\,{}^{2}A$ in den zweiten Theil des Normalkreises der zwischen ihnen liegenden Mittelzone, und die Axe der von je zwei Kräften der letzteren Art erzeugten mittleren in den ersten Theil eines solchen Normalkreises eintreffen muß. Wir werden daher die Beziehung unter den Neigungscoefficienten solcher Axen oder Flächen, welche auf die angeführte Art und Weise in den ersten und zweiten Theilen der Mittelzonen einander entsprechen, gleich in der allgemeinsten Form darstellen.

Man beurtheilt ferner leicht, daß aus der Verbindung von je zwei gleich starken a aus zwei an einander schließenden sphärischen Dreiecken $A\,{}^{1}A\,{}^{2}A$ eine mittlere Kraft entspringen muß, deren Axe in den dazwischen liegenden Normalkreis einer Grenzzone fällt. So verbinden sich z. E. a und a′ in b, a″ und a‴ in b′, a und a″ in ${}^{1}b$ und a′ und a‴ in ${}^{1}b'$ u. s. f. Es ist nämlich der Abstand aller vier um dasselbe A gelegenen a von diesem A gleich, $\angle {}^{1}Aa = \angle {}^{1}Aa' = \angle {}^{1}Aa'' = \angle {}^{1}Aa'''$, und auch die Winkel, welche diese Bogen mit dem Normalkreise jeder einzelnen Grenzzone einschließen, sind einander gleich; folglich $ab = a'b$, $a\,{}^{1}b = a''\,{}^{1}b$, ꝛc. und die Winkel bei b, b′, ${}^{1}b$, ${}^{1}b'$ ꝛc. sind rechte. Man sieht leicht ein, daß $b = b'$, ${}^{1}b = {}^{1}b'$ sein müsse.

In zwei gleich starke a, welche in demselben Normalkreise auf entgegengesetzten Seiten des zwischen sie fallenden A liegen, müssten sich in der Richtung dieser letzteren Axe vereinigen, also je drei a, welche um dasselbe A liegen, wie z. E. a, a′ und a″, in einer Richtung, welche in den seitwärts zu dem dritten a führenden Normalkreis einer Mittelzone fällt. So würde die Axe der mittleren Kraft zwischen a, a′ und a″ in dem Normalkreise ${}^{1}Aa$ zu suchen sein. Daraus geht aber nach §. 57 hervor, daß auch die Axen der mittleren Kraft zwischen b und ${}^{1}b$, welche aus der Verbindung von je zwei entspringen, in eben diesen Normalkreis fallen müsse, nämlich dahin, wo derselbe von einem zwischen jenen beiden b gezogenen größten Kreise geschnitten wird. Auf diese Weise entstehen um jedes A

vier einander gleiche o, welche wieder dieselben Beziehungen zu einander haben, wie vorhin je vier gleich starke a. Auf ähnliche Weise, wie diese, combinirt, geben sie die in der Figur durch h bezeichneten mittleren Kräfte, diese zu je zwei combinirt vier o u. s. f. Auch die Beziehung unter den Neigungscoefficienten solcher Axen und Flächen, welche den ersten Theilen der Mittelzonen und den Grenzzonen angehören, und dabei in der angegebenen Art von einander abhängen, soll gleich durch allgemeine Formeln dargestellt werden.

Auch diejenigen Kräfte, deren Axen in die zweiten Theile der Mittelzonen fallen (wie z. B. d), sind einer Zusammensetzung zu je zwei fähig, wodurch mittlere Kräfte erzeugt werden, deren Richtung in die Normalkreise der Grenzzonen eintrifft: so z. E. die Axen der mittleren Kräfte zwischen d und d', d'' und d''', ^{1}d und ^{1}d'', ^{1}d' und ^{1}d''', ^{2}d und ^{2}d' u. s. f. Auch die Abhängigkeit der Neigungscoefficienten erzeugender und erzeugter Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in diesem Verhältniß soll allgemein angegeben werden.

3. Es werde also angenommen, fig. 23. seien die Bogen AP und ^{1}AP die ersten Theile der Normalkreise zweier Mittelzonen, ($A\,^{1}A = 90°$) und in diesen a und ^{1}a zwei analoge Axen mit gleichem Neigungscoefficienten (was sich aus leicht begreiflichen Gründen schon jetzt als Eigenthümlichkeit analoger Axen überhaupt annehmen läßt), den wir allgemein m nennen wollen, also $\text{tg. } Aa = m \text{ tg. } AP$ und $\text{tg. } {}^{1}Aa = m \text{ tg. } {}^{1}AP$. Wird dann ferner vorausgesetzt, die relative Stärke von a und ^{1}a sei so beschaffen, daß die Axe ihrer mittleren Kraft in den zwischen sie fallenden zweiten Theil des Normalkreises der dritten Mittelzone eintrifft, so findet man den Ort derselben, indem man von P aus auf die Seite $A\,^{1}A$ ein Perpendikel herabläßt, in der Figur PD, und dieses durch den Bogen eines größten Kreises zwischen a und ^{1}a durchschneidet. Der Durchschnittspunkt d ist der Endpunkt der zu bestimmenden Axe; denn der Bogen PD, welcher genugsam fortgesetzt in den Pol der Seite $A\,^{1}A$, nämlich in ^{2}A eintreffen würde, gehört dem Normalkreise der dritten Mittelzone an.

Um nun tg. Dd in Beziehung auf tg. DP zu bestimmen, ist es zweckmäßig, die Bogen Da und D^{1}a zu ziehen. Alsdann zeigt sich, daß die Winkel, welche beide mit der Seite

A^1A (also auch mit DP) einschließen, bei den angenommenen Bedingungen einander immer gleich sind, $\rho = \rho'$. Es ist nämlich

$$\cot.\ \rho = \frac{\cot.\ Aa.\ \sin.\ Ad}{\sin.\ \alpha} - \cos.\ AD.\ \cot.\ \alpha$$

$$= \frac{\cot.\ AP.\ \sin.\ AP.\ \sin.\ AD}{m.\ \sin.\ DP} - \frac{\cos.\ AD.\ \sin.\ AD.\ \cos.\ DP}{\sin.\ DP}$$

$$= \frac{(1-m)}{m}.\ \cot.\ DP.\ \cos.\ AD.\ \sin.\ AD$$

Auf ähnliche Weise findet man

$$\cot.\ \rho' = \frac{(1-m)}{m}.\ \cot.\ DP.\ \cos.\ {}^1AD.\ \sin.\ {}^1AD,$$

folglich, weil $\cos.\ AD = \sin.\ {}^1AD$ und $\sin.\ AD = \cos.\ {}^1AD$ ist,

$$\cot.\ \rho = \cot.\ \rho',\ \text{oder}\ \rho = \rho'\ *).$$

Nun ist (im Δ Dda)

$$\cot.\ Dd = \cot.\ Da.\ \sin.\ \rho + \frac{\cos.\ \rho\ \cot.\ \varphi}{\sin.\ Da};$$

und da man (aus dem Δ Da^1a)

$$\cot.\ \varphi = \frac{\cot.\ D^1a.\ \sin.\ Da}{(\sin.\ 180° - 2\rho)} - \cos.\ Da.\ \cot.\ (180° - 2\rho)$$

$$= \frac{\cot.\ D^1a.\ \sin.\ Da + \cos.\ Da\ (\cos.\ \rho^2 - \sin.\ \rho^2)}{2.\ \sin.\ \rho.\ \cos.\ \rho}$$

findet, so wird

$$\cot.\ Dd = \cot.\ Da.\ \sin.\ \rho + \frac{\cot.\ D^1a}{2.\ \sin.\ \rho} + \frac{\cot.\ Da\ (\cos.\ \rho^2 - \sin.\ \rho^2)}{2.\ \sin.\ \rho}$$

*) Hierin liegt der Grund, weßhalb schon fig. 22. der Bogen $^1D^0D'$ als Fortsetzung von D^1D, desgleichen $^1DD'$ als Fortsetzung von $^1D^2D$ u. s. f. überhaupt die durch je vier D gehenden Kreisbogen als zusammengehörige Theile eines und desselben größten Kreises bezeichnet worden sind.

$$= \frac{\text{cot. Da} + \text{cot.}(\text{D}^{\text{I}}\text{a})}{2. \sin. \rho}$$

$$= \frac{(\text{cot. AD} + \text{cot. }^{\text{I}}\text{AD}) \text{ cot. } \rho}{2} + \frac{\text{cot. } \alpha}{2. \text{ sin. AD}} + \frac{\text{cot. } \varepsilon}{2. \text{ sin. }^{\text{I}}\text{AD}},$$

woraus nach Einführung des vorhin für cot. ρ gefundenen Werthes, wenn außerdem cot. α = cot. DP. sin. AD, und cot. ε = cot. DP. sin. ^{I}AD gesetzt wird, durch eine leichte Zusammenziehung folgt:

$$\text{cot. Dd} = \frac{1 + m}{2m} . \text{ cot. DP, oder}$$

$$\text{tg. Dd} = \frac{2m}{1 + m} . \text{ tg. DP.}$$

4. In fig. 24. ist angenommen, d und ^{I}d seien zwei analoge Axen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen, PD stehe senkrecht auf A^{I}A, P^{I}D senkrecht auf A^{I}A, der W. DA^{I}D = 90°, der gleiche Neigungscoefficient für beide Axen d heiße n, also tg. Dd = n. tg. DP und tg. ^{I}D^{I}d = n. tg. ^{I}DP, und die Stärke der in diesen Axen thätigen Wirkungen der Cohäsionskraft verhalte sich so, daß die aus ihrer Vereinigung entspringende mittlere Kraft die Richtung einer Axe u erhält, welche in den Normalkreis der dritten Mittelzone AP, also in dessen ersten Theil eintrifft. Um nun die Lage der Axe u zu bestimmen, werden die Bogen größter Kreise Ad und A^{I}d gezogen, wodurch der W. PAD = α in die beiden Theile μ und π (= $\alpha - \mu$), und der W. PA^{I}D = α' = 90° − α in die beiden Theile μ' und π' (= $\alpha' - \mu'$) zerlegt wird.

$$\text{Nun ist tg. } \mu = \frac{\text{tg. Dd}}{\text{sin. AD}} = \text{n. } \frac{\text{tg. DP}}{\text{sin. AD}} = \text{n. tg. } \alpha,$$

$$\text{und tg. } \mu' = \text{n. tg. } \alpha' = \text{n. cot. } \alpha.$$

Alsdann findet man (aus dem Δ Aud)

$$\text{cot. Au} = \text{cot. Ad. cos. } \pi + \frac{\text{sin. } \pi . \text{ cot. } \psi}{\text{sin. Ad}}$$

und weil (im Δ Ad ^{1}d)

$$\cot.\ \psi = \frac{\cot.\ A^1d.\ \sin.\ Ad}{\sin.\ (\pi + \pi')} - \frac{\cos.\ Ad.\ \cos.\ (\pi + \pi')}{\sin.\ (\pi + \pi')} \text{ ist,}$$

so wird $\cot.\ Au = \dfrac{\cot.\ Ad.\ \sin.\ \pi' + \cot.\ A^1d.\ \sin.\ \pi}{\sin.\ (\pi + \pi')}$.

Wird alsdann

$$\cot.\ Ad = \cot.\ AD.\ \cos.\ \mu = \cot.\ AP.\ \frac{\cos.\ \mu}{\cos.\ \alpha}$$

ferner $\cot.\ A^1d = \cot.\ AP.\ \dfrac{\cos.\ \mu'}{\cos.\ \alpha'}$ gesetzt,

und $\sin.\ \pi' = \sin.\ (\alpha' - \mu')$,

$\sin.\ \pi = \sin.\ (\alpha - \mu)$, und

$\sin.\ (\pi + \pi') = \cos.\ (\mu + \mu')$ entwickelt,

so ergiebt sich vermittelst einer leichten Umformung der trigonometrischen Functionen

$$\cot.\ Au = \cot.\ AP.\ \frac{(2 - \text{tg.}\ \mu'.\ \cot.\ \alpha' - \text{tg.}\ \mu.\ \cot.\ \alpha)}{1 - \text{tg.}\ \mu.\ \text{tg.}\ \mu'.}$$

woraus durch Substitution der oben angeführten Werthe von tg. μ und tg. μ' folgt

$$\cot.\ Au = \cot.\ AP.\ \frac{2 - 2n}{1 - n^2}$$

$$= \frac{2}{1 + n}\ \cot.\ AP., \text{ oder}$$

$$\text{tg.}\ Au = \frac{1 + n}{2}.\ \text{tg.}\ AP.\ ^*)$$

*) Dasselbe Verhältniß, welches für die Stärke der beiden hier combinirten Kräfte d und ^{1}d vorausgesetzt ist, bleibt sich auch für das ihnen gleiche Paar analoger Kräfte d und ^{1}d′ (ebenfalls in der 24sten Figur verzeichnet) gleich, deren Axen in denselben Normalkreisen, aber in verschiedenen sphär. Dreiecken A^1A^2A, auf der anderen Seite des

5. In fig. 25. wird vorausgesetzt, die Normalkreise zweier Grenzzonen DD′ und $^1D\,^1D'$ schneiden einander in A unter rechten Winkeln, mit jedem von ihnen bilden die einander in A kreuzenden Normalkreise zweier Mittelzonen PP‴ und P′P″ gleiche Winkel, und in ihnen liegen, in gleichen Abständen von A, die Axen von vier gleich starken Thätigkeiten der Cohäsions-

---

zwischen jedes gleiche Paar fallenden D liegen. Es ist leicht zu zeigen, daß vermöge dieses angenommenen Verhältnisses auch die Axe der mittleren Kraft zwischen d′ und $^1d'$ in dem Durchschnittspunkte endigen müsse, welchen der Bogen eines sie verbindenden größten Kreises mit dem Normalkreise AP bildet, in der Figur in w. Wenn nämlich d und ^1d sich in u vereinigen sollen, so muß

$$\frac{d}{^1d} = \frac{\sin.\ ^1du}{\sin.\ du} = \frac{\sin.\ P\,^1d.\ \sin.\ \eta}{\sin.\ Pd.\ \sin.\ \varepsilon}$$

vorausgesetzt sein. Damit aber die Axe der mittleren Kraft zwischen d′ und $^1d'$ in w eintreffe, muß

$$\frac{d'}{^1d'} = \frac{\sin.\ ^1d'w}{\sin.\ d'w} = \frac{\sin.\ P\,^1d'.\ \sin.\ \eta}{\sin.\ Pd'.\ \sin.\ \varepsilon}$$

sein. Es ist demnach bloß die Frage, ob

$$\frac{\sin.\ P\,^1d}{\sin.\ Pd} = \frac{\sin.\ P\,^1d'}{\sin.\ Pd'}$$

sei, und diese Gleichheit ergiebt sich augenblicklich, wenn man

$$\frac{\sin.\ P\,^1d'}{\sin.\ Pd'} \text{ als } \frac{\sin.\ (P\,^1d + 2\,^1D\,^1d)}{\sin.\ (Pd + 2\,Dd)}$$

entwickelt, aus dem Zähler sin. $P\,^1d$, aus dem Nenner sin. Pd als gemeinschaftlichen Factor absondert, cot. $P\,^1d$ als cot. $(^1DP - {}^1D\,^1d)$, desgleichen cot. Pd als cot. (DP — Dd) berechnet und der Annahme gemäß tg. Dd = n. tg. DP, und tg. $^1D\,^1d$ = n. tg. ^1DP setzt. Die Factoren, welche sich neben sin. $P\,^1d$ und sin. Pd gestellt haben, zeigen sich alsdann völlig übereinstimmend und heben sich deshalb auf.

Der Neigungscoefficient der Axe w unterscheidet sich von dem so eben für u abgeleiteten nur dadurch, daß in diesem das Vorzeichen des zum Grunde gelegten n (+) in das entgegengesetzte (—) verwandelt ist. Man findet nämlich tg. $Aw = \frac{1-n}{2}$. tg. AP.

kraft $a = a' = a'' = a'''$ und $Aa = Aa' = Aa'' = Aa'''$. Die Axen der aus ihrer Combination zu je zwei hervorgehenden mittleren Kräfte sind b, b', ^{I}b und $^{I}b'$. Es werde dann allgemein angenommen, tg. Aa = m. tg. AP, tg. Aa' = m. tg. AP' u. s. w., und man erinnere sich, daß den Bedingungen der Construction zufolge die Winkel bei D, ^{I}D ꝛc., so wie bei b, ^{I}b ꝛc. rechte sein müssen; so berechnet sich

$$\text{tg. Ab} = \text{tg. Aa. cos. } \alpha$$

$$= \frac{\text{m. tg. AP. tg. AD}}{\text{tg. AP}} = \text{m. tg. AD}$$

$$(\text{tg. A}\,^{I}b = \text{m. tg. A}\,^{I}D.)$$

Es ist ferner oben (in diesem §. Nro. 2) schon dargethan worden, daß aus der Verbindung von je zwei b um dasselbe A vier gleich starke mittlere Kräfte nach den in der Figur durch e, e', e'' und e''' bezeichneten Axen hervorgehen müssen. Man berechnet aber leicht

$$\text{cot. Ae} = \text{cot. Ab. cos. } \alpha + \frac{\text{sin. } \alpha\text{. cot. } \beta}{\text{sin. Ab}}$$

$$(\text{wegen cot. } \beta = \text{sin. Ab. cot. A}\,^{I}b)$$

$$= \frac{\text{cot. AP}}{m} + \frac{\text{cot. AP}}{m}$$

$$= \frac{2.\ \text{cot. AP}}{m} \text{ oder}$$

$$\text{tg. Ae} = \frac{1}{2}\,\text{tg. Aa} = \frac{m}{2}\,\text{tg. AP.}$$

6. In fig. 26 sollen durch d, d', ^{I}d, $^{I}d'$ ꝛc. analoge Axen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen bezeichnet sein, tg. Dd = n. tg. DP, tg. $^{I}D\,^{I}d$ = n. tg. ^{I}DP u. s. f.

Je zwei d, welche gegen das nämliche A dieselbe Lage haben, sind einander gleich, d = d', $^{I}d = {}^{I}d'$ ꝛc. Die Axe der mittleren Kraft zwischen je zwei gleich starken d liegt folglich in einer Grenzzone; aus d und d' entspringt f; der Bogen

dfd' muß A^1D unter rechten Winkeln schneiden. (Aus ^1d und $^1d'$ entspringt ^1f u. s. f.)

Um nun die Lage von f zu bestimmen, ziehe man nach den Bogen eines größten Kreises Ad. Alsdann ist

$$\text{tg. } Af = \text{tg. } Ad. \sin. \mu = \text{tg. } AD. \text{ tg. } \mu$$
$$= \frac{\text{tg. } Dd}{\cos. Ad} = \frac{\text{n. tg. } DP}{\sin. {}^1AD} = \text{n. tg. } \beta$$
$$= \text{n. tg. } A^1D.$$

(Auf ähnliche Weise findet man tg. A^1f = n. tg. AD ꝛc.)

War nun die Stärke der analogen Axen d und ^1d so beschaffen, daß die Axe ihrer mittleren Kraft in den Normalkreis der zwischen sie fallenden Mittelzone AP hätte eintreffen müssen, in der Figur als u; so läßt sich leicht zeigen, daß auch die Axe der mittleren Kraft zwischen je zwei in verschiedenen Grenzzonen liegenden f, wie f und ^1f, ebenfalls wieder in diesen Normalkreis (AD) fallen müsse, in der Figur als o. Vorausgesetzt also $\frac{d}{^1d} = \frac{\sin. {}^1du}{\sin. du}$, so ist zu beweisen, daß $\frac{f}{^1f} = \frac{\sin. {}^1fo}{\sin. fo}$ sei. (Vergl. §. 56. I, 4.)

Nun ist aber (nach §. 56. I. 3.)

$$\frac{f}{(x)} = \frac{2d. \cos. fd}{(x)} \text{ und } \frac{^1f}{(x)} = \frac{2\,{}^1d. \cos. {}^1f\,{}^1d}{(x)}$$

also $\frac{f}{^1f} = \frac{d. \cos. fd}{^1d. \cos. {}^1f\,{}^1d} = \frac{\sin. {}^1du. \cos. fd}{\sin. du. \cos. {}^1f\,{}^1d}$. Es fragt sich demnach, ob dieser letzte Quotient $= \frac{\sin. {}^1fo}{\sin. fo}$ sei. Da bereits bewiesen ist, daß tg. Af = n. tg. A^1D und tg. A^1f = n. tg. AD sei, da ferner fd auf A^1D und $^1f\,^1d$ senkrecht auf AD steht, so folgt durch bloße Umkehrung der sub Nro. 5 ausgeführten Schlüsse, daß der Durchschnittspunkt der beiden Kreisbogen fd und $^1f\,^1d$ in den Normalkreis AP fallen müsse, in der Figur in Q (es muß nämlich tg. AQ = n. tg. AP sein).

Nun ist $\frac{\sin. {}^1du}{\sin. du} = \frac{\sin. {}^1dQ. \sin. \varepsilon}{\sin. dQ. \sin. \eta}$

$$= \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{dQ. sin. fQ. sin. } {}^{\text{I}}\text{fo}}{\text{sin. dQ. sin. } {}^{\text{I}}\text{fQ. sin. fo}}; \text{ deshalb}$$

$$\frac{\text{f}}{{}^{\text{I}}\text{f}} = \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{fo}}{\text{sin. fo}} \cdot \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{dQ. sin. fQ. cos. fd.}}{\text{sin. dQ. sin. } {}^{\text{I}}\text{fQ. cos. } {}^{\text{I}}\text{f}^{\text{I}}\text{d}}$$

Wird in diesem Ausdruck sin. ${}^{\text{I}}$dQ = sin. (${}^{\text{I}}$f${}^{\text{I}}$d — ${}^{\text{I}}$fQ) und sin. dQ = sin. (fd — fQ) entwickelt, so ergiebt sich durch bloßes Umschreiben der trigonometrischen Functionen

$$\frac{\text{f}}{{}^{\text{I}}\text{f}} = \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{fo}}{\text{sin. fo}} \cdot \frac{(\text{tg. } {}^{\text{I}}\text{f}^{\text{I}}\text{d. cot. } {}^{\text{I}}\text{fQ} - 1)}{(\text{tg. fd. cot. fQ} - 1)}$$

Es ist aber tg. ${}^{\text{I}}$f${}^{\text{I}}$d = tg. A${}^{\text{I}}$D. cos. A${}^{\text{I}}$f,

tg. fd = tg. AD. cos. Af

und wenn der W. PAD (=) α genannt wird, cot. ${}^{\text{I}}$fQ = $\frac{\text{cot. } \alpha}{\text{sin. A}^{\text{I}}\text{f}}$ und cot. fQ = $\frac{\text{tg. } \alpha}{\text{sin. Af}}$; mithin

$$\frac{\text{tg. } {}^{\text{I}}\text{f}^{\text{I}}\text{d. cot. } {}^{\text{I}}\text{fQ} - 1}{\text{tg. fd. cot. fQ} - 1} = \frac{\text{tg. A}^{\text{I}}\text{D. cot. A}^{\text{I}}\text{f. cot. } \alpha - 1}{\text{tg. AD. cot. Af. tg. } \alpha - 1}$$

(weil cot. A${}^{\text{I}}$f = $\frac{\text{cot. AD}}{\text{n}}$, cot. Af = $\frac{\text{cot. A}^{\text{I}}\text{D}}{\text{n}}$

und cot. α = $\frac{\text{tg. AD}}{\text{tg. A}^{\text{I}}\text{D}}$, folglich tg. α = $\frac{\text{tg. A}^{\text{I}}\text{D}}{\text{tg. AD}}$ ist)

$$= \frac{\frac{1}{n} - 1}{\frac{1}{n} - 1} = 1.$$ Demnach ist in der angegebenen Voraussetzung $\frac{\text{f}}{{}^{\text{I}}\text{f}} = \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{fo}}{\text{sin. fo}}$, d. h. die mittlere Kraft o zwischen je zwei f in verschiedenen Grenzzonen, welche aus der Combination von je zwei analogen und gleichen d (in der Voraussetzung, daß $\frac{\text{d}}{{}^{\text{I}}\text{d}} = \frac{\text{sin. } {}^{\text{I}}\text{du}}{\text{sin. du}}$ sei) entspringen, muß eine

Richtung verfolgen, welche in den ersten Theil des Normalkreises der zwischen beiden f gelegenen Mittelzone eintrifft. Das Verhältniß der Kräfte f : ^{I}f entspricht also vollkommen dem vorhin (Nro. 5) angegebenen Verhältniß der Kräfte b : ^{I}b. Es geht aus der daselbst geführten Rechnung hervor, daß tg. Ao = $\frac{n}{2}$ tg. AP sein müsse.

7. Von den vier analogen und gleich starken a (fig. 27.) irgend einer Art, welche in den ersten Theilen der Mittelzonen gleich weit von dem nämlichen A abliegen, mögen sich je drei zu einer mittleren Kraft vereinigen. Es gehen daraus die Kräfte nach den in der Figur durch i bezeichneten Richtungen hervor, welche selbst wieder in die ersten Theile der Normalkreise für die Mittelzonen eintreffen müssen. Die mittlere Kraft zwischen a, a′ und a″ ist i. Da nämlich a′ und a″ sich in A vereinigen würden, so muß i in dem Bogen Aa liegen, und zwar, weil a und a′ sich in b combiniren würden, da, wo dieser Bogen von dem Bogen eines größten Kreises ba″ geschnitten wird. Alle vier i um dasselbe A erhalten die nämliche Lage gegen dieses und sind einander der Stärke nach gleich.

Wird nun vorausgesetzt

$$\text{tg. Aa} = \text{m. tg. AP} = \text{tg. Aa}' = \text{m. tg. AP}' \text{ ꝛc.},$$

so wird

$$\text{cot. Ai} = \text{cot. Ab. cos. } \alpha + \frac{\text{sin. } \alpha \text{. cot. } \tau}{\text{sin. Ab}},$$

und weil cot. Ab. cos. α = cot. Aa

und cot. $\tau = \frac{\text{cot. Aa''. sin. Ab}}{\text{sin. } \alpha'} + \text{cos. Ab. cot. } \alpha'$

ist (im Δ Aa″b), so folgt daraus

$$\text{cot. Ai} = \text{cot. Aa} + \text{cot. Aa} + \text{cot. Aa} = 3 \text{ cot. Aa},$$

$$\text{also tg. Ai} = \frac{1}{3} \text{ tg. Aa} = \frac{m}{3} \text{ tg. AP}.$$

Man darf augenscheinlich statt der Kräfte a auch die Kräfte P an die Stelle setzen, ohne wesentliche Veränderung in den

Voraussetzungen, nur daß in diesem Falle $m = 1$, also der Neigungscoefficient für die Axen der abgeleiteten Kräfte $(i) = \frac{1}{3}$ wird.

8. Von vier analogen Kräften, deren Axen in den Grenzzonen um dasselbe A symmetrisch vertheilt liegen, und deren Stärke sich so verhält, daß die mittlere Kraft zwischen je zweien der Richtung nach in den Normalkreis einer Mittelzone fällt, sollen je drei zu einer mittleren Kraft zusammentreten. Es wird fig. 28 angenommen $b = b'$ und ${}^{1}b = {}^{1}b'$, ferner tg. Ab = tg. Ab' = m. tg. AD und tg. $A\,{}^{1}b$ = tg. $A\,{}^{1}b'$ = m. tg. $A\,{}^{1}D$, endlich $\frac{b}{{}^{1}b} = \frac{\sin.\ {}^{1}be}{\sin.\ be}$ u. s. f. d. h. die aus der Verbindung von je zwei dieser Kräfte b entspringende mittlere Kraft ist ein e, ihre Axe liegt in dem Normalkreise einer Mittelzone. Es ist dann sub Nro. 5 bereits dargethan, daß tg. $Ae'' = \frac{1}{2}$ tg. $Aa'' = \frac{m}{2}$ tg. AP'' werden müsse.

Die sub Nro. 6 durch f und ${}^{1}f$ bezeichneten Kräfte und Axen erfüllen offenbar die nämlichen Bedingungen, welche hier für die Kräfte und Axen b aufgestellt sind; also gilt auch von ihnen, was von der Verbindung der Kräfte b in der bezeichneten Art und Weise bewiesen werden wird.

Die Axen der Kräfte, welche aus der angeführten Verbindung von je drei b entspringen, sind augenfällig selbst wieder in den Normalkreisen der Grenzzonen aufzusuchen. In der Figur sind sie durch g bezeichnet und durch folgende Construction bestimmt. Da die Axe der mittleren Kraft zwischen den gleichstarken b und b' in A, also zwischen b, b' und ${}^{1}b$ in dem Kreisbogen $A\,{}^{1}b$, ferner die Axe der mittleren Kraft zwischen b' und ${}^{1}b$ in e'', mithin zwischen b', ${}^{1}b$ und b auch in dem Bogen e''b liegen muß; so kann nur der Durchschnittspunkt beider Bogen $A\,{}^{1}b$ und e''b, nämlich g, der Ort für die Axe derjenigen mittleren Kraft angeben, welche aus dem gleichzeitigen Zusammenwirken aller drei Kräfte b, b' und ${}^{1}b$ entsteht. Auf ähnliche Weise findet man g' (= g) und ${}^{1}g$ (=) ${}^{1}g'$.

Nun ist (im rechtwinkl. sphär. Δ Agb)

$$\text{cot. } Ag = \frac{\text{cot. } \sigma}{\sin.\ Ab}, \text{ und (im } \Delta \text{ Ae''b)}$$

$$\cot.\sigma = \frac{\cot. Ae''. \sin. Ab}{\sin. \alpha'} + \cos. Ab. \cot. \alpha';$$

$$\text{folglich } \cot. Ag = \frac{\cot. Ae''}{\sin. \alpha'} + \cot. Ab. \cot. \alpha'$$

$$\left(\text{weil } \frac{\cot. Ae''}{\sin. \alpha'} = \frac{2 \cot. Aa''}{\sin. \alpha'} = 2 \cot. A^{x}b \text{ und}\right.$$

$$\left.\cot. \alpha' (= \cot. \alpha) = \frac{\cot. A^{x}b}{\cot. Ab} \text{ ist}\right)$$

$$= 2 \cot. A^{x}b + \cot. A^{x}b = 3 \cot. A^{x}b,$$

$$\text{oder } tg. Ag = \frac{1}{3} tg. A^{1}b = \frac{m}{3} tg. A^{1}D.$$

(Derselbe Neigungscoefficient findet sich für ${}^{x}g$ (= ${}^{x}g'$) d. h. $tg. A^{x}g = \frac{m}{3} tg. AD.$)

Dieselben Bedingungen, welche so eben in Hinsicht auf die Kräfte b gestellt wurden, treffen auch bei den Kräften D und ${}^{x}D$ zu, für welche bloß $m = 1$ zu setzen wäre. Aus ihrer Combination zu je drei um dasselbe A entspringen also mittlere Kräfte, deren Axen in allen Theilen der Grenzzonen durch den Neigungscoefficient $\frac{1}{3}$ bestimmt werden.

Es ist leicht zu zeigen, daß die Stärke von g sich zu der von ${}^{x}g$ wieder so verhalte, daß die Axe der aus ihrer Combination entspringenden mittleren Kraft in den Normalkreis der zwischen sie fallenden Mittelzone (und zwar in dessen ersten Theil) eintreffen müsse. In der Figur ist diese Axe durch w bezeichnet (w der Durchschnittspunkt der Kreisbogen $g\,{}^{x}g$ und AP). Demnach wäre zu beweisen, daß $\frac{g}{{}^{x}g} = \frac{\sin. {}^{x}gw}{\sin. gw}$ sei. Es ist aber der angegebenen Entstehung gemäß (nach §. 56. I. 4.)

$$\frac{g}{(x)} = \frac{{}^{x}b. \sin. A^{x}b}{(x) \sin. Ag} \text{ und}$$

$$\frac{{}^{1}g}{(x)} = \frac{b.\ \sin.\ Ab}{(x)\ \sin.\ A\,{}^{1}g}; \text{ folglich}$$

$$\frac{g}{{}^{1}g} = \frac{{}^{1}b.\ \sin.\ A\,{}^{1}b.\ \sin.\ A\,{}^{1}g}{b.\ \sin.\ Ab.\ \sin.\ Ag}$$

Es wurde ferner vorausgesetzt, daß

$$\frac{{}^{1}b}{b} = \frac{\sin.\ be}{\sin.\ {}^{1}be}, \text{ also auch } = \frac{\sin.\ Ab.\ \sin.\ \alpha}{\sin.\ A\,{}^{1}b.\ \sin.\ (90° - \alpha)}$$

sei, und wird dieser Werth in dem vorigen Ausdruck an die Stelle gesetzt, so erhält man

$$\frac{g}{{}^{1}g} = \frac{\sin.\ A\,{}^{1}g.\ \sin.\ \alpha}{\sin.\ Ag.\ \sin.\ (90° - \alpha)}$$

$$= \frac{\sin.\ {}^{1}gw}{\sin.\ gw},$$

was bewiesen werden sollte.

9. Bisher wurde nur das Verhältniß solcher abgeleiteter Wirkungen der Cohäsionskraft angegeben, deren Axen in den Normalkreisen der Grenz- und Mittelzonen eine analoge Stellung um dasselbe A haben. In diesem Abschnitte soll nun auch das Verhältniß von je zwei solchen Kräften gegen einander nachgewiesen werden, welche nach einer der bisher beschriebenen Voraussetzungen aus früheren abgeleitet, der Lage nach auf zwei verschiedene A bezogen wurden.

a) Es werde also zuerst das Verhältniß von zwei analogen Kräften (b) gesucht, deren Axen in dem nämlichen Quadranten des Normalkreises einer Grenzzone liegen, vorausgesetzt, daß dieselben aus der Combination von je zwei, paarweise gleichen, und unter sich analogen Axenkräften aus den ersten oder zweiten Theilen der Mittelzonen entstanden seien. In fig. 29 sollen durch b und ${}^{2}b$ zwei solche Kräfte vorgestellt werden; (tg. Ab = m. tg. AD und tg. ${}^{1}A\,{}^{2}b$ = m. tg. ${}^{1}AD$.) Nun wird angenommen, entweder b sei aus der Combination

von a und a', und ^{2}b aus der Combination von ^{1}a und $^{1}a'$, oder b aus der Combination von ^{1}p und $^{1}p'$, und ^{2}b aus der Combination von ^{2}p und $^{2}p'$ hervorgegangen *). Wir wissen dann, daß tg. Aa = m. tg. AP, tg. $^{1}A\,^{1}a$ = m. tg. ^{1}AP oder tg. $^{1}D\,^{1}p$ = m. tg. ^{1}DP und tg. $^{2}D\,^{2}p$ = m. tg. ^{2}DP gewesen sein muß. In beiden Fällen muß noch die Voraussetzung hinzugefügt werden, daß vermöge des Verhältnisses, worin die beiden einander entsprechenden Axenkräfte aus den zwei ersten oder zweiten Theilen ungleichartiger Mittelzonen zu einander stehen, die Axe der aus ihrer Verbindung entspringenden mittleren Kraft in den Normalkreis der dritten zwischen ihnen hindurch gehenden Mittelzone gefallen sein würde.

Wird also im ersten Falle angenommen,

$$\frac{a}{^{1}a} = \frac{\sin.\ ^{1}ad}{\sin.\ ad'}$$

und wird (nach §. 56. I. 3)

$$\frac{b}{(x)} = \frac{2a.\ \cos.\ ba}{(x)} \text{ und } \frac{^{2}b}{(x)} = \frac{2\,^{1}a.\ \cos.\ ^{2}b\,^{1}a}{(x)}$$

berechnet, so ist

$$\frac{b}{^{2}b} = \frac{a.\ \cos.\ ba}{^{1}a.\ \cos.\ ^{2}b\,^{1}a} = \frac{\sin.\ ^{1}ad.\ \sin.\ ^{2}Aa}{\sin.\ ad.\ \sin.\ ^{2}A\,^{1}a}$$

$$= \frac{\sin.\ \delta}{\sin.\ \gamma}\ **) = \frac{\sin.\ D\,^{2}b}{\sin.\ Db}.$$

Wäre im zweiten Falle angenommen $\frac{^{1}p}{^{2}p} = \frac{\sin.\ ^{2}pu}{\sin.\ ^{1}pu}$, so würde

*) Die letzte Voraussetzung stimmt augenscheinlich mit derjenigen überein, welche sub Nro. 6 gemacht wurde, wo statt der hier zu gebrauchenden Buchstaben p, b und m als entsprechende d, f und n gesetzt wurden.

**) weil die Sinus' der einander zu 180° ergänzenden Winkel, welche in den $\Delta\Delta$ ^{2}Aad und $^{2}A\,^{1}ad$ (bei d) den Seiten ^{2}Aa und $^{2}A\,^{1}a$ gegenüberliegen, gleich groß sind.

$$\frac{b}{{}^2b} = \frac{{}^1p.\ \cos.\ b\,{}^1p}{{}^2p.\ \cos.\ b\,{}^2p} = \frac{\sin.\ {}^2pu.\ \sin.\ {}^2A\,{}^1p}{\sin.\ {}^1pu.\ \sin.\ {}^2A\,{}^2p}$$

$$= \frac{\sin.\ \delta}{\sin.\ \gamma} = \frac{\sin.\ D\,{}^2b}{\sin.\ Db},$$

wie vorhin. In beiden Voraussetzungen würde demnach die Axe der mittleren Kraft zwischen b und ²b mit D zusammenfallen.

b) Wir suchen zweitens das Verhältniß der Stärke von zwei analogen Kräften der erwähnten Art (b), deren Axen in verschiedenen Grenzzonen liegen, aber nach unserer Methode nicht auf das nämliche A zu beziehen sind. In fig. 29 sind zwei solche Kräfte durch ¹b und ³b vorgestellt, und zwar tg. A ¹b = m. tg. A ¹D und tg. ¹A ³b = m. tg. ¹A ²D angenommen.

Zur Erleichterung der Rechnung sind die Bogen größter Kreise D ¹b und D ³b gezogen, von denen leicht zu erweisen ist, daß sie bei jener Voraussetzung mit dem Normalkreise der Grenzzone A ¹A, folglich auch mit dem der Mittelzone PD, gleich große Winkel einschließen, — dasselbe, was auch allgemein sub Nro. 3 von solchen Bogen gezeigt wurde, welche von den Endpunkten analoger Axen in den ersten Theilen der Mittelzonen, wie a und ¹a (oder e und ¹e), zu eben diesem Punkte (D) gezogen werden. Es ist nämlich

$$\text{tg. AD}\,{}^1b = \frac{\text{tg. A}\,{}^1b}{\sin.\ AD} = \frac{\text{m. tg. A}\,{}^1D}{\sin.\ AD}$$

$$= \frac{\text{m. tg. }\beta}{\sin.\ AD} = \frac{\text{m. tg. DP}}{\sin.\ AD.\ \cos.\ AD}, \text{ und}$$

$$\text{tg. }{}^1AD\,{}^3b = \frac{\text{tg. }{}^1A\,{}^3b}{\sin.\ {}^1AD} = \frac{\text{m. tg. }{}^1A\,{}^2D}{\sin.\ {}^1AD}$$

$$= \frac{\text{m. tg. }\alpha}{\sin.\ {}^1AD} = \frac{\text{m. tg. DP}}{\sin.\ {}^1AD.\ \cos.\ {}^1AD},$$

folglich, weil sin. AD. cos. AD = sin. ¹AD. cos. ¹AD ist, AD ¹b = ¹AD ³b.

Wird nun vorausgesetzt, ^{1}b sei aus der Verbindung von a und a'', desgleichen ^{3}b aus der Verbindung von zwei gleich starken ^{1}a entsprungen*), und $\frac{a}{^{1}a} = \frac{\sin.\ ^{1}ad}{\sin.\ ad}$, so ist man zunächst berechtigt, nach der vorigen Bemerkung, daß W. aDd = W. ^{1}aDd sei, statt dieses Verhältnisses $\frac{a}{^{1}a} = \frac{\sin.\ D\,^{1}a}{\sin.\ Da}$ zu setzen.

Alsdann wird

$$\frac{^{1}b}{^{3}b} = \frac{a.\ \cos.\ ^{1}ba}{^{1}a.\ \cos.\ ^{3}b\,^{1}a} = \frac{\sin.\ D\,^{1}a.\ \cos.\ ^{1}ba}{\sin.\ Da.\ \cos.\ ^{3}b\,^{1}a}$$

$$= \frac{\sin.\ ^{1}A\,^{1}a.\ \sin.\ \beta.\ \cos.\ ^{1}ba}{\sin.\ Aa.\ \sin.\ \alpha\ \cos.\ ^{3}b\,^{1}a}$$

(wegen $\cos.\ ^{1}ba = \frac{\cos.\ Aa}{\cos.\ A\,^{1}b}$ und

$\cos.\ ^{3}b\,^{1}a = \frac{\cos.\ ^{1}A\,^{1}a}{\cos.\ ^{1}A\,^{3}b}$)

$$= \frac{\text{tg.}\ ^{1}A\,^{1}a.\ \cos.\ ^{1}A\,^{3}b.\ \sin.\ \beta}{\text{tg.}\ Aa.\ \cos.\ A\,^{1}b.\ \sin.\ \alpha}$$

(wegen $\sin.\ \beta = \frac{\text{tg.}\ ^{1}A\,^{3}b}{\text{tg.}\ ^{1}A\,^{1}a}$, und

$\sin.\ \alpha = \frac{\text{tg.}\ A\,^{1}b}{\text{tg.}\ Aa}$)

$$= \frac{\sin.\ ^{1}A\,^{3}b}{\sin.\ A\,^{1}b} = \frac{\sin.\ D\,^{3}b}{\sin.\ D\,^{1}b},$$

(da in den $\Delta\Delta$ ^{1}AD ^{3}b und AD ^{1}b die Winkel bei ^{1}A und A als rechte und ferner auch die Winkel bei D einander gleich sind.)

*) wo also tg. Aa = m. tg. AP und tg. $^{1}A\,^{1}a$ = m. tg. ^{1}AP angenommen sein müßte. (Vergl. Nro. 5.)

Dasselbe Verhältniß für die Stärke der Kräfte ^1b und ^3b ergiebt sich, wenn man annimmt, dieselben seien aus der Verbindung von je zwei gleich starken p, aus den zweiten Theilen der Mittelzonen hervorgegangen*).

Denn nun ist

$$\frac{^1b}{^3b} = \frac{\cos.\ ^1bp}{\cos.\ ^3bp} = \frac{\cos.\ ^2A\,^3b}{\cos.\ ^2A\,^1b}\ \left(\frac{\cos.\ ^2Ap}{\cos.\ ^2Ap}\right)$$

$$= \frac{\sin.\ ^1A\,^3b}{\sin.\ A\,^1b} = \frac{\sin.\ D\,^3b}{\sin.\ D\,^1b},$$

wie vorhin.

Werden nun ^1b und ^3b durch einen größten Kreis verbunden, welcher den Normalkreis der zwischen sie fallenden Mittelzone ^2AD in s durchschneidet, so ist offenbar (wegen Gleichheit der Winkel ^1bDP und ^3bDP) in beiden Fällen

$$\frac{^1b}{^3b} = \frac{\sin.\ D\,^3b}{\sin.\ D\,^1b} = \frac{\sin.\ ^3bs}{\sin.\ ^1bs},$$

d. h. die Axe der mittleren Kraft zwischen ^1b und ^3b muß in s in den Normalkreis der zwischen sie fallenden Mittelzone eintreffen.

Um die Lage von s zu finden, hat man

$$\text{tg.}\ ^2A\,^1b = \frac{1}{\text{m. tg. } A\,^1D} = \frac{\text{tg. } ^2A\,^1D}{m},\ \text{und}$$

$$\text{tg.}\ ^2A\,^3b = \frac{1}{\text{m. tg. } ^1A\,^2D} = \frac{\text{tg. } ^2A\,^2D}{m}$$

Aus diesen Voraussetzungen folgt (nach Nro. 5, wenn man den dort angenommenen Neigungscoefficienten m mit $1/m$ vertauscht)

$$\text{tg.}\ ^2As = \frac{\text{tg. } ^2AP}{2m} \text{ oder}$$

$$\text{tg. } Ds = 2m.\ \text{tg. } DP^{**}).$$

*) Es müsste alsdann tg. Dp = m. tg. DP gewesen sein; vergl. Nr. 6.

**) Für $m = 1/2$ fällt also s, die mittlere Kraft zwischen ^1b und ^3b mit P der Richtung nach zusammen.

Weil nun $^{1}b = {}^{1}b'$, $^{3}b = {}^{3}b'$ und $D^{3}b = D^{3}b'$, $D^{1}b = D^{1}b'$ ist, weil ferner die Bogen $D^{1}b$ und $D^{3}b'$, so wie $D^{3}b$ und $D^{1}b'$ wegen der vorhin bewiesenen Gleichheit der Winkel, welche sie bei D mit dem Normalkreise $A^{1}A$ einschließen, als Theile des nämlichen größten Kreises zusammengehören; so folgt aus dem Verhältnisse $\frac{^{1}b}{^{3}b} = \frac{\text{sin. } D^{3}b}{\text{sin. } D^{1}b}$, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen ^{1}b und ^{3}b, so wie zwischen ^{3}b und $^{1}b'$ in D liegen würde.

Eben so leicht sieht man ein, daß wegen des schon früher angegebenen Verhältnisses $\frac{a}{^{1}a} = \frac{\text{sin. } D^{1}a}{\text{sin. } Da}$ die Axen der mittleren Kräfte, welche aus der Vereinigung von a und $^{1}a'$, oder ^{1}a und a' entspringen, in D fallen müssen, da $a = a'$, $^{1}a = {}^{1}a'$, $Da = Da'$, $D^{1}a = D^{1}a'$, und Da mit $D^{1}a'$, so wie Da' mit $D^{1}a$ demselben größten Kreise angehören.

c) Auch das Verhältniß je zwei analoger e (fig. 29) in den ersten Theilen verschiedener Mittelzonen, welche aus der Combination von je zwei analogen b aus den Grenzzonen unter den vorigen Bedingungen entstanden sein sollen, ist wieder von der Art, daß die Axe der mittleren Kraft, welche aus der Verbindung von je zwei solchen e von ungleicher Stärke entspringt, in den Normalkreis der zwischen sie fallenden Mittelzone eintreffen muß, und zwar in den zweiten Theil desselben.

Wird z. E. e mit ^{1}e durch einen größten Kreis verbunden, welcher DP im Punkte k schneidet, so ist zu zeigen, daß $\frac{e}{^{1}e} = \frac{\text{sin. } ^{1}ek}{\text{sin. } ek}$ sei. Da nach den vorigen Voraussetzungen $\text{tg. } Ae = \frac{m}{2}\text{. tg. } AP$ und $\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{1}e = \frac{m}{2}\text{. tg. } {}^{1}AP$ (vergl. Nr. 5) anzunehmen, und bei dieser Annahme, wenn die Bogen größter Kreise De und $D^{1}e$ gezogen sind, W. $\rho = \rho'$ zu setzen ist (vergl. Nro. 3); so darf statt dieser Aufgabe die völlig gleichbedeutende gefordert werden, zu beweisen, daß $\frac{e}{^{1}e} = \frac{\text{sin. } D^{1}e}{\text{sin. } De}$ sei.

Nun ist e aus b und ^{1}b, ^{1}e aus ^{2}b und ^{3}b entsprungen, und dieser Entstehung nach berechnet sich

$$\frac{e}{(x)} = \frac{{}^{1}b.\ \sin.\ {}^{1}bb}{(x)\ \sin.\ be} \text{ und}$$

$$\frac{{}^{1}e}{(x)} = \frac{{}^{3}b.\ \sin.\ {}^{3}b\,{}^{2}b}{(x)\ \sin.\ {}^{2}b\,{}^{1}b}; \text{ folglich}$$

$$\frac{e}{{}^{1}e} = \frac{{}^{1}b.\ \sin.\ {}^{1}bb.\ \sin.\ {}^{2}b\,{}^{1}e}{{}^{3}b.\ \sin.\ {}^{3}b\,{}^{2}b.\ \sin.\ be}.$$

Auf welche Weise nun aber auch ${}^{1}b$ und ${}^{3}b$ entstanden sein mögen, ob durch Combination von je zwei gleich starken a (a oder ${}^{1}a$) oder p*), so ist doch im vorigen Absatz das Verhältniß ihrer Stärke in beiden Voraussetzungen als dasselbe gefunden, nämlich

$$\frac{{}^{1}b}{{}^{3}b} = \frac{\sin.\ D\,{}^{3}b}{\sin.\ D\,{}^{1}b} = \frac{\sin.\ {}^{1}A\,{}^{3}b}{\sin.\ A\,{}^{1}b}$$

Demnach wird

$$\frac{{}^{1}e}{e} = \frac{\sin.\ {}^{1}A\,{}^{3}b.\ \sin.\ {}^{1}bb.\ \sin.\ {}^{2}b\,{}^{1}e}{\sin.\ A\,{}^{1}b.\ \sin.\ {}^{3}b\,{}^{2}b.\ \sin.\ be}$$

$$= \frac{\sin.\ {}^{2}b\,{}^{1}e.\ \sin.\ \omega}{\sin.\ be.\ \sin.\ \chi} = \frac{\sin.\ {}^{1}A\,{}^{1}e.\ \sin.\ \beta}{\sin.\ Ae.\ \sin.\ \alpha}$$

$$= \frac{\sin.\ D\,{}^{1}e}{\sin.\ De} = \frac{\sin.\ {}^{1}ek}{\sin.\ ek}.$$

Mithin müssen sich auch e und ${}^{1}e$ in k verbinden.

Die Fortsetzung des Bogens De muß in ${}^{1}e'$, des Bogens $D\,{}^{1}e$ in e' eintreffen; $e = e'$, ${}^{1}e = {}^{1}e'$, $De = De'$ und $D\,{}^{1}e = D\,{}^{1}e'$; folglich würde die mittlere Kraft zwischen e und ${}^{1}e'$, so wie zwischen e' und ${}^{1}e$ in die Richtung von D fallen.

d) Es wurde vorhin sub Nro. 7 der Entstehung solcher

*) Im letzteren Falle ist e gleichbedeutend mit der sub Nro. 6 (fig. 26) durch o bezeichneten Kraft, indem das vorige $f = b$, und $d = p$ geworden ist.

Kräfte (i, fig. 27) in den ersten Theilen der Mittelzonen gedacht, welche aus der Zusammensetzung von je drei, um dasselbe A gelegenen, analogen und gleich starken Kräften eben dieser Art (a) hervorgehen. In zwei verschiedene i auf gleicher Stufe der Ableitung, wie i und ^{x}i, — jenes aus drei a, dieses aus drei ^{x}a entsprungen — müssen sich wieder in einer mittleren Kraft verbinden, deren Axe in dem zwischen ihnen hindurchgehenden Normalkreise der dritten Mittelzone liegt.

Die analogen Kräfte a und ^{x}a werden in dem Verhältnisse $\frac{a}{^{x}a} = \frac{\sin. D\,^{x}a}{\sin. Da}$ angenommen. Um nun zu beweisen, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen i und ^{x}i in den Durchschnittspunkt der Bogen größter Kreise $i\,^{x}i$ und PD, d. h. in t eintreffen müsse, hat man nur zu zeigen, wenn die Bogen Di und $D\,^{x}i$ gezogen sind, welche wegen der übereinstimmenden Neigungscoefficienten von i und ^{x}i bei D die gleichen Winkel ρ und ρ' bilden, daß $\frac{i}{^{x}i} = \frac{\sin. D\,^{x}i}{\sin. Di}$ sei.

Nun ist aber

$$\frac{i}{(x)} = \frac{a.\ \sin. Aa}{(x)\ \sin. Ai} \quad \text{und}$$

$$\frac{^{x}i}{(x)} = \frac{^{x}a.\ \sin.\ ^{x}A\,^{x}a}{(x)\ \sin.\ ^{x}A\,^{x}i}; \quad \text{folglich}$$

$$\frac{i}{^{x}i} = \frac{a.\ \sin. Aa.\ \sin.\ ^{x}A\,i^{x}}{^{x}a.\ \sin.\ ^{x}A\,^{x}a.\ \sin. Ai}.$$

Wird in diesen Ausdruck das Verhältniß

$$\frac{a}{^{x}a} = \frac{\sin. D\,^{x}a}{\sin. Da} = \frac{\sin.\ ^{x}A\,^{x}a.\ \sin.\ \beta}{\sin. Aa.\ \sin.\ \alpha}$$

eingeführt, so erhält man

$$\frac{i}{^{1}i} = \frac{\sin.\ ^{x}A\,^{x}i.\ \sin.\ \beta}{\sin. Ai.\ \sin.\ \alpha} = \frac{\sin. D\,^{1}i}{\sin. Di} = \frac{\sin.\ ^{1}it}{\sin. it}.$$

Würden die Kräfte i und ^{1}i statt aus drei a oder ^{1}a, unmittelbar aus drei gleichen P abgeleitet, für welche m = 1, mithin der Neigungscoefficient der Axen i = $\frac{1}{3}$ würde, so erhielte man

$$\frac{i}{^{1}i} = \frac{\text{sin. AP. sin. } ^{1}\text{Ai}}{\text{sin. } ^{1}\text{AP. sin. Ai}} = \frac{\text{sin. } ^{1}\text{Ai. sin. } \beta}{\text{sin. Ai. sin. } \alpha} = \frac{\text{sin. D } ^{1}i}{\text{sin. Di}'}$$

wie vorhin. Es leuchtet hieraus wiederum ein, daß i und ^{1}i', gleichwie i' und ^{1}i sich in D combiniren müssten.

e) Wir haben jetzt auch noch das Verhältniß von je zwei solchen Kräften aus den Grenzzonen zu untersuchen, welche auf die sub Nro. 8. beschriebene Art aus dem Zusammenwirken von je drei analogen Kräften aus eben diesen Zonen hervorgegangen sind, und nicht auf dasselbe A bezogen werden. In fig. 28 sind solche Kräfte durch den Buchstaben g bezeichnet, diejenigen, aus welchen sie entsprungen sind, durch b.

Um zuerst das Verhältniß von g zu ^{3}g anzugeben, welche in verschiedenen Grenzzonen aber nicht neben demselben A liegen, erinnere man sich zuvörderst an das sub litt. b entwickelte Verhältniß $\frac{^{1}b}{^{3}b} = \frac{\text{sin. } ^{1}\text{A } ^{3}b}{\text{sin. A } ^{1}b}$. Da nun ihrer Entstehung gemäß

$$\frac{g}{(x)} = \frac{^{1}b. \text{ sin. A } ^{1}b}{(x) \text{ sin. Ag}} \quad \text{und}$$

$$\frac{^{3}g}{(x)} = \frac{^{3}b. \text{ sin. } ^{1}\text{A } ^{3}b}{(x) \text{ sin. } ^{1}\text{A } ^{3}g}$$

zu setzen sind, so bekommt man

$$\frac{g}{^{3}g} = \frac{^{1}b. \text{ sin. A } ^{1}b. \text{ sin. } ^{1}\text{A } ^{3}g}{^{3}b. \text{ sin. } ^{1}\text{A } ^{3}b. \text{ sin. Ag}} = \frac{\text{sin. } ^{1}\text{A } ^{3}g}{\text{sin. Ag}}.$$

Weil g und ^{3}g denselben Neigungscoefficienten haben, so schließen die Bogen größter Kreise Dg und D ^{3}g bei D mit dem Normalkreise der Grenz- und Mittelzone gleich große Winkel ein. (Vergl. die so eben angeführte Stelle sub litt. b.) Wird außerdem noch g mit ^{3}g durch den Bogen eines größten Kreises

verbunden, welcher DP in q schneidet, so darf man das vorige Verhältniß

$$\frac{g}{{}^3g} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^3g}{\sin.\ Ag} = \frac{\sin.\ D\,{}^3g}{\sin.\ Dg} = \frac{\sin.\ {}^3gq}{\sin.\ gq}$$

setzen. Demnach würde auch die Axe der mittleren Kraft (q) zwischen g und ${}^3g$ wieder in dem Normalkreise einer Mittelzone liegen.

Daß der Neigungscoefficient für q doppelt so groß werden muß, als der für g und ${}^3g$ angenommene, ist an der angeführten Stelle bereits dargethan. Wäre tg. $Ag = \frac{m}{3}$. tg. $A\,{}^1D$ gewesen, so würde tg. $Dq = \frac{2m}{3}$. tg. DP sein.

Ebenso liegt es in den angegebenen Bedingungen, daß die Kräfte g und ${}^3g'$, so wie g' und ${}^3g$ sich in D vereinigen würden.

Das Verhältniß von g zu ${}^3g$ ändert sich nicht, auch wenn man beide Kräfte nicht aus je drei gleichartigen b, sondern unmittelbar aus der Zusammensetzung von je drei D ableiten wollte. Man hätte dann

$$\frac{g}{{}^3g} = \frac{{}^1D.\ \sin.\ A\,{}^1D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^3g}{{}^2D.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2D.\ \sin.\ Ag} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^3g}{\sin.\ Ag}$$

weil $\frac{{}^1D}{{}^2D} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2D}{\sin.\ A\,{}^1D}$ ist.

f) Um zweitens auch das Verhältniß je zwei solcher Kräfte g zu bestimmen, welche in demselben Quadranten einer Grenzzone (auf entgegengesetzten Seiten des nämlichen D) liegen, wie ${}^1g$ und ${}^2g$ (fig. 28), erinnere man sich an das oben sub litt. a. aufgestellte Verhältniß der beiden ähnlich gelegenen b, welche zu ihrer Entstehung mitgewirkt haben sollen. Es wird hiernach vorausgesetzt, $\frac{b}{{}^2b} = \frac{\sin.\ D\,{}^2b}{\sin.\ Db}$. Der Ausdruck dieses Verhältnisses gewinnt eine der Rechnung mehr zusagende Gestalt, wenn man sin. $D\,{}^2b$ als sin. $({}^1AD - {}^1A\,{}^2b)$, und sin. Db als sin. $(AD - Ab)$ entwickelt, in diese Form neben den Sinus von ${}^1A\,{}^2b$ und Ab ihre Cotangenten (oder neben ihren Cosinus die Tangenten einführt) und tg. ${}^1A\,{}^2b = m.$ tg. ${}^1AD$, tg. $Ab = m.$ tg. AD setzt, wodurch

$$\frac{b}{{}^2b} = \frac{\sin.\ D\,{}^2b}{\sin.\ Db} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2b.\ \cos.\ {}^1AD}{\sin.\ Ab.\ \cos.\ AD}$$

$$\left(= \frac{\cos.\ {}^1A\,{}^2b.\ \sin.\ {}^1AD}{\cos.\ Ab.\ \sin.\ AD}\right)$$

gefunden wird.

Nun ist $\frac{{}^1g}{(x)} = \frac{b.\ \sin.\ Ab}{(x)\ \sin.\ A\,{}^1g}$,

$$\frac{{}^2g}{(x)} = \frac{{}^2b.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2b}{(x)\ \sin.\ {}^1A\,{}^2g},$$

also $$\frac{{}^1g}{{}^2g} = \frac{b.\ \sin.\ Ab.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2g}{{}^2b.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2b.\ \sin.\ A\,{}^1g}$$

(nach Einführung des Werthes für $\frac{b}{{}^2b}$)

$$= \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2g.\ \cos.\ {}^1AD}{\sin.\ A\,{}^1g.\ \cos.\ AD}.$$

Schon die Analogie dieses Ausdrucks mit dem vorhin für $\frac{\sin.\ D\,{}^2b}{\sin.\ Db}$ an die Stelle gesetzten berechtigt, wegen der Uebereinstimmung der Neigungscoefficienten für ${}^1g$ und ${}^2g$, dieses Verhältniß

$$\frac{{}^1g}{{}^2g} = \frac{\sin.\ {}^1A\,{}^2g\ \cos.\ {}^1AD}{\sin.\ A\,{}^1g\ \cos.\ AD} = \frac{\sin.\ D\,{}^2g}{\sin.\ D\,{}^1g}$$

anzunehmen. Daraus folgt, daß auch ${}^1g$ und ${}^2g$ wieder eine mittlere Kraft erzeugen würden, deren Axe mit D zusammentrifft.

Dasselbe Resultat erfolgt für die Annahme, daß ${}^1g$ und ${}^2g$ aus der Combination von je drei D entsprungen wären, wobei ihr Neigungscoefficient $\frac{m}{4}$ sich in $\frac{1}{4}$ verwandelte.

Denn alsdann wäre

$$\frac{{}^1g}{{}^2g} = \frac{(D)\ \sin.\ AD.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2g}{(D)\ \sin.\ {}^1AD.\ \sin.\ A\,{}^1g} = \frac{\cos.\ {}^1AD.\ \sin.\ {}^1A\,{}^2g}{\cos.\ AD.\ \sin.\ A\,{}^1g},$$

10. Die nunmehr für je zwei abgeleitete Kräfte, deren Axen in den Grenzzonen liegen, wofern sie auf einem der bisher beschriebenen Wege entstanden sind, allgemein nachgewiesenen Verhältnisse lassen wieder eine Folgerung zu, deren wir erst noch besonders gedenken müssen, um die Ergebnisse der voranstehenden Untersuchungen in der Kürze zusammenfassen zu können.

Aus der gleichzeitigen Verbindung je sechs analoger Kräfte b, deren Axen in den Seiten des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A liegen, müsste nach dem, was über das Verhältniß von je zweien unter ihnen bekannt ist, eine mittlere Kraft entspringen, deren Richtung mit der von P zusammenfällt. In fig. 30 sollen durch b, ^1b .... ^5b sechs analoge Kräfte der angegebenen Art, (welche auch wol mit den Buchstaben f [sub Nro. 6] oder g [sub Nro. 8 u. 9 litt. e u. f] bezeichnet sind) vorgestellt werden. Nähme man diese paarweise auf solche Art zusammen, daß b und ^2b, ^1b und ^3b, endlich ^4b und ^5b gleichzeitig vereinigt würden, so würden den früher aufgestellten Bedingungen gemäß die mittleren Kräfte zwischen diesen drei Paaren in derselben Ordnung die Richtungen der Axen D, q und ^2e erhalten, welche alle in demselben Normalkreise ^2AD liegen. In diesen Kreis müsste folglich auch die Axe der mittleren Kraft zwischen allen sechs b eintreffen. Würden ^1b mit ^4b, b mit ^5b, und ^2b mit ^3b zusammengenommen, so fielen die Axen der drei mittleren Kräfte der Reihe nach in die Richtungen ^1D, ^1q und ^1e, ihre Combination also gleichfalls in den Normalkreis $^1A^1D$ — (^3b mit ^5b, ^2b mit ^4b, und b mit ^1b verbunden gäben die drei mittleren Kräfte nach den Axen ^2D, ^2q und e, in dem Normalkreise A^2D). — Da folglich die Axe der mittleren Kraft zwischen allen sechs b zugleich in den Normalkreisen ^2AD und $^1A^1D$ (und A^2D) liegen muß, so kann sie nur in den Durchschnittspunkt derselben P eintreffen.

Weil aber dieser letzte Erfolg ganz derselbe bleiben muß, in welcher Ordnung auch die ursprünglichen b zusammentreten möchten, mithin auch, wenn zuerst ^1b mit ^3b zu q, b mit ^5b zu ^1q, und ^2b mit ^4b zu ^2q sich vereinigten; so geht schon daraus hervor, daß auch je zwei q, d. h. überhaupt zwei Kräfte aus zwei zusammengehörigen Mittelzonen, welche aus der Com-

bination je zwei analoger Kräfte aus den Grenzzonen entsprungen sind, selbst wieder in solchen mittleren Kräften sich verbinden müssen, deren Axen in die Normalkreise der dritten zugehörigen Mittelzonen (die durch dasselbe P gehen) fallen.

Demnach ist ganz allgemein erwiesen, daß je drei analoge Kräfte aus den ersten oder zweiten Theilen der Mittelzonen innerhalb des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A, welche durch die eine oder andere Art von Zusammensetzungen erzeugender Kräfte abgeleitet sind, zu einander in einem solchen Verhältniß der Stärke stehen, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen je zweien in den Normalkreis der dritten zugehörigen Mittelzone, zwischen allen dreien in die Richtung P fällt.

Je vier analoge Kräfte eben dieser Art, deren Axen um dasselbe A in gleichem Abstande liegen, besitzen gleiche Stärke. Die Combination aller vier, wie auch die Combination von je zweien unter ihnen aus zwei sphär. Dreiecken A^1A^2A, die nur in einer Ecke zusammenstoßen, würde eine mittlere Kraft erzeugen, deren Richtung mit der des zwischen sie fallenden A zusammenträfe.

Je vier analoge Kräfte aus den ersten Theilen der Mittelzonen, deren Axen um dasselbe D symmetrisch gestellt sind, verhalten sich so zu einander, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen allen vieren, und auch zwischen je zweien von ungleicher Stärke aus zwei verschiedenen sphär. Dreiecken A^1A^2A mit dieser Axe D zusammenfällt. — Dasselbe gilt von der Combination je zwei analoger und gleich starker Kräfte aus den zweiten Theilen eines Normalkreises der nämlichen Mittelzone.

Von den analogen Kräften der Grenzzonen sind je zwei, deren Axen in demselben Normalkreise auf entgegengesetzten Seiten desselben A in gleichen Abstand gestellt sind, von gleicher Stärke; je zwei, welche auf dasselbe A bezogen den nämlichen Neigungscoefficienten bekommen, verhalten sich so, daß die Richtung ihrer mittleren Kraft in den zwischen sie fallenden Normalkreis einer Mittelzone eintreffen muß; je zwei derselben, welche entweder in demselben Quadranten des Normalkreises ihrer Zone auf entgegengesetzten Seiten eines D, oder auch beide in einem durch dieses D gezogenen größten Kreise liegen, müssen sich nach dem Verhältniß ihrer Stärke zu einer

mittleren Kraft in der Richtung eben dieses D, und je sechs Kräfte dieser Art endlich, deren Axen in den Seiten des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A liegen, zu einer mittleren Kraft in der Richtung des zwischen sie fallenden P vereinigen.

Daß es von jeder Gattung analoger Kräfte, welche auf die eine oder andere bisher beschriebene Methode abgeleitet sind, sowohl aus den ersten, als auch aus den zweiten Theilen der Mittelzonen und endlich auch aus den Grenzzonen allemal zwölf verschieden gerichtete giebt, und daß analoge Kräfte der nämlichen Gattung insgesammt auch den nämlichen Neigungscoefficienten haben, braucht kaum erinnert zu werden.

Aus diesen in der Kürze wiederholten Ergebnissen aller bisher geführten Untersuchungen über die gegenseitigen Verhältnisse analoger abgeleiteter Kräfte aus den Grenz- und Mittelzonen leuchtet ein, daß die Formeln, welche für die Berechnung der Neigungscoefficienten ihrer Axen entwickelt sind, in jeder beliebigen Ordnung auf sich selbst angewandt werden dürfen. Um die dadurch möglich gemachten Rechnungen nur für die einfachsten Fälle auszuführen, bemerken wir erstlich, daß für die Axen analoger Kräfte aus den ersten Theilen der Mittelzonen und aus den Grenzzonen, bei successiven Combinationen derselben zu je zwei oder drei, alle Neigungscoefficienten möglich sind, welche aus den zunächst sich darbietenden $+\frac{1}{2}$ (vergl. Nro. 2) und $\frac{1}{3}$ (vergl. Nro. 7 und 8) durch Division mit den Factoren 2 und 3 in jeder beliebigen Wiederholung abgeleitet werden können. In dem nachfolgenden Schema soll die Reihe dieser Neigungscoefficienten für Kräfte oder Flächen aus den ersten Theilen der Mittelzonen, allgemein m genannt, in der ersten Zeile aufgeführt werden; in der zweiten Reihe darunter stehen die ihnen entsprechenden Neigungscoefficienten solcher Kräfte und Flächen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen, welche aus jenen auf die sub Nro. 3 beschriebene Art abgeleitet werden können, — nach der daselbst gegebenen Formel $\frac{2m}{1+m}$ berechnet; in der dritten Reihe sind diese Zahlen $= n$ gesetzt, und daraus wieder nach der sub Nro. 4 aufgestellten Formel $\frac{1+n}{2}$ die entsprechenden Neigungscoefficienten für die

bination je zwei analoger Kräfte aus den Grenzzonen entsprungen sind, selbst wieder in solchen mittleren Kräften sich verbinden müssen, deren Axen in die Normalkreise der dritten zugehörigen Mittelzonen (die durch dasselbe P gehen) fallen.

Demnach ist ganz allgemein erwiesen, daß je drei analoge Kräfte aus den ersten oder zweiten Theilen der Mittelzonen innerhalb des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A, welche durch die eine oder andere Art von Zusammensetzungen erzeugender Kräfte abgeleitet sind, zu einander in einem solchen Verhältniß der Stärke stehen, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen je zweien in den Normalkreis der dritten zugehörigen Mittelzone, zwischen allen dreien in die Richtung P fällt.

Je vier analoge Kräfte eben dieser Art, deren Axen um dasselbe A in gleichem Abstande liegen, besitzen gleiche Stärke. Die Combination aller vier, wie auch die Combination von je zweien unter ihnen aus zwei sphär. Dreiecken A^1A^2A, die nur in einer Ecke zusammenstoßen, würde eine mittlere Kraft erzeugen, deren Richtung mit der des zwischen sie fallenden A zusammenträfe.

Je vier analoge Kräfte aus den ersten Theilen der Mittelzonen, deren Axen um dasselbe D symmetrisch gestellt sind, verhalten sich so zu einander, daß die Axe der mittleren Kraft zwischen allen vieren, und auch zwischen je zweien von ungleicher Stärke aus zwei verschiedenen sphär. Dreiecken A^1A^2A mit dieser Axe D zusammenfällt. — Dasselbe gilt von der Combination je zwei analoger und gleich starker Kräfte aus den zweiten Theilen eines Normalkreises der nämlichen Mittelzone.

Von den analogen Kräften der Grenzzonen sind je zwei, deren Axen in demselben Normalkreise auf entgegengesetzten Seiten desselben A in gleichen Abstand gestellt sind, von gleicher Stärke; je zwei, welche auf dasselbe A bezogen den nämlichen Neigungscoefficienten bekommen, verhalten sich so, daß die Richtung ihrer mittleren Kraft in den zwischen sie fallenden Normalkreis einer Mittelzone eintreffen muß; je zwei derselben, welche entweder in demselben Quadranten des Normalkreises ihrer Zone auf entgegengesetzten Seiten eines D, oder auch beide in einem durch dieses D gezogenen größten Kreise liegen, müssen sich nach dem Verhältniß ihrer Stärke zu einer

mittleren Kraft in der Richtung eben dieses **D**, und je sechs Kräfte dieser Art endlich, deren Axen in den Seiten des nämlichen sphär. Dreiecks A^1A^2A liegen, zu einer mittleren Kraft in der Richtung des zwischen sie fallenden **P** vereinigen.

Daß es von jeder Gattung analoger Kräfte, welche auf die eine oder andere bisher beschriebene Methode abgeleitet sind, sowohl aus den ersten, als auch aus den zweiten Theilen der Mittelzonen und endlich auch aus den Grenzzonen allemal zwölf verschieden gerichtete giebt, und daß *analoge Kräfte der nämlichen Gattung insgesammt auch den nämlichen Neigungscoefficienten haben*, braucht kaum erinnert zu werden.

Aus diesen in der Kürze wiederholten Ergebnissen aller bisher geführten Untersuchungen über die gegenseitigen Verhältnisse analoger abgeleiteter Kräfte aus den Grenz- und Mittelzonen leuchtet ein, daß die Formeln, welche für die Berechnung der Neigungscoefficienten ihrer Axen entwickelt sind, in jeder beliebigen Ordnung auf sich selbst angewandt werden dürfen. Um die dadurch möglich gemachten Rechnungen nur für die einfachsten Fälle auszuführen, bemerken wir erstlich, daß für die Axen analoger Kräfte aus den ersten Theilen der Mittelzonen und aus den Grenzzonen, bei successiven Combinationen derselben zu je zwei oder drei, alle Neigungscoefficienten möglich sind, welche aus den zunächst sich darbietenden $+$ (vergl. Nro. 2) und $\frac{1}{3}$ (vergl. Nro. 7 und 8) durch Division mit den Factoren 2 und 3 in jeder beliebigen Wiederholung abgeleitet werden können. In dem nachfolgenden Schema soll die Reihe dieser Neigungscoefficienten für Kräfte oder Flächen aus den ersten Theilen der Mittelzonen, allgemein **m** genannt, in der ersten Zeile aufgeführt werden; in der zweiten Reihe darunter stehen die ihnen entsprechenden Neigungscoefficienten solcher Kräfte und Flächen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen, welche aus jenen auf die sub Nro. 3 beschriebene Art abgeleitet werden können, — nach der daselbst gegebenen Formel $\frac{2m}{1+m}$ berechnet; in der dritten Reihe sind diese Zahlen $= n$ gesetzt, und daraus wieder nach der sub Nro. 4 aufgestellten Formel $\frac{1+n}{2}$ die entsprechenden Neigungscoefficienten für die

Axen der mittleren Kräfte oder für die ihnen zugehörigen Flächen aus den ersten Theilen der Mittelzonen berechnet; in der vierten Reihe sind die vorigen Zahlen wieder als m in die Formel $\frac{2m}{1+m}$ eingeführt, wodurch abermals Neigungscoefficienten für Axen und Flächen aus den ersten Theilen dieser Zonen erhalten werden, welche selbst wieder als n in die Formel $\frac{1+n}{2}$ gesetzt werden dürften u. s. f.

Neigungscoefficienten für Axen und Flächen.

I. Aus den ersten Theilen der Mittelz. = m	$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$ ꝛc.
II. Für die entsprechenden A. u. Fl. aus den zweiten Theilen vers. nach der Formel $\frac{2m}{1+m}$	. . . . $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{13}$ ꝛc. . . . .
III. Für die entsprechenden A. u. Fl. aus den ersten Theilen vers. nach der Formel $\frac{1+n}{2}$	. . . . $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{15}{26}$ ꝛc. . . . .
IV. Für die entsprechenden A. u. Fl. aus den zweiten Theilen vers. nach der Formel $\frac{2m}{1+m}$	. . . . $\frac{10}{11}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{14}{17}$, $\frac{18}{23}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{22}{29}$, $\frac{30}{41}$ ꝛc. *)

*) Mit Beziehung auf das, was in der Anmerkung zu Nro. 4. gesagt ist, darf erinnert werden, daß man alle Zahlen der zweiten und vierten Reihe auch in der Formel $\frac{1-n}{2}$ anstatt des n an die Stelle setzen dürfte. Für die einfacheren Werthe des n ergäbe sich nach dieser Formel folgende Reihe von Neigungscoefficienten:

Alle dieſe Neigungscoefficienten dürfen unmittelbar (nach Nro. 5 und 6) auch für die entſprechenden Axen und Flächen abgeleiteter Kräfte aus den Grenzzonen angenommen werden — für dieſe auch, wenn ſie durch 2 oder 3 oder Producte dieſer Zahlen dividirt ſind. Die Zahlen der dritten Reihe können, wie die der erſten, durch 2 oder 3 oder Producte dieſer Factoren dividirt, die der zweiten und vierten Reihe aber erſt, wenn ſie auf jeden Fall den Diviſor 2 in ſich aufgenommen haben, (was ſich aus Nro. 6 erklärt,) als Neigungscoefficienten ſecundärer Axenthätigkeiten aus den erſten Theilen der Mittelzonen angeſehen, und als ſolche wieder in die Formel $\frac{2m}{1+m}$ für m an die Stelle geſetzt werden, um die Neigungscoefficienten der ihnen entſprechenden Axen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen zu berechnen u. ſ. f.

Alle ſo berechneten Zahlen ſind zugleich immer auch als Neigungscoefficienten für die Axen und Flächen mittlerer Kräfte in den Grenzzonen giltig.

Aus dieſen kann man auch wieder nach dem, was sub Nro. 9. litt. b. und im Anfange dieſes Abſatzes erwieſen iſt, durch Multiplication mit 2 Neigungscoefficienten für die Axen analoger Kräfte aus den Mittelzonen herleiten, welche in die zweiten Theile derſelben fallen, ſo lange das Product 2m kleiner als 1 bleibt, wenn daſſelbe aber größer als 1 wird, in die er-

---

für n = $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{6} \ldots \frac{10}{11}, \frac{6}{7}, \frac{3}{4}$ ꝛc.

. . . . . .

wird $\frac{1-n}{2}$ = $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{4}{14}, \frac{2}{5} \ldots \frac{1}{12}, \frac{1}{14}, \frac{1}{8}$ ꝛc.

Die einfacheren Neigungscoefficienten der unteren Reihe $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ſind aber auch anderweitig ſchon auf einfacherem Wege für analoge Axen aus den erſten Theilen der Mittelzonen gefunden; $\frac{3}{10}$ folgt auch durch Halbirung des fünften Coefficienten der dritten Reihe, und die übrigen möchten von geringem Intereſſe ſein.

sten Theile dieser Zonen, wo ihnen der umgekehrte Werth $\frac{1}{2m}$ als Neigungscoefficient zukommt*).

*) Beachtenswerth scheint der Umstand, daß unter den einfacheren Neigungscoefficienten für Axen und Flächen aus den ersten Theilen der Mittelzonen die Zahlen $^2/_3$ und $^1/_5$, für solche aus den zweiten Theilen dieser Zonen die Zahlen $^1/_5$ und $^1/_7$ wenn sie nach einer der bisher beschriebenen (einfacheren) Methoden abgeleitet werden sollen, sehr entfernt liegen. Die letzteren könnte man dadurch erhalten, daß man die zugehörigen Kräfte durch Zusammensetzung von zwei Kräften aus den Grenzzonen, deren Axen die Neigungscoefficienten $^1/_6$ und $^1/_8$ zukämen, nach der sub litt. b beschriebenen Art entstanden dächte, wobei die daselbst begründete Formel 2m zur Anwendung käme.

Aus dem Neigungscoefficienten $^1/_5$ für die Axen von Kräften aus den zweiten Theilen der Mittelzonen würde dann als der entsprechende für die Axen ihrer mittleren Kräfte in den ersten Theilen dieser Zonen (nach der Formel $\frac{1+n}{2}$) der Bruch $^2/_5$ abgeleitet werden können.

Die Entstehung eben solcher Kräfte, deren Axen den Neigungscoefficienten $^1/_8$ erhielten, würde dadurch erklärt, wenn man sie als mittlere zwischen zwei analogen Kräften aus den Grenzzonen mit den Neigungscoefficienten $^2/_3$ ansähe (in der sub Nro. 5 beschriebenen Art combinirt). Diese aber entsprechen solchen Kräften aus den zweiten Theilen der Mittelzonen, deren Neigungscoefficient in dem obigen Schema als der dritte der zweiten Reihe ($^2/_5$) aufgeführt ist. Den Neigungscoefficient $^1/_5$ als bekannt vorausgesetzt, würde sich daraus nach der Formel $\frac{2m}{1+m}$ auch der vorhin gesuchte $^1/_5$ berechnen lassen.

Der zusammengesetzteren Entstehungsart solcher Neigungscoefficienten wird in der Natur stets auch ein seltneres Vorkommen der durch sie bezeichneten Flächen entsprechen müssen. Die größere Wahrscheinlichkeit gewisser Neigungscoefficienten ist aber, wie sich auch aus dem vorigen Schema ergiebt, worin man im Allgemeinen auch die Ordnung der häufiger oder seltener beobachteten, secundären Neigungsverhältnisse nicht verkennen wird, keineswegs für die ersten und zweiten Theile der Mittelzonen gleich. Der größte Reichthum solcher Verhältnisse findet offenbar in den Grenzzonen (Hausmann's horizontaler und den beiden verticalen Diagonalzonen) Statt, und da-

11. Alle vorigen Untersuchungen betrafen solche abgeleitete Kräfte, deren Axen in den Normalkreisen der Hauptzonen*) endigten. Die Lage dieser Axen und der zu ihnen gehörigen Flächen konnte immer durch die Angabe eines einzigen Factors, womit ein durch die Natur der Grundform gegebenes Verhältniß zweier Axen zu multipliciren war, oder durch einen einzigen Neigungscoefficienten bestimmt werden. Die Axen und Flächen solcher abgeleiteter Wirkungen der Cohäsionskraft, welche aus den fortan näher zu bestimmenden Combinationen hervorgehn, werden insgesammt Nebenzonen angehören: zur Bestimmung ihrer Lage sind immer zwei Neigungscoefficienten erforderlich, wodurch die gleichzeitige Abänderung des Grundverhältnisses aller drei rechtwinkligen Axen der Grundform vorgeschrieben wird.

Gehen wir zunächst die Combinationen analoger Axenkräfte aus den Grenzzonen durch, so findet sich, daß nur noch eine einzige Combination derselben zu je zwei übrig ist, durch welche neue Kräfte erzeugt werden können, deren Richtung nicht mit einer der bisher bezeichneten zusammenfällt.

Diese Combination ist in der 31sten Figur angegeben; es ist die von ^2b mit ^1b oder $^1b'$, oder mit ^5b oder $^5b'$ — die von b mit ^3b oder $^3b'$, oder mit ^4b oder $^4b'$ u. s. f. — Die Axe der mittleren Kraft zwischen ^1b und ^2b ist mit r bezeichnet, in dem Bogen eines größten Kreises $^1b\,^2b$; die analogen sind bloß durch Sternchen (*) angedeutet.

Es wird nun vorausgesetzt,

$$\text{tg. } A^1b = \text{m. tg. } A^1D; \quad \text{tg. } {}^1A^2b = \text{m. tg. } {}^1AD$$

und so mit den übrigen.

Um nun zuerst das Verhältniß von ^1b zu ^2b zu finden,

---

mit trifft die Beobachtung zusammen, daß diese Zonen in der Regel auch den größten Reichthum secundärer Flächen besitzen. Secundären Neigungsverhältnissen entsprechende Krystallflächen müssen ferner auch leichter und öfter in den ersten als zweiten Theilen der Mittelzonen vorkommen, weil die erzeugenden Kräfte der letzteren hinter denen der ersteren Art hinsichtlich der Ableitung in der Regel eine Stufe zurückstehen.

*) Vergl. Nro. 1.

Aus

$$\frac{\sin.\ {}^{1}br}{\sin.\ {}^{2}br} = \frac{\sin.\ {}^{1}br}{\sin.\ ({}^{1}b\,{}^{2}b - {}^{1}br)} = \frac{{}^{2}b}{{}^{1}b} = \frac{m.\ \cos.\ A\,{}^{1}b}{\cos.\ A\,{}^{2}b}$$

folgt alsdann

$$tg.\ {}^{1}br = \frac{m.\ \cos.\ A\,{}^{1}b.\ \sin.\ {}^{1}b\,{}^{2}b}{\cos.\ A\,{}^{2}b + m.\ \cos.\ A\,{}^{1}b.\ \cos.\ {}^{1}b\,{}^{2}b},$$

und nach Einführung dieses Werthes in den vorigen Ausdruck, wenn $\cos.\ {}^{1}b\,{}^{2}b = \cos.\ A\,{}^{1}b.\ \cos.\ A\,{}^{2}b$ gesetzt ist, ergiebt sich

$$tg.\ Ay = \frac{tg.\ A\,{}^{1}b}{1+m}, \text{ oder weil}$$

$$tg.\ A\,{}^{1}b = m.\ tg.\ A\,{}^{1}D \text{ ist,}$$

$$tg.\ Ay = \frac{m}{1+m}.\ tg.\ A\,{}^{1}D.$$

In dem nachstehenden Schema sollen nur die einfacheren der bisher gefundenen Neigungscoefficienten für die Axen und Flächen b (aus den Grenzzonen) der Berechnung nach den beiden so eben abgeleiteten Formeln, wodurch die Lage der Axen und Flächen r bestimmt wird, zum Grunde gelegt werden. Die einander entsprechenden Neigungscoefficienten sind neben einander gestellt. In der vierten Spalte stehen die aus ihnen abgeleiteten Verhältnißzahlen, womit die drei Glieder des Grundverhältnisses unter den Dimensionen der drei ursprünglichen Axen der Grundform (A, ${}^{1}A$ und ${}^{2}A$) multiplicirt werden müssten, um die Lage der gegen ihre Enden gelehnten secundären Fläche (r) zu bestimmen. Es wird dabei (einem wohl begründeten Gebrauche zufolge, obschon dadurch nicht immer die kleinsten Verhältnißzahlen gewonnen werden) immer die Ordnung dieser drei Axen vorausgesetzt, daß diejenige, von welcher aus in den Grenzzonen die beiden charakterisirenden Kreisbogen Ax und Ay vermittelst ihrer Tangenten gemessen werden, das erste Glied, die durch den ersten abgeleiteten Neigungscoefficienten bestimmte das zweite, und

die durch den zweiten Neigungscoefficienten bestimmte das dritte Glied ausmacht.

m	$\frac{1}{1+m}$	$\frac{m}{1+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	2 : 3 : 6*)
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	3 : 4 : 12
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	4 : 5 : 20
$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$	6 : 7 : 42
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	6 : 10 : 15
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{7}$	10 : 14 : 35
$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	5 : 6 : 30
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$	12 : 21 : 28
	ꝛc.	ꝛc.	

Es giebt offenbar 24 Axen, mithin 48 Flächen der Art r. Von den sie erzeugenden Kräften sind je vier, deren Axen in symmetrischer Anordnung um dasselbe A gleichen Abstand von diesem besitzen, auch der Stärke nach gleich.

Beide Bemerkungen gelten auch von allen noch in der Folge zu bestimmenden Kräften, Axen und Flächen aus den Nebenzonen.

12. Es werde nun angenommen, von den analogen Kräften b, für welche alle vorigen Voraussetzungen giltig bleiben, vereinigen sich je drei, und zwar in der Stellung, wie (fig. 32) b, ^{1}b und ^{2}b zu einer mittleren Kraft. Die Lage ihrer Axe, wiederum r genannt, wird aus den angenommenen Bedingungen leicht genug gefunden. Da nämlich b und ^{1}b sich in e, so daß tg. Ae $= \frac{m}{2}$. tg. AP wird, und b und ^{2}b sich in D verbinden würden, so muß r, welches zugleich in den beiden

*) Die dem Verhältniß 2 : 3 : 6 entsprechenden Flächen sind augenscheinlich im isometrischen Systeme Flächen der ersten beobachteten Varietät des Trigonalpolyeders (Vergl. §. 58 Nro. 11) — Man könnte diese Art von Flächen auch dadurch ableiten, daß man sich je vier D, wie z. B. D, ^{1}D, ^{1}D′ und ^{2}D gleichzeitig zu einer mittleren Kraft zusammengesetzt dächte.

13) Werden ferner von den analogen Kräften b je drei in der Art combinirt, wie (fig. 33.) ^{1}b, $^{1}b'$ und ^{3}b, so bestimmt sich die Axe ihrer mittleren Kraft r der Lage nach dadurch, daß den bestehenden Voraussetzungen gemäß aus der Vereinigung der beiden gleich starken Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ^{1}b und $^{1}b'$ eine mittlere in der Richtung A, und aus der Verbindung von $^{1}b'$ mit ^{3}b eine mittlere in der Richtung D (vergl. Nro. 9 litt. b. u. e.) entspringen würde. Daraus folgt, daß r in den Durchschnittspunkt der beiden Bogen größter Kreise $A\,^{3}b$ und $D\,^{1}b$ fallen muß.

Werden nun wieder die Bogen rx, senkrecht auf AD, und ry, senkrecht auf $A\,^{1}D$ gezogen, so erhält man

$$\text{tg. Ax} = \text{tg. Ar. cos. } \varepsilon = \frac{\text{sin. AD}}{\text{cos. AD} + \text{tg. } \varepsilon \text{. cot. } \delta'}$$

wenn tg. Ar aus dem Δ ADr berechnet wird. Da nun

$$\text{tg. } \varepsilon = \text{tg. } {}^{1}A\,{}^{3}b \text{ und}$$

$$\text{cot. } \delta = \text{cot. } \delta' = \frac{\text{sin. } {}^{1}AD}{\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{3}b} = \frac{\text{cos. AD}}{\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{3}b}$$

ist; so wird

$$\text{tg. Ax} = \tfrac{1}{2} \text{ tg. AD.}$$

Dieser Neigungscoeffizient ist also unabhängig von m und für die Axen aller mittleren Kräfte dieser Gattung derselbe, welchen Neigungscoefficienten die drei erzeugenden Kräfte b aus den Grenzzonen auch gehabt haben mögen.

Man findet ferner

$$\text{tg. Ay} = \text{tg. Ar. sin. } \varepsilon = \text{tg. Ax. tg. } \varepsilon$$
$$= {}^{m}/_{2} \text{ tg. AD. tg. } {}^{1}A\,{}^{2}D, \text{ und weil}$$

$$\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{2}D = \frac{\text{tg. } A\,{}^{1}D}{\text{tg. AD}} \text{ ist,}$$

$$\text{tg. Ay} = {}^{m}/_{2} \text{ tg. } A\,{}^{1}D.$$

Nachstehendes Schema enthält wieder, auf die bekannte Weise eingerichtet, die Berechnung einiger, den einfacheren Werthen des m entsprechender Neigungscoefficienten und Abänderungszahlen des Grundverhältnisses der drei Axen A, wodurch die Lage dieser Art von Flächen r bestimmt wird.

m	½	m/2	
½	½ constant.	¼	1 : 2 : 4 *)
⅓		⅙	1 : 2 : 6
¼		⅛	1 : 2 : 8
⅙		1/12	1 : 2 : 12
⋮		⋮	
⅔		⅓	1 : 2 : 3
⅖		⅕	1 : 2 : 5
⅕		1/10	1 : 2 : 10
¾		⅜	3 : 6 : 8

2c. 2c.

Die Axen derjenigen mittleren Kräfte, welche aus der Vereinigung von drei analogen b in der Anordnung, wie b, b′ und ^{3}b′ (= ^{3}b) entspringen würden, fallen mit denen zusammen, deren Lage so eben bestimmt wurde. In der unteren Hälfte der 33sten Figur sind diejenigen Kreisbogen angegeben, welche am bequemsten zur Auffindung des Ortes solcher Axen gebraucht werden könnten. Die gleich starken Kräfte b und b′ müssten sich in A verbinden, folglich liegt die Axe der mittleren Kraft zwischen ihnen und der analogen ^{3}b′ in dem Bogen A ^{3}b′, — zugleich aber auch in dem Bogen b′r, wenn durch r die Axe der mittleren Kraft zwischen b und ^{3}b′ (nach den sub Nro. 11 abgeleiteten Bedingungen, daß tg. $Ax = \frac{1}{1+m}$ tg. ^{x}AD und tg. ^{x}Ay $= \frac{m}{1+m}$. tg. ^{x}A ^{2}D′ sei) angedeutet

*) Die Flächen, welche diesem Neigungsverhältniß 1 : 2 : 4 entsprechen, sind im isometrischen Systeme Flächen der dritten beobachteten Art des Trigonalpolyeders. (Vergl. §. 58. Nro. 13.)

wird, — folglich in dem Durchschnittspunkte beider Kreisbogen A^3b' und $b'r$, d. h. in r'. Die Rechnung, wodurch die Uebereinstimmung in der Lage der Axe r' mit der von r nachzuweisen wäre, wird sehr einfach, wenn sie mit der Bestimmung von cot. Ar' aus dem $\Delta\ Ab'r'$ anhebt und die Cotangente des W. $Ab'r'$ aus dem $\Delta\ b'r\ ^1A$ ableitet, worin der W. ψ durch die vorigen Angaben hinreichend bestimmt ist. Wir lassen uns um so weniger durch die Ausführung dieser Rechnung aufhalten, da ihre Resultate zu keinen neuen Axenverhältnissen für die abgeleiteten Flächen führen, und Jeder durch eigene Rechnung sich leicht von der behaupteten Uebereinstimmung ihrer Resultate mit denen, welche die vorige Combination ergab, überzeugen kann.

14. Unter den Combinationen, welche je drei analoge Kräfte aus den Grenzzonen mit einander eingehen können, so daß die Axen der mittleren Kräfte Nebenzonen angehören, haben wir nun auch diejenige zu bestimmen, bei welcher die Axen der erzeugenden Kräfte die Stellung wie b, ^1b und ^3b (fig. 34) gegen einander besitzen. Die Lage des Punktes r, worin die Axe ihrer mittleren Kraft sich endigen muß, wird am leichtesten nach folgenden Voraussetzungen aufgefunden.

Die mittlere Kraft zwischen ^1b und ^3b würde nach s gerichtet sein, so daß tg. Ds = 2m. tg. DP zu setzen wäre (vergl. Nro. 9. litt. b.); folglich muß r in dem Bogen eines größten Kreises bs liegen. Die Axe der mittleren Kraft zwischen b und ^3b, hier durch r bezeichnet, ist den sub Nro. 11. angestellten Untersuchungen zufolge ihrer Lage nach dadurch bestimmt, daß wenn die beiden Kreisbogen rx lothrecht auf ^1AD und ry lothrecht auf $^1A\,^2D$ gezogen sind,

$$\text{tg. } ^1Ax = \frac{1}{1+m} \cdot \text{tg. } ^1AD \text{ und}$$

$$\text{tg. } ^1Ay = \frac{m}{1+m} \cdot \text{tg. } ^1A\,^2D$$

zu setzen ist. Wird nun der Kreisbogen ^1Ax gezogen, wodurch der W. $r\,^1Ax = \psi$ gebildet wird, so ist

$$\text{tg. } \psi = \frac{\text{tg. } {}^{1}Ay}{\text{tg. } {}^{1}Ar} = \frac{\text{m. tg. } {}^{1}A^{2}D}{\text{tg. } {}^{1}AD}$$

$$= \text{m. tg. } A\,{}^{1}D = \text{tg. } A\,{}^{1}b,$$

d. h. der Bogen ${}^{1}Ar$ muß, weit genug fortgesetzt, in ${}^{1}b$ eintreffen, oder der Bogen $r\,{}^{1}b$ ist die Fortsetzung von ${}^{1}Ar$. Da nun die Axe der mittleren Kraft zwischen b, ${}^{1}b$ und ${}^{3}b$, nämlich r auch in den Kreisbogen $t\,{}^{1}b$ eintreffen muß, folglich in den Durchschnittspunkt der beiden Bogen bs und ${}^{1}br$, und ${}^{1}br$ senkrecht auf $A\,{}^{1}D$ steht, so ist durch den in diesem Normalkreise abgeschnittenen Bogen $A\,{}^{1}b$ das eine Neigungsverhältniß bereits gegeben, nämlich

$$\text{tg. } Ay = \text{tg. } A\,{}^{1}b = \text{m. tg. } A\,{}^{1}D.$$

Wird ferner auch der Kreisbogen rx senkrecht auf AD gezogen und der W. rbx (=) φ genannt, so erhält man zunächst tg. bx = tg. br. cos. φ, und wenn tg. br aus dem Δ ${}^{1}Abr$ berechnet wird, mit Berücksichtigung des Umstandes, daß ${}^{1}Ab + Ab = 90°$ ist,

$$\text{tg. } bx = \frac{\text{cos. } Ab}{\text{sin. } Ab + \text{tg. } \varphi . \text{ cot. } \psi}$$

Nun ist cot. ψ = cot. $A\,{}^{1}b$ und

$$\text{tg. } \varphi = \frac{\text{tg. } Ds}{\text{sin. } Db} = \frac{2\text{m. tg. } DP}{\text{sin. } Db}$$

$$= \frac{2.\ \text{tg. } A\,{}^{1}b.\ \text{cos. } AD}{\text{sin. } Db}\text{; folglich}$$

$$\text{tg. } bx = \frac{\text{cos. } Ab}{\text{sin. } Ab + \left(\frac{2.\ \text{cos. } AD}{\text{sin. } Db}\right)}$$

Wird in diesem Ausdrucke sin. Db als sin. (AD — Ab) entwickelt, so ergiebt sich nach einer leichten Umänderung der tri-

gonometrischen Functionen des Bogens AD, wenn darauf tg. AD $= \frac{\text{tg. Ab}}{m}$ gesetzt wird,

$$\text{tg. bx} = \frac{(1-m)\ \text{sin. Ab. cos. Ab}}{2m + (1-m)\ (\text{sin. Ab})^2}$$

und durch Einführung dieses Werthes in die Entwickelung des Ausdrucks

$$\text{tg. Ax} = \text{tg. (Ab + bx)} =$$

$$\frac{(1+m)}{2m}.\ \text{tg. Ab} = \frac{1+m}{2}.\ \text{tg. AD.}$$

Das angehängte Rechnungsschema für die einfacheren Werthe des angenommenen Neigungscoefficienten m hat die nämliche Einrichtung wie die vorigen.

m	$\frac{1+m}{2}$	m	
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	3 : 4 : 6
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	2 : 3 : 6*)
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$	5 : 8 : 20
$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$	7 : 12 : 42
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	10 : 12 : 15
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{5}$	14 : 20 : 35
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	3 : 5 : 15*)
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	21 : 24 : 28

ꝛc. ꝛc.

15. Es ist nur noch eine Art der Combination analoger Kräfte aus den Grenzzonen zu je drei übrig, sofern nicht die

*) Diese Axenverhältnisse wurden auf anderem Wege auch schon früher sub Nro. 11 und 12 gefunden.

Axen aller drei Kräfte in dem nämlichen Normalkreise liegen sollen, und von den beiden Axenthätigkeiten dieser Art, welche gleiche Stärke besitzen, allemal die den übrigen zunächst stehende zu der Vereinigung gezogen werden soll. Diese Combination ist die von b, ^{2}b und ^{3}b (fig. 35) oder jeder drei ähnlich liegender b. Die Voraussetzungen hinsichtlich des Verhältnisses dieser drei Kräfte und der Lage ihrer Axen bleiben wie bisher. Dennoch müssten sich b und ^{2}b in D combiniren; die Axe der mittleren Kraft zwischen den drei genannten b fällt also in den Bogen D ^{4}b; die mittlere Kraft zwischen b und ^{4}b müsste ferner nach r gerichtet sein, und zwar den Resultaten der sub Nro. 11 aufgeführten Untersuchungen zufolge so, daß wenn die Bogen rx lothrecht auf A^{1}D, und ry lothrecht auf AD gezogen sind, tg. Ax $= \frac{1}{1+m}$. tg. A^{1}D und tg. Ay $= \frac{m}{1+m}$ tg. AD anzunehmen wäre. Wird alsdann der Bogen Ar gezogen, wodurch der W. rAx $= \psi$ gebildet wird, so ist tg. $\psi = \frac{m.\ tg.\ AD}{tg.\ A^1D}$. Da nun die Axe der mittleren Kraft zwischen b, ^{2}b und ^{4}b auch in dem Kreisbogen ^{2}br liegen muß, so wird ihr Endpunkt durch den Durchschnittspunkt (r) der beiden Bogen größter Kreise D ^{4}b und ^{2}br gegeben. Fällt man nun von diesem Punkte r aus die Bogen rx lothrecht auf AD, und ry lothrecht auf A^{1}D, so lassen sich mit Zuziehung des Bogens Ar die durch jene beiden Perpendikel in den Normalkreisen der Grenzzonen abgeschnittenen Stücke Ax und Ay nach der in der Figur gewählten Bezeichnung auf folgende Art bestimmen.

Im Δ D ^{2}br ist

$$\cot.\ Dr = -\cot.\ D^2b.\ \cos.\ \delta + \frac{\sin.\ \delta.\ \cot.\ o}{\sin.\ D^2b}.$$

Man findet ferner aus dem Δ A ^{2}br

$$\cot.\ o = \frac{\cot.\ Ar.\ \sin.\ A^2b}{\cos.\ \psi} - \cos.\ A^2b.\ tg.\ \psi$$

$$(\text{weil } \cos.\ \psi = \frac{1}{(1+m)}.\ tg.\ A^1D.\cot.Ar,$$

ferner cos. A^2b = sin. A^2b. cot. A^2b

und cot. A^2b = m. cot. AD ist,

nach Einführung dieser und des vorhin für tg. ψ angegebenen Werthes)

$$= (1 + m - m^2). \frac{\text{sin. } A^2b}{\text{tg. } A^1D}$$

Nun ist

$$\text{cot. } Dx = \frac{\text{cot. } Dr}{\cos. \delta} = - \text{cot. } D^2b + \frac{\text{tg. } \delta. \text{ cot. } o}{\text{sin. } D^2b}.$$

Wird in diesem Ausdrucke der schon gefundene Werth für cot. o an die Stelle gesetzt, tg. δ aus dem Δ AD^4b berechnet als $\frac{\text{tg. } A^4b}{\text{sin. AD}} = \frac{\text{tg. } A^1D}{\text{m. sin. AD}}$, ferner D^2b als $A^2b - AD$ und danach die von D^2b verlangten trigon. Functionen ausgedrückt; so findet man durch einige leichte Umformungen dieser Functionen, wobei den Voraussetzungen gemäß tg. $A^2b = \frac{\text{tg. AD}}{m}$ gesetzt wird, in möglichst zusammengezogener Gestalt

$$\text{cot. } Dx = \frac{1 + m + m. \cos. AD^2}{\text{m. sin. AD. cos. AD}}$$

Daraus endlich berechnet sich

$$\text{tg. } Ax = \text{tg. } (AD - Dx) = \frac{1 + m}{1 + 2m}. \text{ tg. AD.}$$

Man erhält nun auch tg. Ay = tg. Ax. tg. ε, und aus dem Δ ADr berechnet

$$\text{cot. } \varepsilon = \frac{\text{cot. Dr. sin. AD}}{\sin. \delta} - \cos. AD. \text{ cot. } \delta$$

(weil cot. Dr = cot. Dx. cos. δ ist)

$$= (\text{cot. Dx. sin. AD} - \cos. AD) \text{ cot. } \delta$$

$$= \frac{(1 + m).\ \cot.\ \delta}{m.\ \cos.\ AD}$$

(nach Einführung des schon oben angegebenen Werthes für tg. δ)

$$= \frac{(1 + m).\ \text{tg.}\ AD}{\text{tg.}\ A^1D}.$$

Daraus folgt, wenn der vorhin abgeleitete Werth für tg. Ax an die Stelle gesetzt wird,

$$\text{tg.}\ Ay = \frac{1}{1 + 2m}.\ \text{tg.}\ A^1D.$$

Das angehängte Schema, worin die den einfacheren Werthen von m nach den gegenwärtigen Formeln entsprechenden Neigungscoefficienten und Axenverhältnisse berechnet sind, ist wie die früheren eingerichtet.

m	$\frac{1+m}{1+2m}$	$\frac{1}{1+2m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	3 : 4 : 6 *)
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	12 : 15 : 20
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	10 : 12 : 15
$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	21 : 24 : 28
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{7}$	15 : 21 : 35
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{9}$	35 : 45 : 63
$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{7}$	30 : 35 : 42
$\frac{2}{4}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{5}$	14 : 20 : 35
	ꝛc.	ꝛc.	

*) Dasselbe Axenverhältniß wurde für $m = \frac{1}{2}$ auch schon in dem zunächst vorhergehenden Schema gefunden.

16. Unter den Combinationen secundärer Wirkungen der Cohäsionskraft, deren Axen nach den ersten oder zweiten Theilen der Mittelzonen gerichtet sind, sofern dadurch mittlere Kräfte erzeugt werden, deren Axen und Flächen Nebenzonen angehören, heben wir nur einige der sich zunächst darbietenden zur näheren Bestimmung aus.

In der 36sten Figur sind durch die Buchstaben a analoge Kräfte aus den ersten Theilen der Mittelzonen verstanden, so daß tg. Aa = tg. Aa′ = m. tg. AP, tg. $^{I}A\,^{I}a$ = m. tg. ^{I}AP u. s. f. Werden je drei a von ähnlicher Stellung, wie a, a′ und ^{I}a, mit einander vereinigt, so folgt aus den früher erwiesenen Bedingungen, weil a′ und ^{I}a sich in D, a und ^{I}a in d verbinden müssten, (so daß nach Nro. 3. tg. Dd = $\frac{2m}{1+m}$. tg. DP wäre,) daß die Axe ihrer mittleren Kraft v in den Durchschnittspunkt der beiden Bogen größter Kreise Da und a′d eintreffen wird.

Um alsdann die Lage von v zu bestimmen, zieht man wieder die Bogen vx und vy rechtwinklig auf die Normalkreise der Grenzzonen, und erhält nach der in der Figur angegebenen Bezeichnung der Winkel

$$\cot. Dx = \frac{\cot. Dv}{\cos. \rho}$$

(wenn cos. Dv aus dem Δ Dvd berechnet wird)

$$= \cot. Dd. \text{ tg. } \rho + \frac{\cot. \eta}{\sin. Dd}$$

(nachdem für cot. η sein Werth, aus dem Δ a′Dd berechnet, eingeführt ist)

$$= 2 \cot. Dd. \text{ tg. } \rho + \frac{\cot. Da}{\cos. \rho}$$

(wenn endlich für cot. Da ein Ausdruck aus dem Δ ADa abgeleitet ist, und statt cot. Dd und tg. ρ die schon sub Nro. 3 angegebenen Werthe an die Stelle gesetzt werden)

$$= \frac{1 + 2m + (1-m)\cos. AD^2}{(1-m)\sin. AD. \cos. AD}.$$

Daraus findet sich dann

$$\text{tg } Ax = \text{tg. } (AD - Dx) = \frac{1+2m}{2+m} \text{ tg. } AD.$$

Es ist ferner tg. Ay = tg. Ax. tg. ε, wenn zur Bildung des Winkels ε noch der Bogen Av gezogen ist. Man berechnet hierauf am bequemsten tg. ε aus dem Δ ADv, indem man cot. Dv = cot. Dx. cos. ρ setzt. Daraus ergiebt sich

$$\text{tg. } Ay = \frac{m}{2+m}. \text{ tg. } A^1D.$$

In dem nachfolgenden Schema, welches ganz die Einrichtung der vorigen besitzt, sind von den Werthen, welche das m als Neigungscoefficient secundärer Axen und Flächen aus den ersten Theilen der Mittelzonen, früheren Untersuchungen zufolge, anzunehmen fähig ist, nur die einfacheren ausgewählt.

m	$\frac{1+2m}{2+m}$	$\frac{m}{2+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	4 : 5 : 20
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	5 : 7 : 35
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	6 : 9 : 54
$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{13}$	$\frac{1}{13}$	8 : 13 : 104
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{5}{6}$	$\frac{16}{17}$	$\frac{5}{17}$	80 : 85 : 272
$\frac{3}{4}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{3}{11}$	30 : 33 : 110
$\frac{3}{5}$	$\frac{11}{13}$	$\frac{3}{13}$	33 : 39 : 143

2c. 2c.

17. Wenn die in der 36sten Figur durch a, ^{1}a und $^{1}a'$ bezeichneten Kräfte (für welche die vorhin aufgestellten Bedingungen beibehalten werden) sich zu einer einzigen mittleren vereinigten, so würde die Axe derselben in den Kreisbogen D ^{1}a treffen. Dächte man nun, die analogen Kräfte a hätten sich erst zu je zwei combinirt, so daß daraus die in früheren Untersuchungen mit b und d benannten Kräfte hervorgegangen wären; hätten sich z. B. a und ^{1}a in d, ^{1}a und $^{1}a'$ in ^{2}b verbunden: so folgt nach §. 57 für das Verhältniß dieser beiden Kräfte d und ^{2}b, welche offenbar auf gleicher Stufe der Ableitung stehen, daß auch die Axe ihrer mittleren Kraft in den Bogen D ^{1}a eintreffen muß — und zwar in denjenigen Punkt, wo derselbe von dem Bogen eines größten Kreises zwischen d und ^{2}b geschnitten wird. Dieser Punkt ist in der Figur mit k bezeichnet. Werden von ihm aus auf ^{1}AD und $^{1}A\,^{2}D$ die Perpendikel $k^{1}x$ und $k^{1}y$ gefällt, so ergiebt die Rechnung, wofür alle nöthigen Voraussetzungen bereits vorgekommen sind,

$$\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{1}x = \frac{1+3m}{3+m}\,.\ \text{tg. } {}^{1}AD \text{ und}$$

$$\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{1}y = \frac{1}{3+m}\,.\ \text{tg. } {}^{1}A\,{}^{2}D.$$

Die Berechnung dieser Neigungscoefficienten in einzelnen Fällen und der entsprechenden Axenverhältnisse für die einfacheren Werthe von m ist im nachfolgenden Schema ausgeführt.

m	$\frac{1+3m}{3+m}$	$\frac{1}{3+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{2}{7}$	10 : 14 : 35
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	3 : 5 : 10
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{4}{13}$	28 : 52 : 91
$\frac{1}{6}$	$\frac{9}{19}$	$\frac{6}{19}$	18 : 38 : 57
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{5}{6}$	$\frac{21}{23}$	$\frac{6}{23}$	42 : 46 : 161
$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{4}{15}$	52 : 60 : 195
$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{18}$	35 : 45 : 126

ꝛc. ꝛc.

18. Von den analogen Kräften a mögen je drei in ähnlicher Stellung wie a, ^{1}a und a‴ (fig. 37) zu einer mittleren zusammentreten. Die Lage ihrer Axe (v) bestimmt sich nach den Voraussetzungen, daß a und ^{1}a sich in d, a und a‴ in A combiniren müssten. Danach ist der Durchschnittspunkt der beiden Kreisbogen da‴ und A^{1}a, nämlich v, der Endpunkt der gesuchten Axe. Man sieht aber leicht ein, daß mit ihr auch die Axe der mittleren Kraft zwischen ^{1}a, a′ und a″ zusammenfallen muß, weil aus der Verbindung von a′ und a″, ebensowohl wie aus der Verbindung von a und a‴, eine mittlere, nach A gerichtete Kraft hervorgeht, welche mit dieser gleiche Stärke besitzt, weil die erzeugenden Kräfte selbst in beiden Fällen gleich stark und gegen A auch unter gleich großen Winkeln gerichtet sind. Hiernach muß auch der Kreisbogen Da″ (a′ und ^{1}a verbinden sich in D) durch den Punkt v gehen.

Wird nun vx auf AD und vy auf A^{1}D lothrecht gezogen, so findet man leicht in der in der Figur angegebenen Bezeichnung:

$$\cot. Ax = \frac{\cot. Av}{\cos. \varepsilon} = \cot. AD + \frac{\text{tg. } \varepsilon . \cot. \psi}{\sin. AD}$$

(wenn tg. ε = m tg. α gesetzt, und cot. ψ aus dem Δ ADa″ berechnet wird)

$= (2 + m) \cot. AD;$

$$\text{also } \operatorname{tg}. Ax = \frac{1}{2+m}. \operatorname{tg}. AD;$$

$$\text{ferner } \operatorname{tg}. Ay = \operatorname{tg}. Ax. \operatorname{tg}. \varepsilon = \frac{m}{2+m}. \operatorname{tg}. A^1D \text{ *).}$$

Das nachstehende Rechnungsschema für diesen Fall entspricht in seiner ganzen Einrichtung den vorigen.

m	$\frac{1}{2+m}$	$\frac{m}{2+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	2 : 5 : 10
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	3 : 7 : 21
$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	4 : 9 : 36
$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{1}{13}$	6 : 13 : 78
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{17}$	$\frac{5}{17}$	30 : 85 : 102
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{3}{11}$	12 : 33 : 44
$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{3}{13}$	15 : 39 : 65

2c. 2c.

19. Die 38ste Figur enthält die Zeichnung, wodurch die Lage der Axe einer mittleren Kraft bestimmt wird, welche aus der Combination je drei analoger a in der Stellung, wie a,

*) Verbände man ^1a und a''' durch den Bogen eines größten Kreises, so läßt sich zeigen, daß vermöge des bekannten Verhältnisses von je zwei analogen Kräften die Axe der mittleren Kraft zwischen ^1a und a''' in denjenigen Punkt eintreffen müßte, in welchem der genannte Kreisbogen den Normalkreis AD durchschneidet. Als Neigungscoefficient für diese Axen oder die zugehörigen Flächen aus den Grenzzonen findet man $\frac{1-m}{1+m}$.

a' und ^2a, entſpringt. Man weiß, daß a und a' ſich in b verbinden, ſo daß (wenn alle früheren Vorausſetzungen in Beziehung auf die Kräfte a beibehalten werden) tg. Ab = m. tg. AD iſt; die geſuchte Axe trifft folglich in den Bogen $b\,^2a$. Ferner iſt bekannt, daß die mittlere Kraft zwiſchen a und ^2a nach ^1d gerichtet ſein würde, ſo daß $\text{tg.}\,{}^1D\,{}^1d = \frac{2m}{1+m}$. tg. ^1DP wird; der Endpunkt der geſuchten Axe liegt demnach auch in dem Bogen $^1da'$ und iſt folglich der Durchſchnittspunkt dieſes Bogens mit dem Bogen $b\,^2a$, alſo v. Um die Lage dieſes Punktes zu beſtimmen, werden wieder die Perpendikel vx und vy, und der Bogen Av gezogen, welcher bei A mit der Seite AD den Winkel ε einſchließt.

Es dient zur Erleichterung der Rechnung, wenn außerdem der Bogen ba (ſenkrecht auf AD) bis ^2A fortgeſetzt und durch ^1d der Quadrant eines größten Kreiſes $^2A\,^1dh$ gelegt wird, wodurch man $\text{Ah} = \frac{2\,m}{1+m}$. tg. AD erhält. Alsdann dürfen die Bogen bh und Db anſtatt der Winkel geſetzt werden, welche an dem ihnen zugehörigen Pole ^2A ihnen gegenüberliegen.

Man erhält nun nach der in der Figur angegebenen Bezeichnung, wo der W. $aa'\,{}^1d\,(=)\,o$, $Db\,{}^2a\,(=)\,\psi$ und $^2Aa\,{}^2a\,(=)\,\omega$ genannt iſt, zuerſt

$$\text{cot. bx} = \frac{\text{cot. bv}}{\text{cos. }\psi}$$

(wenn cot. bv aus dem Δ $a'bv$ berechnet wird, weil $ba' = ba$ iſt)

$$= -\,\text{cot. ba. tg. }\psi + \frac{\text{cot. }o}{\text{sin. ba}}.$$

Wird dann cot. o aus dem Δ $a'a\,{}^1d$ berechnet und in dem Ausdrucke dafür ſtatt cot. $a\,{}^1d$ ein Werth, den man aus dem Δ $a\,{}^2A\,{}^1d$ ableitet, an die Stelle geſetzt, ſo findet man

$$\frac{\text{cot. }o}{\text{sin. ba}} = \frac{\text{cot. }\omega}{\text{sin. ba}} + 2\,\text{cot. bh},$$

und nachdem man in diesem Ausdrucke für cot. ω seinen, aus dem Δ a ^{2}A ^{2}a berechneten Werth eingeführt hat, wobei $\frac{\text{cot.}^2\text{A}\,{}^2\text{a}}{\text{sin. Db}} = \text{tg. } \psi$ zu setzen ist,

$$\frac{\text{cot. } o}{\text{sin. ba}} = \text{cot. ba. tg. } \psi - \text{cot. Db} + 2 \text{ cot. bh};$$

folglich $\text{cot. bx} = 2 \text{ cot. bh} - \text{cot. Db}.$

Nun ist

$$\text{cot. bh} = \text{cot. (Ah} - \text{Ab)}$$

$$= \frac{(1 + m) \text{ cos. AD}^2 + 2m^2 \text{. sin. AD}^2}{m (1 - m) \text{ sin. AD. cos. AD}}$$

und $\text{cot. Db} = \text{cot. (AD} - \text{Ab)}$

$$= \frac{\text{cos. AD}^2 + m \text{. sin. AD}^2}{(1 - m) \text{ sin. AD. cos. AD}}$$

Daraus folgt

$$\text{tg. bx} = \frac{m (1 - m) \text{. sin. AD. cos. AD}}{3m^2 + (2 + m - 3m^2) \text{. cos. AD}^2},$$

und hieraus endlich

$$\text{tg. Ax} = \text{tg. (Ab} + \text{bx)} = \frac{3m}{2 + m} \text{. tg. AD.}$$

Unter den bisherigen Angaben sind auch alle diejenigen enthalten, welche zu einer bequemen Auffindung des tg. Ay dienen können, sobald man den Winkel ε zuzieht, dessen Cotangente aus dem Δ Abv zu berechnen ist, in welchem die Seite bv wieder durch ihre Beziehungen gegen bx und ψ im Δ bvx gegeben ist, u. s. f.

Man findet alsdann

$$\text{tg. } Ay = \frac{1}{2+m} \cdot \text{tg. } A^1D.$$

Nach diesen Angaben entwickelt sich, übereinstimmend mit den früheren, folgendes Rechnungsschema.

m	$\frac{3m}{2+m}$	$\frac{1}{2+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	6 : 10 : 15
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	4 : 12 : 9
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{6}{13}$	6 : 26 : 13
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{6}{17}$	30 : 34 : 85
$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{4}{11}$	36 : 44 : 99
$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{5}{13}$	45 : 65 : 117
	ꝛc.	ꝛc.	

Es geht aus der bloßen Ansicht dieses Schema's hervor, daß die Axen derjenigen mittleren Kräfte, welche aus der hier dargestellten Combination von je drei a mit dem Neigungscoefficienten $\frac{1}{3}$ entspringen, selbst wieder in die Normalkreise der Mittelzonen fallen, wo ihre Lage durch den Neigungscoefficienten $\frac{3}{7}$ (tg. Av $=$ $\frac{3}{7}$ tg. AP) bestimmt wird.

Ist das m der erzeugenden Kräfte a kleiner als $\frac{1}{3}$ angenommen, so fallen die Endpunkte der Axen ihrer mittleren Kräfte v auf die entgegengesetzte Seite der Normalkreise AP, indem $\frac{3m}{2+m} < \frac{1}{2+m}$ wird. Für solche abgeleitete Axen und Flächen wird also die gewöhnliche Ordnung der beiden letzten Coefficienten, womit die ursprünglichen Dimensionsverhältnisse der Axen A zu multipliciren sind, um die Neigung der secundären Flächen zu bestimmen, gerade umgekehrt, da sonst der kleinere immer vorangeht.

20. Die so eben gefundenen Resultate können nun auch dazu benutzt werden, um die Richtung einer mittleren Kraft zu bestimmen, welche aus der Vereinigung je zwei analoger Kräfte a in der Stellung, wie a′ und ^{2}a, hervorgeht. Wenn alle Voraussetzungen bleiben, wie vorhin, und fig. 39 durch v die Axe der so eben abgeleiteten mittleren Kraft zwischen a, a′ und ^{2}a vorgestellt wird, so hat man den vorigen Angaben gemäß

$$\text{tg. DAv} = \text{tg. } \varepsilon = \frac{\text{tg. A}^1\text{D}}{3\text{m. tg. AD}}$$

$$= \frac{1}{3\text{m}} \cdot \text{tg. DAP} = \frac{1}{3\text{m}} \cdot \text{tg. } \alpha.$$

Wird dann durch a′ und ^{2}a, desgleichen durch a und v ein größter Kreis gelegt, so bezeichnet der Punkt q, wo beide Kreise einander schneiden, (nach §. 56. 2.) die Richtung derjenigen mittleren Kraft, welche aus der Verbindung von a′ und ^{2}a entspringt. Um diese Richtung, oder die Lage des Punktes q angeben zu können, berechnet man zuvörderst cot. ω aus dem Δ Aav, mit Zuziehung des Winkels $\varkappa$ ($= \alpha - \varepsilon$). Daraus findet man im Δ Aaf, wenn der Bogen Av bis zum Durchschnitt mit dem Normalkreise AD fortgesetzt ist,

$$\text{cot. Af} = \frac{(\text{m}^2 + 2\text{m} - 1)}{\text{m}\,(3\text{m} - 1)} \cdot \text{cot. AD.}$$

Wird ferner für cot. Az ein Ausdruck aus dem Δ Aa′z gesucht, und in diesem statt cot. φ sein aus dem Δ Aa′^{2}a berechneter Werth eingeführt, so erhält man

$$\text{cot. Az} = \frac{(1 + \text{m}^2)}{\text{m}\,(1 + \text{m})} \cdot \text{cot. AD.}$$

Nachdem nun auch der Bogen Aq, welcher mit AD den Winkel ϑ einschließt, und qx senkrecht auf AD gezogen ist, hat man

$$\text{cot. Ax} = \frac{\text{cot. Aq}}{\text{cot. } \vartheta}.$$

Es ist aber Aq durch seine Lage im Δ Aqx, der W. ϑ durch seine Lage im Δ Aqf, und in diesem die Seite qf zugleich als Seite des Δ qfz (dessen Winkel bei f (=) ψ, bei z (=) o genannt ist) gegeben. Man findet

$$\cot.\ \vartheta = \frac{\cot.\ \psi.\ \sin.\ Az + \cot.\ o.\ \sin.\ Af}{\sin.\ (Af - Az)}.$$

Für cot. ψ wird am leichtesten aus dem Δ Aaf, für cot. o aus dem Δ Aa'z ein Werth abgeleitet, und nach gehöriger Vereinigung dieser Ausdrücke

$$\cot.\ Ax = \frac{\cot.\ AD\ (\cot.\ Af + \cot.\ Az) - 2m.\ \cot.\ Af.\ \cot.\ Az}{2\ \cot.\ AD - m\ (\cot.\ Af + \cot.\ Az)}$$

gefunden, woraus durch Substitution der oben angeführten Werthe von cot. Af. und cot. Az folgt

$$\cot.\ Ax = \frac{1 + m}{2m}.\ \cot.\ AD,\ \text{oder}$$

$$\text{tg.}\ Ax = \frac{2m}{1 + m}.\ \text{tg.}\ AD.$$

Ist nun auch qy lothrecht auf A^2D gezogen, so erhält man tg. Ay = tg. Ax tg. ϑ, woraus mit Benutzung oben aufgestellter Werthe für die erforderlichen Bestimmungsstücke

$$\text{tg.}\ Ay = \frac{1 - m}{1 + m}.\ \text{tg.}\ A^1D$$

abgeleitet wird.

Das nachstehende Schema enthält wieder den Anfang der Rechnung nach diesen Formeln für die einfacheren Werthe, welche m anzunehmen fähig ist.

m	$\frac{2m}{1+m}$	$\frac{1-m}{1+m}$	
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	2 : 3 : 6
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	6 : 15 : 10
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$	10 : 35 : 14
$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{11}$	$\frac{1}{11}$	10 : 11 : 110
$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$	6 : 7 : 42
$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	3 : 4 : 12

&c. &c.

Die secundären Axenverhältnisse, welche den Werthen $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{3}{5}$ für m entsprechen, wurden auf anderem Wege auch schon früher sub Nro. 11 gefunden. Für $m = \frac{1}{3}$ fallen die abgeleiteten Axen q in die Normalkreise AP, was auch schon aus den Ergebnissen des vorigen Abschnitts Nro. 19 gefolgert werden konnte, (so daß in diesem Falle tg. Aq = ½. tg. AP wird,) und wenn $m < \frac{1}{3}$ angenommen wird, auf die andere Seite dieser Normalkreise als für $m > \frac{1}{3}$, so daß wieder die im vorigen Abschnitte erwähnte Verwechselung der Axen A eintritt, auf deren secundäre Dimensionsverhältnisse die Neigung der Axen und Flächen q zu beziehen ist.

Anmerk. Ehe wir zu den Combinationen einer andern Art analoger Kräfte übergehen, wodurch mittlere Kräfte erzeugt werden, deren Axen und Flächen Nebenzonen angehören, mag noch die Bemerkung Platz finden, daß aus der Verbindung je drei analoger Kräfte a von ungleicher Stärke, auch wenn sie nicht in dem nämlichen $\Delta\, A^1A^2A$ liegen, und in der Anordnung wie (fig. 38 auf der linken Seite der Zeichnung) a'', $^2a''$ und $^1a'''$ vereinigt gedacht werden, solche mittlere Kräfte entspringen müssen, deren Richtung in den Normalkreisen der Mittelzonen und zwar in deren zweiten Theilen endigt. Da nämlich a'' und $^1a'''$ sich in D′ verbinden müssen, so liegt die Axe der mittleren Kraft zwischen ihnen und $^2a''$ in dem Normalkreise

D' $^{3}a''$, und zwar da, wo dieser Kreis von dem Bogen $^{1}d'' {}^{1}a''$ durchschnitten wird, weil sich a'' und $^{3}a''$ in $^{1}d''$ verbinden würden. Dieser Durchschnittspunkt ist in der Figur durch p bezeichnet. Man findet

$$\text{tg. } D'p = \frac{1}{1 + 2m} \cdot \text{tg. } D'P'',$$

und hiernach sind für

$$m = 1/2,\ 1/3,\ 1/4,\ 1/6,\ 5/6,\ 3/4,\ 3/5 \text{ ꝛc.}$$

die entsprechenden Neigungscoefficienten in den zweiten Theilen der Mittelzonen

$$1/2,\ 3/5,\ 2/3,\ 3/4,\ 3/8,\ 2/5,\ 5/11 \text{ ꝛc.}$$

21. Es sollen nun auch noch wenigstens die hauptsächlichsten Combinationen solcher abgeleiteter Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft angegeben werden, deren Richtung in den zweiten Theilen der Normalkreise der Mittelzonen endigt, insofern durch sie mittlere Kräfte erzeugt werden, deren Axen und Flächen Nebenzonen angehören. Als erzeugende Kräfte werden hier, wie sonst, stets nur solche angenommen, welche auf gleicher Stufe der Ableitung stehen. Wir benennen diese analogen Kräfte aus den zweiten Theilen der Mittelzonen mit dem Buchstaben d, setzen voraus, was schon der Begriff ihrer Gleichartigkeit fordert, daß die gleichnamigen Axen in Beziehung auf ihre Zonentheile insgesammt auch denselben Neigungscoefficienten (m) besitzen — z. B. fig. 41 tg. Dd = m. tg. DP; tg. $^{x}D\,{}^{x}d$ = m. tg. ^{x}DP und so mit den übrigen — und erinnern rücksichtlich des Verhältnisses, worin je zwei analoge Kräfte dieser Art der Stärke nach zu einander stehen, an das, was darüber bereits sub Nro. 10 dieses §. beigebracht worden ist.

Es werde demnach zuerst angenommen, je drei analoge Kräfte d von gleicher Stärke, wie fig. 40 d, d' und d'', (deren Axen folglich um dasselbe A in gleichen Abstand und zwar symmetrisch so gestellt sind, daß größte Kreise, welche je zwei auf entgegengesetzten Seiten dieses A liegende d verbinden, mit dem Normalkreise der nämlichen Grenzzone gleiche Winkel einschließen,) setzen sich zu einer mittleren Wirkung zusammen,

deren Richtung bestimmt werden soll. Da nun d' und d'' sich in A vereinigen würden, so muß der Endpunkt der gesuchten Axe in dem Bogen Ad, und weil d und d'' sich in D verbinden müssten, zugleich in dem Bogen Dd'' liegen. Der Durchschnittspunkt beider Bogen, in der Figur w genannt, ist also der gesuchte, und seine Lage gegen A auf die gewohnte Weise dadurch zu bestimmen, daß man von ihm aus die Perpendikel wx und wy auf die Bogen AD und $A^{I}D$ herabläßt.

Man ist nun berechtigt, unmittelbar das Resultat der Rechnung, welche sub Nro. 7 ausgeführt ist, auf den gegenwärtigen Fall anzuwenden, weil die Voraussetzungen, welche damals von den Kräften und Axen a gemacht wurden, ohne wesentliche Veränderungen auch von den Kräften d gelten. Hiernach ist tg. Aw = ⅓. tg. Ad zu setzen, folglich, da tg. Ax = tg. Aw. cos. η und cos. $\eta = \frac{\text{tg. AD}}{\text{tg. Aw}}$ ist,

$$\text{tg. Ax} = \tfrac{1}{3}\text{. tg. AD},$$

Dieser Neigungscoefficient ist also unabhängig von dem m der Axen d, oder für jedes m derselbe.

Man findet ferner

$$\text{tg. Ay} = \text{tg. Ax. tg. } \eta = \frac{\text{m. tg. DP}}{\text{3. cos. AD}} = \tfrac{\text{m}}{3}\text{. tg. AD.}$$

Man darf nun statt m alle Werthe an die Stelle setzen, welche auf dem einen oder anderen früher bezeichneten Wege als Neigungscoefficienten secundärer Axen aus den zweiten Theilen der Mittelzonen abgeleitet werden können. Den Anfang einer solchen Rechnung enthält das nachfolgende Schema, welches die Einrichtung der vorigen besitzt. Es sind darin nur die vier ersten Werthe des m aufgenommen, welche die sub Nro. 10 angeführte Entwickelung zunächst ergab.

m	$\frac{1}{3}$	$\frac{m}{3}$	
$\frac{2}{3}$		$\frac{2}{9}$	2 : 6 : 9
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{6}$	1 : 3 : 6
$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{15}$	2 : 6 : 15
$\frac{2}{7}$		$\frac{2}{21}$	2 : 6 : 21

ꝛc. ꝛc.

22. Aus der Combination je drei analoger Kräfte d, deren Axen eine ähnliche Stellung gegen einander haben, wie d, d' und ^{1}d in der 41sten Figur, entspringen mittlere, deren Richtung nach folgenden Bedingungen zu bestimmen ist. Weil d und d' sich in D vereinigen müssen, so endigt die Axe der mittleren Kraft zwischen ihnen und ^{1}d in dem Bogen D ^{1}d, und weil d und ^{1}d sich in u verbinden müssen, so daß nach Nro. 4. tg. Au $= \frac{1 + m}{2}$. tg. AP wird, zugleich in dem Bogen ud'. Der Durchschnittspunkt dieser beiden Bogen D ^{1}d und ud', in der Figur durch w bezeichnet, giebt demnach die Richtung der gesuchten Axe an. Wird ihre Lage nach gewohnter Art auf die Bogen Ax und Ay bezogen, welche von den Perpendikeln wx und wy in den Normalkreisen der Grenzzonen, denen sie angehören, abgeschnitten werden; so ergiebt die Rechnung, welche den vorhin aufgestellten Bedingungen folgt,

1) tg. Ax $= \frac{2 + m}{3}$. tg. AD und

2) tg. Ay $= \frac{1}{3}$. tg. A ^{1}D.

Den Anfang der Berechnung einzelner Verhältnisse, welche bestimmten Werthen für m nach diesen Formeln entsprechen, enthält das nachstehende Schema.

m	$\frac{2+m}{3}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$	constant.	8 : 9 : 24
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$		5 : 6 : 15
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$		4 : 5 : 12
$\frac{2}{7}$	$\frac{16}{21}$		16 : 21 : 48

&c. &c.

23. Mit Hülfe der eben angegebenen Resultate läßt sich dann auch die Richtung derjenigen mittleren Kräfte bestimmen, welche aus der Combination je zwei analoger d von ungleicher Stärke in solcher Stellung, wie fig. 41. d′, und ^{I}d, oder auf der linken Seite der Zeichnung d‴ und ^{I}d′, hervorgehen. Wäre nämlich auf dieser Seite die Axe der mittleren Kraft zwischen d″, d‴ und ^{I}d′, nämlich w′, den vorigen Angaben gemäß bestimmt, so braucht (nach §. 56. 2) d‴ mit ^{I}d′ nur durch den Bogen eines größten Kreises verbunden, und ein durch d″ und w′ gelegter Bogen dieser Art bis zum Durchschnitt mit jenem ersten Bogen fortgesetzt zu werden, um in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte, der in der Figur mit z bezeichnet ist, den Endpunkt der gesuchten Axe zu erhalten. Die Lage dieses Punktes wird durch die Bogen A^{I}x und A^{I}y bestimmt, welche von den Perpendikeln z^{I}x und z^{I}y auf den Normalkreisen der Grenzzonen AD′ und A^{I}D abgeschnitten werden. Man findet aber, wenn man in den angegebenen Voraussetzungen rechnet,

$$1)\quad \text{tg. } A^{I}x = \frac{1+m}{2}\,.\,\text{tg. } AD' \text{ und}$$

$$2)\quad \text{tg. } A^{I}y = \frac{1-m}{1+m}\,.\,\text{tg. } A^{I}D.$$

Es mag übrigens noch bemerkt werden, wie es sich im Verlaufe der Rechnung zeigt, daß der Punkt z zugleich in dem

Bogen D' ^{x}D liegt, oder der Durchschnittspunkt desselben mit dem Bogen d''' ^{x}d' (oder d''w') ist.

Die Rechnung nach den beiden angeführten Formeln ist in dem nachfolgenden Schema angefangen.

m	$\frac{1+m}{2}$	$\frac{1-m}{1+m}$	
2/3	5/6	1/5	5 : 6 : 25
1/2	3/4	1/3	3 : 4 : 9
2/5	7/10	3/7	21 : 30 : 49
2/7	9/14	5/9	45 : 70 : 81
	ꝛc.	ꝛc.	

24. Wir führen zuletzt auch noch die Verbindung an, welche je drei analoge Kräfte d, deren Axen wie in der 42sten Figur d, d' und ^{x}d' gestellt sind, mit einander eingehen können. Um die Richtung ihrer mittleren Kraft aufzufinden, genügt es die Bedingungen zu kennen, daß d und d' sich in D vereinigen müssten, wonach der Endpunkt der gesuchten Axe in dem Bogen D ^{x}d' liegen muß, und ferner, daß die Richtung der mittleren Kraft zwischen d' und ^{x}d' in den Normalkreis AP — also da, wo derselbe von dem Bogen d' ^{x}d' geschnitten wird, d. h. in w — eintreffen muß, weßhalb eben jener Endpunkt auch in dem Bogen wd zu suchen ist. Man müsste hierbei, zufolge der Anmerkung zu Nro. 4 tg. Aw $= \frac{1-m}{2}$. tg. AP setzen. Man könnte aber auch in dem Bogen d ^{x}d' den Punkt z nach den vorigen Angaben als den Durchschnittspunkt dieses Bogens mit dem Bogen D ^{x}D bestimmen, und von ihm aus zu d' einen größten Kreis (zd') ziehen. Der Endpunkt der gesuchten Axe, in der Figur mit w bezeichnet, ist der gemeinschaftliche Durchschnittspunkt dieser drei Bogen größter Kreise D ^{x}d', wd und zd'. Wird derselbe nach der bekannten Methode auf die Bogen Ax und Ay bezogen, so findet man

1) $\text{tg. Ax} = \frac{2 - m}{3}$. tg. AD und

2) $\text{tg. Ay} = m/3$. tg. A^{1}D.

Hiernach ist der Anfang der Rechnung, wenn für m bestimmte Werthe angenommen werden, in folgendem Schema enthalten.

m	$\frac{2-6m}{3}$	$m/3$	
	: 3		
2/3	4/9	2/9	4 : 9 : 18
1/2	1/2	1/6	1 : 2 : 6
2/5	8/15	2/15	8 : 15 : 60
2/7	4/7	2/21	4 : 7 : 42
	2c.	2c.	

25. Indem wir hiermit die Entwickelung solcher abgeleiteter Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft abbrechen, welche aus der Annahme einer ursprünglichen Wirksamkeit dieser Kraft nach drei einander rechtwinklig kreuzenden Richtungen entspringen, glauben wir wenigstens zur Genüge den Weg angedeutet zu haben, auf welchem man diese Ableitung ohne Schwierigkeit bis zu jeder beliebigen Stufe fortsetzen kann. Die Reihe secundärer Axen, deren Richtung die abgeleiteten Wirkungen der Cohäsionskraft verfolgen, mithin auch die Reihe secundärer Krystall-Flächen und Formen, welche zu dem nämlichen Systeme gehören, lässt sich ins Unendliche erweitern; wo man also auch ihre Entwickelung schließt, da bleibt die angenommene Grenze doch immer willkürlich. Für den Zweck einer Vergleichung unserer Theorie der Krystallbildung mit den erfahrungsmäßig bestehenden Verhältnissen unter den wirklich beobachteten Formen krystallisirter Körper scheinen die bisherigen Untersuchungen wenigstens in Beziehung auf diejenigen Arten von Krystallisationensystemen, denen hinsichtlich der Beschreibung eine Grundform mit drei rechtwinklich verbundenen Axen, in genetischer Hinsicht die Annahme einer ursprünglichen Wirk-

samkeit der Cohäsionskraft nach drei einander unter rechten Winkeln kreuzenden Richtungen zum Gründe gelegt wird, vorläufig auszureichen. Mindestens dürften schwerlich diesen Krystallisationensystemen angehörige, secundäre Flächen beobachtet sein, deren Neigungsverhältnisse nicht nach der einen oder anderen der bisher angezeigten, und wie wir hoffen, den Grundvoraussetzungen gemäß begründeten Formeln berechnet werden könnten. Die Wahrscheinlichkeit des wirklichen Vorkommens solcher Flächen nimmt in dem Maße ab, in welchem die sie erzeugende Kraftäußerung, welche aus der Combination früherer hervorgeht, sich von ihrem Ursprunge entfernt. Der Grad dieser Wahrscheinlichkeit möchte künftig bei der Bestimmung der Grundformen einzelner Substanzen mehr Berücksichtigung verdienen und mehr noch als die bloße Einfachheit derjenigen Zahlen, wodurch die Neigungsverhältnisse abhängiger Flächen auszudrücken sind. — obgleich er damit in der Regel zusammentrifft — für eine bestimmte und nothwendige Wahl dieser Grundform entscheiden.

Fassen wir nun das Resultat aller bisher geführten Rechnungen hinsichtlich derjenigen Krystallisationensysteme zusammen, deren Grundgestalt durch ihre Beziehung auf drei rechtwinklig verbundene Axen charakterisirt ist; so enthalten sie für das ganze Gebiet von Formen, welches sie umfassen, die Bestätigung der anerkannten Wahrnehmung, daß die Neigungsverhältnisse abhängiger Krystallflächen aus den Verhältnissen gewisser, durch die Natur der Grundform gegebener Dimensionen, auf welche sie nach sehr einfachen Gesetzen bezogen werden, allemal dadurch abzuleiten sind, daß man ein oder mehre Glieder dieser primären Verhältnisse mit ganzen Zahlen multiplicirt. Die Neigungscoefficienten secundärer Axen und Flächen waren stets nur rationale Zahlen. Hierin aber liegt unseres Erachtens innerhalb der bisher gestellten Grenzen der Beweis für die Wahrheit unserer Grundvoraussetzungen von der Art und Weise, wie die Cohäsionskraft in den krystallisirten Körpern wirkt, da aus ihnen alle jene Bestimmungen hergeflossen sind.

Nicht ohne Interesse scheint die Bemerkung, daß in allen bisher entwickelten Formeln, wonach die Neigungscoefficienten

secundärer Axen berechnet werden, wenn die Neigungscoefficienten der erzeugenden Axen gegeben sind, diese letzteren nur in der Potenz ersten Grades vorkommen.

Es braucht kaum noch erwähnt zu werden, daß von jeder Gattung analoger Thätigkeiten der Cohäsionskraft, deren Richtung in den letzten Abschnitten von Nro. 11 an bestimmt worden ist, immer je vierundzwanzig vorkommen — die wenigen Ausnahmen abgerechnet, wo je zwei von diesen mittleren Kräften gleicher Art in ihren Richtungen zusammenfallen, die alsdann in die Normalkreise der Mittelzonen eintreffen (Vergl. Nro. 19 und 20), wodurch ihre Zahl auf zwölf beschränkt wird. Unter diesen analogen Axen sind je acht um dasselbe A symmetrisch vertheilt, wie z. B. fig. 43 die Axen v, v′, v″, v‴, ^{I}v, ^{I}v′, ^{I}v″ und ^{I}v‴, und von diesen wieder je vier auf entgegengesetzten Seiten von den Normalkreisen der Grenzzonen in völlig gleiche Abstände gestellt, wie z. B. v, v′, v″, v‴ oder ^{I}v, ^{I}v′, ^{I}v″ und ^{I}v‴. Da nun die Wirkungen der Cohäsionskraft in je vier Richtungen der letztgenannten Art, ihrer Entstehung aus übereinstimmenden Seitenkräften gemäß, gleiche Stärke besitzen; so müssen je zwei derselben, welche nach entgegengesetzten Seiten von den Normalkreisen der Grenzzonen gerichtet sind, bei ihrer Zusammensetzung solche mittlere Kräfte erzeugen, deren Axen in die Normalkreise der Grenzzonen da eintreffen, wo dieselben von den je zwei solche Axen v verbindenden Bogen größter Kreise geschnitten werden.

Auf diese Weise würden sich z. B. v und v′ in x, v und v″ in y ꝛc. desgleichen ^{I}v und ^{I}v′ in ^{I}y, ^{I}v und ^{I}v″ in ^{I}x ꝛc. combiniren, und die Bogen Ax und Ay sind keine andere, als diejenigen, welche bei allen vorigen Bestimmungen von Nro. 11 an eben diese Bezeichnung führten. Man darf deßhalb unmittelbar alle bisher entwickelten Neigungscoefficienten, wodurch die relative Größe dieser Bogen bestimmt wurde, auch für solche gelten lassen, welche secundären Axen und Flächen der Grenzzonen möglicher Weise zukommen können.

Der nächste Schritt, welchen die fernere Entwickelung abgeleiteter Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in der Voraussetzung einer ursprünglichen Wirksamkeit derselben nach drei senkrecht verbundenen Richtungen zu thun hätte, würde darin

bestehen, zu zeigen, in welchem Verhältniß der Stärke je zwei analoge Kräfte, deren Axen, den bisherigen Bestimmungen zufolge, Nebenzonen angehören, zu einander stehen und welcher Combinationen unter einander sie selbst wieder fähig sind. Es würde genug sein, von je zwei analogen Kräften dieser Art, deren Axen innerhalb des nämlichen Dreiecks $A\,{}^{1}A\,{}^{2}A$ auf entgegengesetzten Seiten von den Normalkreisen der Mittelzonen einander zunächst stehen, das Verhältniß nachzuweisen, vermöge dessen die Axe ihrer mittleren Kraft in den zwischen sie fallenden Normalkreis einer Mittelzone (natürlich da, wo derselbe von einem durch die Richtung der beiden Seitenkräfte gelegten größten Kreise geschnitten wird) eintreffen müsste.

Werden z. B. fig. 43 unter v, ${}^{1}v$ und ${}^{2}v$ die Axen analoger Kräfte und diese selbst verstanden, und wird vorausgesetzt, daß

$$\text{tg. } Ax = p.\ \text{tg. } AD, \qquad \text{tg. } Ay = q.\ \text{tg. } A\,{}^{1}D;$$

$$\text{tg. } A\,{}^{1}x = p.\ \text{tg. } A\,{}^{1}D, \qquad \text{tg. } A\,{}^{1}y = q.\ \text{tg. } AD;$$

$$\text{tg. } {}^{1}A\,{}^{2}x = p.\ \text{tg. } {}^{1}AD \text{ und tg. } {}^{1}A\,{}^{2}y = q.\ \text{tg. } {}^{1}A\,{}^{2}D$$

sei; so würde es nicht schwer fallen, durch welche der bisher angeführten Combinationen gleichartiger Kräfte von der nächstniedrigeren Stufe der Ableitung man auch diese Kräfte v, ${}^{1}v$ und ${}^{2}v$ erzeugt denken wollte, zu beweisen, daß v und ${}^{1}v$ sich in E (dem Durchschnittspunkte der Bogen $v\,{}^{1}v$ und AP) und v und ${}^{2}v$ sich in F (dem Durchschnittspunkte des Bogens $v\,{}^{2}v$ mit DP) combiniren, oder

$$\frac{v}{{}^{1}v} = \frac{\text{sin. } {}^{1}vE}{\text{sin. } vE} \text{ und } \frac{v}{{}^{2}v} = \frac{\text{sin. } {}^{2}vF}{\text{sin. } vF}$$

sein müsste. Aus den angegebenen Bedingungen findet man alsdann

$$\text{tg. } AE = \frac{p+q}{2}.\ \text{tg. } AP \text{ und}$$

$$\text{tg. } DF = \frac{2q}{1+p}.\ \text{tg. } DP.$$

In diesen beiden Formeln brauchten nur statt p alle Zahlen aus der zweiten und statt q die entsprechenden Zahlen aus der dritten Spalte der von Nro. 11 an aufgestellten Rechnungsschemata an die Stelle gesetzt zu werden, um aus ihnen einen großen Reichthum secundärer Neigungscoefficienten für Axen und Flächen aus den ersten und zweiten Theilen der Mittelzonen abzuleiten.

Wir lassen es inzwischen genug sein an den vorliegenden Entwickelungen der Verhältnisse, welche unter den abgeleiteten und primären Wirkungen der Cohäsionskraft nach bestimmten Richtungen in der Voraussetzung, daß die Axen ihrer drei ursprünglichen Thätigkeiten einander unter rechten Winkeln kreuzen, mithin zu gleicher Zeit auch unter den Neigungen der durch diese Kräfte erzeugten Krystallflächen Statt finden. Alle diese Flächen gehören denjenigen Systemen von Krystallformen an, deren Grundgestalten durch ihre Beziehung auf drei rechtwinklig verbundene Axen charakterisirt sind. Wir müssen gestehen, daß selbst für diese drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen, des isometrischen, der monodimetrischen und trimetrischen, die Nothwendigkeit rationaler Neigungsverhältnisse unter den verschiedenartigen primären und secundären Krystallflächen des nämlichen Systems aus den Gesetzen, welche wir für die Wirkungen der Cohäsionskraft in krystallisirten und starren Körpern überhaupt annahmen, noch nicht in höchster Allgemeinheit, d. h. für die ganze unendliche Reihe möglicher Gestalten, welche aus denselben Grundvoraussetzungen herfließen können, erwiesen ist. Der Beweis für die Wahrheit unserer Hypothese, aus welcher die Gesetze der Krystallbildung erklärt werden sollen, bleibt allerdings — auch wenn wir vorläufig nur die Gestalten dieser drei ersten Klassen von Krystallisationensystemen im Auge behalten — in dieselben Grenzen eingeschlossen, welche sich die Entwickelung derjenigen Gestalten steckte, die aus der Annahme bestimmt modificirter Wirkungen der Grundkraft als Producte ihrer Combinationen abgeleitet werden können. Um die aufgestellte Theorie durch das Zusammenhalten ihrer Resultate mit den Beobachtungen, welche die Erfahrung liefert, prüfen zu können, mögen die vorliegenden Entwickelungen leicht ausreichen. Insofern also bloß die Er-

klärung vorhandener Thatsachen durch die Hypothese beabsichtigt, und das Kriterium ihrer Wahrheit bloß in ihrer Zulänglichkeit bei dieser Erklärung gefunden wird, dürften die bisherigen Untersuchungen in Ansehung der Voraussetzungen, die ihnen zum Grunde liegen, vollständig genug erscheinen. Aber die abstracte Wissenschaft verlangt noch mehr. Sie ist erst dann befriedigt, wenn für die Wahrheit einer Thatsache, die sich in allen Fällen bestätigt, bis zu welchen ihre Entwickelung gediehen, ein Grund aufgefunden ist, der ihre Gültigkeit für alle nur irgend möglichen Fälle ohne weitere Beschränkungen als die, welche ihr die Grundvoraussetzungen selbst geben, also für das unbegrenzte Feld daraus herzuleitender Folgerungen verbürgt. — Vielleicht gelingt es fortgesetzten eigenen Forschungen über diesen Gegenstand, vielleicht ist es tüchtigeren Kräften vorbehalten (und auch diese nur für den Gegenstand interessirt zu haben, würde mir nicht unverdienstlich scheinen), den Beweis für die Nothwendigkeit des gesetzmäßigen Zusammenhanges unter den Formen der verschiedenartigen Krystallisationensysteme, auch in dieser unbegrenzten Allgemeinheit, aus den Annahmen herzuleiten, welche wir den Untersuchungen über die gesetzmäßige Krystallbildung zum Grunde gelegt haben.

§. 60.

Einige Andeutungen über die Beziehung gewisser allgemeinerer Verhältnisse, welche an den Formen der drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen wahrgenommen werden, zu unserer Theorie ihrer Entstehung.

Unsere Theorie von der Entstehung derjenigen Krystallformen, welche zu den drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen, dem isometrischen, den monodimetrischen und den trimetrischen gezählt werden, weicht in der Wahl der Grundformen, wenn der Würfel als Grundform des isometrischen Systems ausgenommen wird, von der bloß beschreibenden Lehre dieser Körperformen ab. Indem wir jede Krystallfläche und bei vollständiger Ausbildung des Individuums jedes Paar paralleler Flächen als das Product einer senkrecht gegen sie gerichteten Thätigkeit der Cohäsionskraft ansehen, und zur Erklärung derjenigen Reihen von Gestalten, welche zu diesen drei

ersten Klassen von Krystallisationensystemen gehören, eine ursprüngliche Wirksamkeit jener Kraft nach drei einander senkrecht schneidenden Axen annehmen, legen wir ihnen insgesammt ein rechtwinkliges Parallelepipedum als Primärform in genetischer Hinsicht zum Grunde. Die Verhältnisse unter den Dimensionen dieses Körpers bleiben dabei im Allgemeinen unbestimmt, und so wie die Krystall-Beschreibung deßhalb zur Charakteristik jeder besonderen Reihe von Formen ein Oktaeder, das reguläre, das Quadrat- oder Rhomben-Oktaeder, als Grundform annahm, so bedarf auch unsere Theorie zur Bestimmung der relativen Stärke, womit die Cohäsionskraft in den drei ursprünglichen Richtungen wirkt, dieser oder ähnlicher Gestalten, in welchen die jeder Substanz eigenthümliche Neigung der sie einschließenden Flächen gegen einander bestimmte Längenverhältnisse der drei rechtwinklig verbundenen, mit diesen Flächen selbst auf gesetzmäßige Weise zusammenhängenden Axen bedingt. Daraus geht natürlich noch keineswegs die Nothwendigkeit hervor, solche Gestalten auch an die Spitze der genetischen Entwickelung derjenigen Systeme zu stellen, welche durch sie charakterisirt werden, und die Gründe, welche die Abweichung dieser genetischen von der beschreibenden Entwickelung der Krystallformen in der Wahl ihres Anfangspunktes, mindestens in Ansehung der drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen, rechtfertigen, scheinen nicht fern zu liegen.

Zur vollständigen Begrenzung eines körperlichen Raumes durch parallele Flächen-Paare sind wenigstens drei solcher Paare erforderlich. Soll sich daher ein Körper durch die ihm inwohnende Cohäsionskraft nach bestimmten Richtungen allseitig begrenzen, so muß diese Kraft, welche in jeder Richtung an entgegengesetzten Enden zwei einander parallele Ebenen erzeugt, gleichzeitig oder ursprünglich mindestens in drei verschiedenen Richtungen thätig gedacht werden, welche nicht in derselben Ebene liegen. Man braucht aber zu dem Ende solcher ursprünglicher Axenthätigkeiten dieser Kraft auch nicht mehr als drei anzunehmen. Die Begrenzung eines Körpers durch die Flächen eines Parallelepipedums setzt also die möglichst geringste Anzahl gleichzeitiger ursprünglicher Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft voraus. Im rechtwinkligen Parallelepipedum kreuzen sich diese

Richtungen der erzeugenden Kraft selbst ebenfalls unter rechten Winkeln. Es scheint aber, als ob bloß in dieser Voraussetzung jede einzelne Wirkung der Kraft von den übrigen völlig unabhängig und gleichsam vor dem Einflusse derselben sicher gestellt sei. So viel ist wenigstens ausgemacht, daß keine der uns bekannten Kräfte in senkrechter Richtung gegen ihre eigene unmittelbar eine Wirkung hervorzubringen vermag.

Mit noch größerem Rechte glauben wir uns aber, um unsere Ansicht zu unterstützen, auf die Thatsache berufen zu dürfen, daß an solchen Krystallformen, welche den drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen angehören, wo nicht bei allen, doch gewiß bei den meisten Substanzen, und bei diesen in Vergleichung mit anderen Flächen am häufigsten, bei vielen zugleich in der größten Ausdehnung und am vollkommensten ausgebildet, gerade solche Flächen wahrgenommen werden, welche für sich combinirt rechtwinklige Parallelepipeda einschließen würden. Man pflegt sie in der Krystallographie horizontale und (senkrecht gegen einander gesetzte) verticale Flächen zu nennen (Hausmann's Flächen A, B' und B).

Dazu kommt, daß eben auch diesen Flächen bei weitem am häufigsten die ausgezeichneteren Blätterdurchgänge entsprechen. Unserer Ansicht zufolge ist aber die größere Deutlichkeit und Vollkommenheit eines Blätterdurchganges im Allgemeinen ein Beweis von der kräftigeren Wirksamkeit der Cohäsionskraft in der Richtung seiner Axe, verglichen mit den gleichzeitigen Wirkungen dieser Kraft in anderen Richtungen. Auf der anderen Seite verkennen wir jedoch nicht, daß die verschiedenen Grade der Deutlichkeit gleichzeitig bei der nämlichen Substanz angetroffener Blätterdurchgänge allein noch keineswegs einen sicheren Maßstab für die Verhältnisse der Stärke abgeben, womit die Cohäsionskraft in den Richtungen ihrer Axen thätig ist. Diese Annahme wird schon durch die einzige Wahrnehmung verboten, daß oft nur sehr wenig, ja zuweilen, so weit unsere Kenntniß reicht, chemisch gar nicht verschiedene Varietäten einer und derselben Substanz in der nämlichen Richtung Blätterdurchgänge von ganz ungleichen Graden der Vollkommenheit besitzen. Mehre andere Umstände machen es außerdem mehr als bloß wahrscheinlich, daß die Ausbildung der Blätterdurch-

gänge nicht allein von der relativen Stärke der sie erzeugenden Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, sondern auch von anderen, zum Theil zufälligen Nebenumständen abhänge.*)

Uebereinstimmend mit unserer Theorie pflegen nächst den primären Flächen (A) am häufigsten und in der größten Ausdehnung diejenigen Flächen vorzukommen, welche den mittleren Kräften zwischen je zwei ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft zugehören, — in unserer Bezeichnung die Flächen D, (Hausmann's innere Grenzflächen der horizontalen und der beiden verticalen Diagonalzonen, E, D' und D; im isometrischen Systeme die Flächen des Rhombendodekaeders.) Auch die Blätterdurchgänge, welche diesen Flächen entsprechen, sind nächst den primären die gewöhnlichsten und ausgezeichnetsten. Die Kräfte, deren Producte sie sind, entspringen aus der einfachsten Combination, deren die ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft fähig sind.

Seltener finden sich die Flächen P, welche für sich combinirt die drei Arten von Oktaedern einschließen und von den Krystallographen als die primären angenommen werden. Zu ihrer Erzeugung ist eine gleichzeitige Zusammensetzung aller drei ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft erforderlich, und es bestätigt sich in dem ganzen Reiche abgeleiteter Krystallformen die Bemerkung, daß der Natur die Verbindung

*) Um demnächst eine vollständigere Theorie über die Grade der Deutlichkeit verschiedenartiger Blätterdurchgänge entwerfen zu können, sind gewiß noch sehr viele Beobachtungen zu prüfen und mit einander zu vergleichen. In dieser Hinsicht scheint eine Beobachtung, welche Hausmann a. a. O. §. 304. angiebt, besondere Berücksichtigung zu verdienen, daß nämlich in den Krystallisationen, welchen trimetrische Systeme eigen sind, der Blätterdurchgang nach den Flächen B (welche die kleineren Grundkantenwinkel gleichmäßig abstumpfen) sich öfter vor den übrigen auszeichnen. Nach unserer Theorie ist die Wirkung der Cohäsionskraft in der Richtung der kürzeren Grundaxe B' die stärkere. Ob also vielleicht die größere Intensität der Grundkraft in dieser Richtung dazu beitragen kann, die Deutlichkeit des Blätterdurchgangs, welcher ihrer gleichzeitigen Thätigkeit in perpendikulärer Richtung gegen jene angehört, zu vermehren?

analoger Wirkungen der Grundkraft zu einer einzigen mikkeren in dem Maße schwieriger fällt, als die Zahl der Seitenkräfte zunimmt.

Im Allgemeinen läßt sich ferner das Verhältniß unter den verschiedenartigen Krystallflächen des nämlichen Systems nicht verkennen, daß sie sich desto seltener und meistens auch desto unvollkommener ausgebildet zeigen, je zusammengesetzter die Wirkungen der Grundkraft sind, aus denen nach unserer Theorie ihre Entstehung zu erklären ist.

Dieser Grad einer größeren oder geringeren Einfachheit der Combinationen, wodurch aus den ursprünglichen Kraftäußerungen secundäre abgeleitet werden, trifft in der Regel mit der größeren oder geringeren Einfachheit derjenigen Axen-Verhältnisse zusammen, wodurch die Lage der secundären Krystallflächen, die diesen abgeleiteten Kraftäußerungen entsprechen, bestimmt wird.

Die mehr oder minder vollkommene Ausbildung der Krystallflächen, welche wir besonders nach ihrer größeren oder geringeren Ebenheit, also nach der Uebereinstimmung in allen ihren Theilen, nach der Lebhaftigkeit ihres Glanzes und der Schärfe ihrer Begrenzung beurtheilen, hängt übrigens gewiß nicht allein davon ab, in welchem Maße die Entstehung der sie erzeugenden Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft einfacher oder mehr zusammengesetzter Art ist. Flächen, die mit Berücksichtigung aller Verhältnisse ohne Zweifel für secundäre anzusprechen sind, erscheinen oft in hohem Grade glatt und glänzend, während andere, die für primäre oder auf den ersten Stufen der Ableitung stehende gelten müssen, uneben, rauh und matt erscheinen. Es müssen also auch äußere, zufällige Umstände auf die Regelmäßigkeit dieser Flächenbildung Einfluß haben. Kleinere Flächen können im Allgemeinen, wie auch bereits früher einmal bemerkt wurde, schon deshalb leichter glatt und glänzend sein, als größere, weil die erzeugende Kraft in einem kleineren Raume leichter ihre Richtung unverändert beibehalten und die Masse nur sich allein unterwerfen, also vor fremdartigen Einwirkungen schützen kann. Bisweilen scheint sogar die größere Energie der Cohäsionskraft in einer bestimmten Richtung gerade den entgegengesetzten Erfolg zu haben, als man

im Voraus zu vermuthen geneigt ist, indem die von ihr herrührenden Flächen unregelmäßiger und glanzlos sind, gleichsam als ob ihre Bildung stürmischer vor sich gegangen wäre. So finden sich namentlich an den Krystallisationen des Bleiglanzes sehr häufig die Würfelflächen rauh, lückenhaft und matt, während die Oktaederflächen, wodurch die Ecken jener Würfel gleichwinklig abgestumpft werden, spiegelglatt und wie polirt erscheinen. Und doch beweisen die vollkommen ebenen und lebhaft glänzenden Spaltungsflächen des dreifachen, ausgezeichneten Blätterdurchganges nach den Flächen des Würfels, daß die Thätigkeit der Cohäsionskraft in senkrechter Richtung gegen dieselben keineswegs kraftlos ist.

Man hat ferner öfter die Bemerkung gemacht, daß es der Krystallisationskraft leichter fallen müsse, solche Flächen, die unter spitzigen, als solche, die unter sehr stumpfen Winkeln zusammenstoßen, mit Bestimmtheit und Schärfe auszubilden. Beziehen wir diese Beobachtung auf die Axen, in welchen die Cohäsionskraft als Ursache der Entstehung jener Flächen wirksam ist, so scheint es sehr natürlich, daß zwei gleichzeitige Wirkungen dieser Kraft ihre Selbstständigkeit leichter behaupten und sich gegenseitig weniger beschränken oder zu Abweichungen von dem festen Verhältniß ihrer Richtungen veranlassen, wenn der Unterschied dieser Richtungen größer, als wenn er sehr gering ist.

Was nun die Art der gewöhnlichen Combinationen gleichartiger Krystallflächen, die Erweiterung oder Beschränkung, das Vorherrschen oder Zurücktreten gewisser Arten derselben, und die dadurch bewirkte Anordnung der Masse, den Typus einzelner Individuen in den drei bisher behandelten Abtheilungen von Krystallisationensystemen anbetrifft; so zeigen darin eben diese drei Gruppen von Körperformen sehr bestimmt zu unterscheidende Eigenthümlichkeiten, welche eine nicht zu verkennende Beziehung auf unsere Grundvoraussetzungen über die Ursache dieser Bildungen verrathen.

Die Tendenz der Krystallisationen des isometrischen Systems nach gleicher Vertheilung der Masse in den drei körperlichen Dimensionen entspricht der gleichen Stärke, womit die Cohäsionskraft ursprünglich in den drei rechtwinklig verbundenen

Richtungen thätig ist. Dieser isometrische Typus wird hauptsächlich bewirkt durch das gleichzeitige Vorkommen analoger Krystallflächen, zumal in vollzähliger Combination, oder wenn sie unvollzählig vorhanden sind, durch ihre symmetrische Vertheilung. Analoge Flächen sind aber stets Erzeugnisse analoger Kraftäußerungen, die zudem im isometrischen Systeme auch immer gleiche Stärke besitzen; wir werden aber bei den Formen aller Krystallisationensysteme die Bemerkung bestätigt finden, daß vorzugsweise solche Flächen gleichzeitig an ihnen vorkommen, welche analogen Kräften von gleicher Stärke ihre Entstehung verdanken.

Wenn von den gleichartigen Flächen des isometrischen Systems nur die Hälfte oder der vierte Theil sich ausgebildet zeigt, so pflegen diese so geordnet zu sein, daß die Seitenkräfte, welche sich zu den sie erzeugenden mittleren zusammensetzen, auf gleiche Weise dabei beschäftigt sind, und daß diese abgeleiteten Kräfte selbst vermöge ihrer symmetrischen Stellung einander im Gleichgewicht erhalten können. Einen einfachen Beweis dafür geben die Pentagonaldodekaeder.

Solche Halbirungen gleichartiger Flächen, wie sie das Tetraeder und ihm ähnliche Körperformen zeigen, bei welchen zu jeder Fläche die entsprechende parallele fehlt, werden dadurch erklärt, daß die Flächenbildung durch eine Axenthätigkeit der Cohäsionskraft auf einer Seite von andern verdrängt ist.

Blätterdurchgänge zeigen sich bei den Krystallisationen des isometrischen Systems immer nur in der Vollzahl; diejenigen, welche analogen Krystallflächen entsprechen, besitzen gleiche Grade der Vollkommenheit — weil sie von gleich starken Wirkungen der Cohäsionskraft herrühren, — diejenigen, welche ungleichartigen Flächen entsprechen, ungleiche Grade der Vollkommenheit — weil die erzeugenden Kräfte selbst nicht von gleicher Stärke sind. (Vergl. Hausmann's Handbuch der Mineralogie I. §. 302.)

Die Krystallisationen der monodimetrischen Systeme offenbaren in allen Verhältnissen die einfache Differenz der Stärke, womit die Cohäsionskraft in den drei ursprünglichen Richtungen wirkt. Abnorme Verlängerungen oder Verkürzungen in der Richtung einer Axe, welche vertical gestellt und die Haupt-

axe genannt zu werden pflegt, deuten diesen Unterschied im Allgemeinen an. Von den gleichartigen Flächen kommen diejenigen, welche auf die gleichen Horizontalaxen zu beziehen sind, und ebenso diejenigen, welche gegen die Verticalaxe gleiche Lage haben, häufiger für sich getrennt, als in Verbindung mit einander vor. Die analogen Kräfte, wodurch sie hervorgebracht werden, haben nur dann gleiche Stärke, wenn sie gegen die beiden ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft im Krystallhorizonte auf gleiche Weise gerichtet sind; die entsprechenden Kräfte, deren Axen durch dieselben Neigungsverhältnisse in Beziehung auf die dritte oder Hauptaxe bestimmt werden, haben verschiedene Stärke. In dem Krystallhorizonte liegen je vier secundäre Axen von gleicher Stärke; die secundären, gleichartigen Flächen der horizontalen Zone pflegen in vollzähliger Combination zu je acht ausgebildet zu sein. Die analogen Axen der beiden übrigen Grenzzonen sind doppelter Art; von den zugehörigen Flächen erscheint in der Regel nur die Hälfte, entweder diejenigen, welche auf die beiden horizontalen, oder diejenigen, welche auf die verticale Axe bezogen, gleiche Neigungscoefficienten besitzen.

Die Grenzzonen sind in den drei ersten Abtheilungen von Krystallisationensystemen, zumal in denen mit ungleichen Primäraxen, gewöhnlich reicher an Flächen als die Mittelzonen. Man darf hieraus schließen, daß analoge Kräfte von gleicher Stärke leichter als solche von ungleicher Stärke mit einander Combinationen eingehen; denn auch in den Mittelzonen werden solche Flächen, deren Axenkräfte aus der Vereinigung gleicher Seitenkräfte hervorgehen, häufiger als andere von der entgegengesetzten Beschaffenheit angetroffen. Die secundären Thätigkeiten der Cohäsionskraft, welche nach den Grenzzonen gerichtet sind, entspringen aber größtentheils aus der Zusammensetzung von je zwei gleich starken Seitenkräften, deren Axen in gleichen Abständen auf entgegengesetzten Seiten vom Normalkreise einer solchen Zone liegen.

Die Blätterdurchgänge in den Krystallisationen der monodimetrischen Systeme zeigen ähnliche Verschiedenheiten, wie die Krystallflächen. Der horizontale Blätterdurchgang ist am häufigsten beobachtet und hat stets einen isolirten Werth; der

zweifache Durchgang nach den verticalen Flächen, (den äußeren oder inneren Grenzflächen der horizontalen Zone) besitzt in beiden Richtungen gleiche Grade der Vollkommenheit; ein vierfacher Durchgang nach den inneren Grenzflächen der beiden verticalen Diagonalzonen zeigt sich abgesondert und verschieden von dem zweifachen Durchgange nach den inneren Grenzflächen der horizontalen Zone, womit er im isometrischen Systeme combinirt den sechsfachen Durchgang nach den Flächen des Rhombendodekaeders darstellt. (Vergl. Hausmann a. a. O. §. 303.) Alle diese Verhältnisse treffen mit den Verhältnissen der Gleichheit oder Ungleichheit zusammen, worin die Wirkungen der Cohäsionskraft in senkrechter Richtung gegen die bezeichneten Blätterdurchgänge, den Grundvoraussetzungen für die Entstehung der monodimetrischen Krystallisationensysteme gemäß, hinsichtlich ihrer Stärke zu einander stehen.

In der Ausbildung solcher Krystallformen, welche den trimetrischen Systemen angehören, zeigt sich der Mangel an Symetrie noch auffallender; abnorme Dimensionsverhältnisse in verschiedenen Richtungen sind gewöhnlicher als ebenmäßige Vertheilung der Masse um die drei Grundaxen; von den abgeleiteten Flächen kommen fast nur die Flächen P in vollzähliger Combination vor; von denen, welche secundären Neigungsverhältnissen entsprechen, finden sich meistens nur diejenigen, welche einerlei Neigung gegen die nämliche Grundaxe haben, auf entgegengesetzten Seiten derselben in symmetrischer Stellung; — kurz in allen beobachteten Flächen-Combinationen dieser Klasse von Krystallisationen bewährt sich unzweideutig die frühere Bemerkung, daß von den analogen Flächen irgend einer Art vorzugsweise nur diejenigen gleichzeitig ausgebildet zu sein pflegen, welche durch Kräfte von gleicher Stärke hervorgebracht werden. Finden sich aber auch von den analogen Flächen mehre Arten zu gleicher Zeit an dem nämlichen Individuum vereinigt, so ist doch die Verschiedenheit ihres krystallonomischen Werthes nicht leicht zu verkennen. Es würde uns zu weit führen, diese Verhältnisse im Einzelnen nachweisen zu wollen; die Ausführung des Gesagten an besonderen Beispielen ist überdieß so leicht, daß sie jeder Sachkundige für sich selbst machen wird: genug, die zweifache Differenz der Stärke, womit die Cohä-

sionskraft in den drei ursprünglichen Richtungen wirkt, beurkundet sich in dem ganzen Gebiete der durch sie bedingten Formen unzweideutig durch die Ungleichartigkeit der äußeren Begrenzung in Beziehung auf diese drei Grunddimensionen ihrer Bildung.

Auch die Verhältnisse der Blätterdurchgänge in denjenigen Substanzen, deren Krystallisationensysteme trimetrische sind, geben die Ungleichheit der Wirkungen der Cohäsionskraft in den drei Primäraxen deutlich genug zu erkennen. Selten oder nie werden die drei Blätterdurchgänge nach den Flächen eines rechtwinkligen Parallelepipedums (A) zusammen angetroffen, und wenn deren auch nur zwei bei derselben Substanz beobachtet werden, so hat jeder seinen isolirten Werth und ist vollkommener oder unvollkommener als der andere. Die Blätterdurchgänge nach den inneren Grenzflächen unserer Grenzzonen (D) — in Hausmann's Bezeichnung, nach den Flächen E, D′ oder D — zeigen sich öfter gesondert von einander, so daß sie nur den beiden gleich starken Axenkräften der nämlichen Zone entsprechen, als mit einander combinirt, und wenn dieses der Fall ist, stets von ungleichen Graden der Deutlichkeit. Unter allen abgeleiteten Flächen gleicher Art sind es aber nur die Flächen des (primären) Rhombenoctaeders (P), in deren Richtung ein vollzähliger, also vierfacher Blätterdurchgang beobachtet ist (z. E. beim Schwefel; vergl. Hausmann a. a. O. §. 304.)

Dieser Blätterdurchgang besitzt alsdann in allen vier Richtungen gleiche Auszeichnung. Unter allen gleichartigen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft, welche in den trimetrischen Systemen vorkommen können, sind es aber auch nur diese nach den Axen P, welche gleiche Stärke besitzen.

Wenn sonst noch das Vorkommen von Blätterdurchgängen bei gewissen trimetrisch krystallisirten Substanzen bloß nach der Hälfte oder dem vierten Theile solcher analoger Flächen angegeben wird, die in krystallographischer und genetischer Hinsicht gleichen Werth besitzen; so steht es dahin, ob die Annahme dieser Verhältnisse durch die Combination mit anderen wirklich als nothwendig bedingt anzusehen sei, oder ob dieselben nicht vielleicht durch die Wahl einer anderen Grundform mit der Theorie ihrer Entstehung mehr in Einklang gebracht wer-

den könnten, ob sie etwa in ganz verschiedenen Voraussetzungen über die ursprüngliche Wirksamkeit der Cohäsionskraft begründet sind, oder nur durch zufällige Umstände von geringerer Bedeutung veranlasst werden, so daß ihnen, um das Wesen dieser Grundvoraussetzungen zu beurtheilen, nur eine ganz untergeordnete Wichtigkeit beizulegen wäre.

Aehnliche Fragen werden veranlasst durch die Beobachtung ganz analoger Verhältnisse unter den äußeren Krystallflächen gewisser Substanzen selbst, deren Krystallisationensysteme von Hausmann u. A. als trimetrische angenommen werden. Es ist allerdings sehr auffallend, wie gewisse Substanzen dieser Art eine fast oder völlig constante Hinneigung zur unvollständigen Ausbildung entweder nur der einen Hälfte oder des vierten Theils mancher Arten von Flächen zeigen, die doch nach der bisher befolgten Darstellungsweise nicht bloß als analoge, sondern auch, krystallographisch und genetisch betrachtet, als Flächen von gleichem Werth erscheinen müssen. Durch diese Isolirungen eines Theils gleichartiger Flächen erhalten dann gemeiniglich die Krystallisationen, an denen sie vorkommen, einen von dem gewöhnlichen sehr abweichenden Typus. Es ist uns nicht unbekannt, daß der um die Wissenschaft hochverdiente Weiß diese Formen in besondere Abtheilungen von Krystallisationensystemen gebracht hat, deren Grundgestalten gleich so gewählt sind, daß in den Verhältnissen ihrer Flächen zu einander schon der Character jener Halbirungen oder Vereinzelungen gewisser abgeleiteter Flächen sich ausspricht, welche den auf sie bezogenen Krystallisationen mancher Substanzen eigenthümlich sind.*) Sollten diese von Weiß für manche Systeme angenommenen Grundformen, wie z. E. die schiefwinkligen, vierseitigen Prismen mit schräg angesetzten Endflächen, auch für genetische Grundformen angesehen werden; so müsste man sich die Voraussetzung erlauben dürfen, daß die Cohäsionskraft auch in drei einander nicht senkrecht, sondern schiefwinklig schneidenden Richtungen (welche perpendikulär auf den drei, die Grund-

*) Ueber die verschiedenen natürlichen Abtheilungen der Krystallisationensysteme in den Abhandlungen der phys. Klasse der Königl. Akad. d. Wissensch. in Berlin anno 1814 — 1815.

form einschließenden Paaren paralleler Flächen stehen), eine ursprüngliche und gleichzeitige Wirksamkeit besitzen könne. — Man würde sich zu eben dieser Annahme gezwungen sehen, wenn sich die Behauptung des großen und berühmten Krystallographen Mohs*) bestätigte, daß die Gestalten gewisser krystallisirter Substanzen nach den bekannten Gesetzen nicht aus den bisher untergelegten Grundformen mit drei rechtwinklig verbundenen Axen abgeleitet werden können, sondern auf solche Primärgestalten zurückgeführt werden müssen, denen schiefwinklig gegen einander geneigte Axen eigen sind**).

Der sorgfältigsten Beobachtung und Vergleichung aller Verhältnisse unter den Formen krystallisirter Körper muß es vorbehalten bleiben, die hier berührten Fragen, über deren Beantwortung sich die Ansichten unserer ausgezeichnetsten Krystallographen bis jetzt noch theilen, ins Reine zu bringen. Es würde voreilig und anmaßend sein, sich für diese oder jene Ansicht unbedingt zu entscheiden. Vielleicht dürften aber doch einige Bemerkungen zu Gunsten der älteren Ansicht, zumal vom Standpuncte der genetischen Erklärung aus, schon deshalb einige Beachtung verdienen, weil es immer die größte Vorsicht erfordert, von einer bis dahin für giltig anerkannten Annahme zu einer neuen überzugehen, welche die frühere, wenn auch nicht geradezu umstürzt, doch in ihren Principien durch das Hinzukommen völlig verschiedener Grundvoraussetzungen we-

*) in dessen Grundriß der Mineralogie. Dresden 1824. Th. II. Vorerinnerungen S. V — VIII u. sonst in der Beschreibung einzelner Krystall-Reihen.

**) Zwischen diesen Annahmen von Weiß und Mohs findet jedoch der wesentliche Unterschied Statt, daß jener die in besonderen Abtheilungen aufgeführten Formen-Reihen der trimetrischen Systeme doch insgesammt auf drei rechtwinklig verbundene Axen zurückbezieht, während dieser das Vorhandensein auch solcher Systeme annimmt, deren dreiaxige Grundformen nothwendig wenigstens eine, gegen die übrigen schiefwinklig gerichtete Axe besitzen müssen, weil sich die Neigung abgeleiteter Flächen schlechterdings nicht auf das Primär-Verhältniß einander senkrecht schneidender Axen durch die bekannten Methoden zurückführen lasse.

sentlich verändert. Bereicherungen dieser Principien sind nicht eher Bereicherungen der Wissenschaft, als bis sie von der Natur des Gegenstandes unwidersprechlich geboten werden, und so lange die einfacheren Voraussetzungen mit anerkannten Gesetzen im Einklange zu erhalten sind, hat man Ursache, bei ihnen stehen zu bleiben.

Die große Analogie, welche sich in so vielen Stücken zwischen den Wirkungen der Cohäsionskraft und anderer mechanischer Kräfte in bestimmten Richtungen zu erkennen giebt, macht es zum Mindesten wahrscheinlich, was wir schon einmal anführten, daß zwei ursprüngliche und gleichzeitige Wirkungen der Cohäsionskraft nur dann, unabhängig von einander, jede eine eigenthümliche Stärke besitzen können, wenn ihre Richtungen einander unter rechten Winkeln kreuzen. Das freie, selbstständige Gleichgewicht zwischen mehren gleichzeitigen Aeußerungen dieser Kraft nach verschiedenen Richtungen in derselben Ebene scheint vorauszusetzen, daß auf entgegengesetzten Seiten jeder einzelnen Wirkung alle Verhältnisse vollkommen gleich sind. Bei zwei einander senkrecht kreuzenden Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft ist diese Gleichheit aller Verhältnisse auf entgegengesetzten Seiten jeder einzelnen durchaus unabhängig von der relativen Stärke derselben. Wenn man aber mehr als zwei, z. B. drei gleichzeitige, ursprüngliche Aeußerungen dieser Kraft in derselben Ebene annimmt (wie dieß im nächsten §. geschehen soll, um die Bildung der Krystallformen aus den monotrimetrischen Systemen zu erklären); so kann die angegebene Bedingung für das Bestehen eines freien Gleichgewichts unter denselben nur dadurch erfüllt werden, daß sie alle unter gleichen Winkeln gegen einander gerichtet, und dabei auch der Stärke nach vollkommen gleich sind. Sind diese Voraussetzungen wahr, so ist die Annahme einer ursprünglichen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach drei schiefwinklig gegen einander geneigten Axen unzulässig.

Läßt man indessen die Möglichkeit dieser Annahme gelten, so ist klar, daß die trigonometrischen Tangenten derjenigen Winkel, unter welchen secundäre Flächen gegen die schiefwinklig verbundenen Axen geneigt sind, nicht mehr das Längenverhältniß dieser Axen selbst ausdrücken.

Der Charakter einer Zone kann nun nicht mehr durch die Größe eines einzigen Neigungswinkels bestimmt werden. Wollte man aber die Axen und Flächen irgend einer Zone, welche nach den früher aufgestellten Gesetzen aus der Grundvoraussetzung einer ursprünglichen Axenthätigkeit der Cohäsionskraft in drei schiefwinklig verbundenen Richtungen hergeleitet werden können, auf die nämliche Primäraxe zurückbeziehen; so überzeugt man sich leicht, daß die Tangenten derjenigen Winkel, welche alle jene Axen oder Flächen mit derselben Primäraxe einschließen, nicht mehr durch Multiplication mit rationalen Zahlen aus einander abzuleiten sind *).

Statt dessen treten bestimmte Beziehungen unter den Dimensionen derjenigen Stützen ein, welche in den Richtungen der Primäraxen bis zu den verschiedenen Flächen einer Zone gezogen werden; die Längen dieser Stützen secundärer Flächen werden alsdann zu den Abmessungen der Grundaxen in denselben Richtungen ähnliche Verhältnisse haben, wie in den rechtwinkligen Axensystemen, nur daß sie nicht mehr, wie bei diesen, zugleich die Tangenten der Neigungswinkel ausdrücken. Wenn daher nach Mohs's Angabe, die Krystallisationensysteme gewisser Substanzen nur auf Grundformen mit schief gegen einander gestellten Axen zurückzuführen sein sollen, so müßten die Angaben anderer Krystallographen, welche rationale Neigungscoefficienten für die Lage gewisser secundärer Krystallflächen, auf senkrecht zusammenstoßende Grundaxen bezogen, annehmen, nothwendig auf einer Täuschung beruhen — es sei denn, daß sich hierin wieder ganz eigenthümliche Bedingungen offenbarten, denen die Wirkungen der Grundkraft bei jener Voraussetzung unterworfen wären. Diese Wahrnehmuug wäre

*) Wollte man z. E. die Lage der im 57sten §. beschriebenen Axen a (fig. 18) in Beziehung auf die Lage der Axen A und P bestimmen, und etwa tg. ^{1}Aa als Function von tg. ^{1}AP ausdrücken, so würde man finden, daß tg. ^{1}Aa auch noch von anderen Elementen der Figur, außer tg. ^{1}AP, abhängt, und nicht $= \frac{1}{2}$ tg. ^{1}AP gesetzt werden darf, was früheren Rechnungen zufolge (§. 59. 2.) allemal der Fall ist, wenn die Punkte A, ^{1}A und ^{2}A um 90° von einander abstehen.

dann freilich merkwürdig genug und verdiente eine eigene, neue Untersuchung.

Es würde ferner ein höchst sonderbarer Zufall, oder wenn man will, ein sehr beachtungswerther Umstand sein, wenn an den Krystallisationen derjenigen Substanzen, welchen Mohs Grundformen mit schiefen Axen beilegt, wie meistens angegeben wird, immer auch solche Flächen vorkämen, die in reiner Combination rechtwinklige Parallelepipeda einschließen würden. Eins dieser Flächenpaare wäre dann nothwendig für ein secundäres anzusehen, und es müsste in hohem Grade befremden, wenn bei willkürlich schräger Neigung selbst nur der einen Grundaxe gegen die übrigen aus der Combination der ursprünglichen Wirkungen der Cohäsionskraft in ihren Richtungen stets auch eine secundäre hervorgehen sollte, deren zugehörige Fläche gegen zwei andere primäre unter rechten Winkeln geneigt wäre.

Für die Entscheidung der Frage, ob man in den dreiaxigen Systemen eine schiefe Stellung einer oder aller Grundaxen annehmen dürfe, ist es nach unsrer Theorie der Krystallbildung von größter Wichtigkeit, zu wissen, ob an den Krystallisationen, die in solche Systeme gebracht werden sollen, nicht die gleichartigen, secundären Flächen irgend einer Zone mit zwei einander senkrecht schneidenden Axen, vorzugsweise irgend einer Grenzzone in der Vollzahl ausgebildet erscheinen. Wäre dieses der Fall, so läge darin ein Beweis, daß um die beiden Grundaxen dieser Zone, in symmetrischer Stellung durchaus identische Kräfte wirksam sein müssen, welche auf gleicher Stufe der Ableitung stehen. Diese Annahme verträgt sich aber schlechterdings nicht mit der Voraussetzung, daß auch nur eine einzige Wirkung der Grundkraft gegen die übrigen schräg gerichtet sei; denn aus ihren Zusammensetzungen entspringen nur solche analoge Kräfte, die nach entgegengesetzten Seiten von der schiefen Axe gerichtet, ungleiche Winkel mit den entgegengesetzten Enden der nämlichen zweiten Axe einschließen und verschiedene Stärke besitzen.

In allen den von Weiß unterschiedenen Abtheilungen derjenigen Krystallisationensysteme, welche wir unter den Namen der trimetrischen zusammenfassen, pflegt sich immer doch wenigstens eine Zone durch vollzählige Combination analoger

Flächen von gleichem Werth auszuzeichnen. Gewöhnlich wird die Normalebene dieser Zone in horizontaler Stellung gedacht, so daß die ihr angehörigen Flächen eine verticale Säule umschließen. Die Vollzahl irgend einer Art secundärer Flächen dieser Zone, selbst schon das Vorhandensein ihrer vier, welche gegen die nämliche Grundaxe gleiche Neigung besitzen, (denn mit Ausschluß der inneren Grenzflächen giebt es in jeder viertheiligen Zone je acht analoge Flächen mit gleichen Neigungscoefficienten) ist ein Beweis, daß auf entgegengesetzten Seiten von der Normalebene dieser Zone die analogen und zur Hälfte wenigstens einander gleichen Seitenkräfte, aus denen sich die ihre Flächen erzeugenden Axenthätigkeiten zusammensetzen, gleichfalls in der Vollzahl vorhanden sein müssen, obgleich die ihnen zugehörigen Flächen nicht immer, oder eigentlich nur selten, an dem nämlichen Krystalle vollzählig ausgebildet angetroffen werden: und hieraus darf man weiter schließen, daß die Cohäsionskraft ursprünglich in drei senkrecht verbundenen Axen thätig sei.

Uebrigens geht auch Weiß bei der Unterscheidung einzelner Abtheilungen unserer trimetrischen Krystallisationensysteme von der Vorstellung aus, daß ihr gemeinschaftlicher Charakter in der Möglichkeit einer Zurückbeziehung aller ihrer Formen auf drei einander senkrecht schneidende Axen von bestimmten Abmessungen bestehe, und er bemerkt ausdrücklich in der angeführten Abhandlung, daß diejenigen Flächen, welche an manchen Krystallen in der Regel oder beständig nur auf der einen Seite einer Grundaxe sich ausgebildet zeigen, als wahre Vereinzelungen zu betrachten sind, denen bei vollständiger Ausbildung auf den gegenüberliegenden Seiten stets Flächen von gleicher Neigung entsprechen müssten. Die Tendenz zur vollständigen Ausbildung aller gleichartigen Flächen rings um jede Grundaxe, zumal derer von gleichem Werth, das Vorhandensein der inneren Bedingungen ihres Entstehens wird dadurch also zugestanden, und nur zur leichteren Auffassung der äußeren Verhältnisse, des Habitus gewisser Krystallisationensysteme, welche sich durch isolirtes Vorkommen mancher Flächen auszeichnen, sind jene eigenthümlichen Grundformen substituirt, in denen sich schon der Charakter dieser Vereinzelungen ausspricht.

Sehr überzeugend und bündig sind von Hausmann in seinem öfter angeführten Handbuche der Mineralogie Th. I. §. 192. die Gründe dargethan, wodurch die Ansicht unterstützt wird, daß jene mannigfaltigen Abweichungen des äußeren Habitus von der regelmäßigen symmetrischen Form, welche an den Krystallen gewisser Substanzen beobachtet werden, denen trimetrische Systeme eigen sind, aus der unvollzähligen Combination mancher Arten von Flächen erklärt werden müssen. Das Auffallende, welches diese Vorstellung auf den ersten Blick etwa haben könnte, vermindert sich beträchtlich, wenn man den Charakter der beobachteten Vereinzelungen gleichartiger Flächen in ihren verschiedenen Abstufungen von den Formen des isometrischen Systems an, im Zusammenhange verfolgt. Das reguläre Tetraeder, eine Körperform, welche in dem regelmäßigsten aller Krystallisationensysteme noch nicht einmal zu den seltensten gehört, stellt ein merkwürdiges Beispiel von dem höchsten Grade der Vereinzelung analoger Flächen von gleichem Werth auf; nach allen Grundsätzen der Krystallographie aber muß man seine Flächen als isolirte ansehen*); und da in den Krystallen von dieser Form oftmals ein vollständiger dreifacher Blätterdurchgang nach den Würfelflächen, auch wohl ein vierfacher nach den Oktaederflächen angetroffen wird, woraus hervorgeht, daß ungeachtet des Vorhandenseins aller inneren Bedingungen zur vollständigen Erzeugung aller Flächen einer Art dennoch sehr wohl nur die eine Hälfte derselben ausgebildet sein kann; so liegt darin ein unwidersprechlicher Beweis für die Ansicht, daß man aus der eigenthümlichen Neigung gewisser Krystallisationen zu unvollzähligen Combinationen mancher Arten von Flächen noch keineswegs auf eine Veränderung der Grundbedingungen ihres Entstehens zu schließen berechtigt sei. Die äu-

*) Dasselbe gilt von allen denjenigen Krystallformen des isometrischen Systems, an welchen wie am Tetraeder, von jedem Paare gleichartiger, paralleler Flächen immer nur die eine vorhanden ist, während die entsprechende an der gegenüberliegenden Krystallseite fehlt, also namentlich von dem Tetragonaldodekaeder, den Pyramidentetraedern, den Trigonal- und Pentagonal-Ikositetraedern und den tetraedrischen Pentagonaldodekaedern.

Flächen von gleichem Werth auszuzeichnen. Gewöhnlich wird die Normalebene dieser Zone in horizontaler Stellung gedacht, so daß die ihr angehörigen Flächen eine verticale Säule umschließen. Die Vollzahl irgend einer Art secundärer Flächen dieser Zone, selbst schon das Vorhandensein ihrer vier, welche gegen die nämliche Grundaxe gleiche Neigung besitzen, (denn mit Ausschluß der inneren Grenzflächen giebt es in jeder viertheiligen Zone je acht analoge Flächen mit gleichen Neigungscoefficienten) ist ein Beweis, daß auf entgegengesetzten Seiten von der Normalebene dieser Zone die analogen und zur Hälfte wenigstens einander gleichen Seitenkräfte, aus denen sich die ihre Flächen erzeugenden Axenthätigkeiten zusammensetzen, gleichfalls in der Vollzahl vorhanden sein müssen, obgleich die ihnen zugehörigen Flächen nicht immer, oder eigentlich nur selten, an dem nämlichen Krystalle vollzählig ausgebildet angetroffen werden: und hieraus darf man weiter schließen, daß die Cohäsionskraft ursprünglich in drei senkrecht verbundenen Axen thätig sei.

Uebrigens geht auch Weiß bei der Unterscheidung einzelner Abtheilungen unserer trimetrischen Krystallisationensysteme von der Vorstellung aus, daß ihr gemeinschaftlicher Charakter in der Möglichkeit einer Zurückbeziehung aller ihrer Formen auf drei einander senkrecht schneidende Axen von bestimmten Abmessungen bestehe, und er bemerkt ausdrücklich in der angeführten Abhandlung, daß diejenigen Flächen, welche an manchen Krystallen in der Regel oder beständig nur auf der einen Seite einer Grundaxe sich ausgebildet zeigen, als wahre Vereinzelungen zu betrachten sind, denen bei vollständiger Ausbildung auf den gegenüberliegenden Seiten stets Flächen von gleicher Neigung entsprechen müssten. Die Tendenz zur vollständigen Ausbildung aller gleichartigen Flächen rings um jede Grundaxe, zumal derer von gleichem Werth, das Vorhandensein der inneren Bedingungen ihres Entstehens wird dadurch also zugestanden, und nur zur leichteren Auffassung der äußeren Verhältnisse, des Habitus gewisser Krystallisationensysteme, welche sich durch isolirtes Vorkommen mancher Flächen auszeichnen, sind jene eigenthümlichen Grundformen substituirt, in denen sich schon der Charakter dieser Vereinzelungen ausspricht.

Sehr überzeugend und bündig sind von Hausmann in seinem öfter angeführten Handbuche der Mineralogie Th. I. §. 192. die Gründe dargethan, wodurch die Ansicht unterstützt wird, daß jene mannigfaltigen Abweichungen des äußeren Habitus von der regelmäßigen symmetrischen Form, welche an den Krystallen gewisser Substanzen beobachtet werden, denen trimetrische Systeme eigen sind, aus der unvollzähligen Combination mancher Arten von Flächen erklärt werden müssen. Das Auffallende, welches diese Vorstellung auf den ersten Blick etwa haben könnte, vermindert sich beträchtlich, wenn man den Charakter der beobachteten Vereinzelungen gleichartiger Flächen in ihren verschiedenen Abstufungen von den Formen des isometrischen Systems an, im Zusammenhange verfolgt. Das reguläre Tetraeder, eine Körperform, welche in dem regelmäßigsten aller Krystallisationensysteme noch nicht einmal zu den seltensten gehört, stellt ein merkwürdiges Beispiel von dem höchsten Grade der Vereinzelung analoger Flächen von gleichem Werth auf; nach allen Grundsätzen der Krystallographie aber muß man seine Flächen als isolirte ansehen*); und da in den Krystallen von dieser Form oftmals ein vollständiger dreifacher Blätterdurchgang nach den Würfelflächen, auch wohl ein vierfacher nach den Oktaederflächen angetroffen wird, woraus hervorgeht, daß ungeachtet des Vorhandenseins aller inneren Bedingungen zur vollständigen Erzeugung aller Flächen einer Art dennoch sehr wohl nur die eine Hälfte derselben ausgebildet sein kann; so liegt darin ein unwidersprechlicher Beweis für die Ansicht, daß man aus der eigenthümlichen Neigung gewisser Krystallisationen zu unvollzähligen Combinationen mancher Arten von Flächen noch keineswegs auf eine Veränderung der Grundbedingungen ihres Entstehens zu schließen berechtigt sei. Die äu-

*) Dasselbe gilt von allen denjenigen Krystallformen des isometrischen Systems, an welchen wie am Tetraeder, von jedem Paare gleichartiger, paralleler Flächen immer nur die eine vorhanden ist, während die entsprechende an der gegenüberliegenden Krystallseite fehlt, also namentlich von dem Tetragonaldodekaeder, den Pyramidentetraedern, den Trigonal- und Pentagonal-Ikositetraedern und den tetraedrischen Pentagonaldodekaedern.

ßere Gestaltung der Krystalle muß vielmehr auch von wenigen wesentlichen, bei der Bildung mitwirkenden Umständen abhängen. Bedenkt man überdies, daß von den secundären Flächen anisometrischer Systeme, welche die genetische Entwickelung auf gleiche Stufe der Ableitung stellt, fast immer nur diejenigen gleichzeitig an demselben Individuum vorkommen, deren erzeugende Kräfte nicht bloß analog, sondern auch gleich stark, daß folglich bei weitem die meisten, in manchen Systemen alle Flächen-Combinationen unvollzählige sind; so wird die Beobachtung eines nur noch wenig geringeren Grades der Symmetrie, bei welchem selbst von diesen gleichwerthigen Flächen nur noch ein Theil sich ausgebildet zeigt, um so weniger Veranlassung werden können, auf wesentliche Modificationen in den letzten Ursachen dieser Formenbildung (die ursprüngliche Thätigkeit der Cohäsionskraft in drei senkrecht verbundenen Axen) zu schließen. Hat man doch keinen Anstoß gefunden in der häufigen Vereinzelung selbst der primären Flächen anisometrischer Systeme (der Flächen A, welche wir in genetischer Hinsicht die primären nennen) — und das aus keinem andern Grunde, als weil sie das Ebenmaß der äußeren Form nicht stört. Bei manchen Substanzen kann auch noch auf die Erscheinung hingewiesen werden, daß ihren vorherrschenden Blätterdurchgängen gemeiniglich keine parallele Außenflächen entsprechen, sondern gegen die Ebenen dieser Blätterdurchgänge schräg aufgesetzte Flächen die äußere Begrenzung machen.

§. 61.

Entwickelung der hauptsächlichsten Formen monotrimetrischer Krystallisationensysteme.

1. Es ist schon im 54sten §. angezeigt worden, daß die Krystallformen der monotrimetrischen Systeme aus der Annahme einer gleichzeitigen Thätigkeit der Cohäsionskraft nach vier verschiedenen Richtungen hergeleitet werden sollen, von denen drei, in die nämliche Ebene fallend, mit einander Winkel von 60° einschließen, von der vierten aber insgesammt senkrecht geschnitten werden.

Die Wirkungen der Grundkraft in den drei erstgenannten

Richtungen werden der Stärke nach gleich unter einander angenommen — eine Bedingung ihres freien, selbstständigen Gleichgewichts, wenn anders die im vorigen §. dafür angeführten Gründe richtig befunden werden; — die Stärke der gleichzeitigen Thätigkeit dieser Kraft in der vierten, lothrecht gegen jene gerichteten Axe kann davon auf mannigfaltige Weise abweichen. In der 44sten Figur ist diese eine Axe von eigenthümlichem Werth, A, vertical gestellt, während die drei anderen, B, B′ und B″ in einen horizontalen Normalkreis fallen, dessen Pole die beiden Endpunkte der Axe A sind. Es wird also vorausgesetzt: $B = B' = B''$, jeder Bogen $BA = 90°$, und $BB' = BB'' = B'B'' = 60°$.

Wegen der Ungleichartigkeit der horizontalen Zone in diesen Systemen, welche abweichend von allen übrigen sechstheilig ist, haben wir ihre Axen (in Uebereinstimmung mit Hausmann's Bezeichnung) durch den Buchstaben B, und nur die verticale Primäraxe oder die Hauptaxe mit A bezeichnet. Weil die Cohäsionswirkungen in den Axen B gleiche Stärke besitzen sollen, so müssen die aus ihrer Combination zu je zwei entspringenden mittleren Axenthätigkeiten E genau in die Mitte zwischen sie fallen, so daß $BE = B'E = B'E'$ ꝛc. $= 30°$ ist.

Die Combination jedes einzelnen B mit A würde mittlere Kräfte erzeugen, deren Richtung in der Figur durch die Buchstaben D angegeben ist. Die Lage dieser Axen und der zu ihnen gehörigen Flächen hängt von dem Verhältniß A : B ab und kann rückwärts dazu dienen, wenn sie bei einzelnen Substanzen beobachtet ist, dieses Verhältniß zu berechnen*). Die Beziehung, worin die Lage dieser Axen und Flächen D zu den Elementen der krystallographischen Grundform steht, wird in der Folge noch näher erörtert werden.

Als genetische Grundform setzen wir, wie man aus dem Bisherigen schon ersehen wird, bei den Substanzen, welchen monotrimetrische Krystallisationensysteme eigen sind, eine regulär sechsseitige Säule mit gerade angesetzten Endflächen voraus, welche von sechs Flächen B und zwei Flächen A gebildet wird.

*) nach §. 56. I, 2. $\frac{A}{B} = \text{tg. BD}$.

Die theoretischen Gründe, welche diese Annahme geboten, sind zum Theil schon im vorigen §. angegeben, und es würde überflüssig sein, diese hier zu wiederholen; hauptsächlich wird dieselbe dadurch bestätigt, daß sie die Möglichkeit darbietet, die übrigen Formen monotrimetrischer Krystallisationensysteme auf die einfachste, und beobachteten Verhältnissen am besten entsprechende Art aus ihren Grundbedingungen abzuleiten. Ueberdies werden an den Krystallisationen derjenigen Substanzen, welchen monotrimetrische Systeme eigen sind, mit am häufigsten solche Flächen angetroffen, welche für sich combinirt regulär sechsseitige Säulen mit rechtwinklig angesetzten Endflächen darstellen, sei es nun, daß die Formen-Reihen dieser Substanzen sich durch vollzählige Combination gleichartiger Flächen auszeichnen, wie die bipyramidaldodekaedrischen, oder durch halbe Combination der abwechselnden Flächen, wie die rhomboedrischen. Ohne Berücksichtigung des Zusammenhanges mit anderen Flächen könnten auch die Flächen E statt der Flächen B genommen werden; jene pflegen sogar noch öfter vorzukommen als diese; vermuthlich begünstigt die abweichende Beschaffenheit der horizontalen Zone, daß nämlich die Kräfte B zu einander in ganz anderen Verhältnissen stehen, als zu der vierten Kraftäußerung in der Axe A, die Entstehung dieser Flächen E, welche zudem aus der einfachsten und darum leichtesten Verbindung der ursprünglichen Kräfte entspringen. Außerdem bemerkt man häufig einen dreifachen Blätterdurchgang nach den Flächen B, oder E, und diesen stets in gleichen Graden der Vollkommenheit nach allen drei Richtungen, wogegen der noch öfter wahrgenommene Blätterdurchgang nach den Flächen A immer einen isolirten Werth besitzt und häufiger für sich allein, als mit jenen combinirt, angetroffen wird.

2. Treten je drei ursprüngliche Thätigkeiten der Cohäsionskraft, deren Richtungen nicht in derselben Ebene liegen, also je zwei B mit A, zu einer einzigen mittleren zusammen; so endigen sich die Axen der aus dieser Combination hervorgehenden sechs mittleren Kräfte in den durch P bezeichneten Puncten. Der Punkt P ist der Durchschnitt der drei Bogen größter Kreise AE, BD′ und B′D, und so die übrigen. Da sich nämlich B und B′ in E verbinden, so muß, wenn die dritte

Kraft A hinzukommt, die mittlere zwischen allen dreien in den Kreis EA, weil B und A sich in D vereinigen, wegen des Hinzukommens von B' in den Kreis DB', und aus gleichem Grunde in den Kreis D'B, folglich in den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt aller drei Kreise P eintreffen. Alle sechs Kräfte P besitzen gleiche Stärke, weil ihre Entstehung durchaus gleichen Bedingungen unterworfen ist.

Die Flächen P schließen in vollzähliger Combination und bei symmetrischer Ausbildung das Bipyramidaldodekaeder, in halber Combination der abwechselnden Flächen das Rhomboeder ein, also die beiden Körperformen, welche von der Krystallographie als die Grundgestalten der beiden Abtheilungen monotrimetrischer Systeme angenommen werden. Die eine Hälfte der Axen P, deren zugehörige Flächen für sich combinirt ein Rhomboeder bilden würden, ist durch ein zur Seite neben den Buchstaben gesetztes Sternchen (*P) unterschieden. Die sphärischen Triangel ABB', ABB'' und AB'B'' entstehen durch die Projection der Kanten der Bipyramidaldodekaederflächen auf die Kugel in radialen Richtungen. Das sphärische Viereck PP'AP'' stellt die Kantenprojection der Rhomboederfläche *P dar u. s. w.

Für die horizontale Zone ist tg. BE = tg. 30° = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ das primäre Neigungsverhältniß, für die verticalen Primärzonen jedes tg. EP, wenn E und P mit gleichen Accenten versehen sind; tg. EP = cot. AP. (Den secundären Flächen dieser Zone in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen giebt Hausmann das Zeichen AE.m oder EA.$^{I}/_{m}$).

Die Flächen D sind nicht, wie in drei vorigen Abtheilungen von Krystallisationensystemen zugleich diejenigen, welche die Endkanten der Grundform (deren Projectionen die Bogen AB) gleichwinklig und mit parallelen Intersectionslinien abstumpfen; dieß sind vielmehr die in der Figur durch Δ bezeichneten Flächen, deren Axen in die Normalkreise AB da eintreffen, wo dieselben von dem Bogen eines, je zwei benachbarte P verbindenden, größten Kreises geschnitten werden. Die Neigung der Endkanten des Bipyramidaldodekaeders oder der sie gleichwinklig und mit parallelen Intersectionslinien abstumpfenden Ebenen (Δ) gegen die Axen A oder B wird daher durch den Bogen

BΔ (oder AΔ) und die ihm gleichen B'Δ' ꝛc. bestimmt, und tg. BΔ = cot. AΔ ist das primäre Neigungsverhältniß der verticalen Kanten- oder Diagonalzonen. (Hausmann bezeichnet die secundären Flächen dieser Zonen durch AB. m oder BA. $^{I}/_{m}$.)

Diejenigen größten Kreise, welche durch je zwei seitwärts benachbarte P gehen und in den Punkten Δ die Normalkreise AB senkrecht schneiden, treffen in den um 90° von diesen Kreisen abstehenden Punkten E ein und bilden daselbst mit dem Normalkreise der horizontalen Zone die in der Figur durch ε bezeichneten Winkel. Sie sind die Normalkreise der transversalen Hauptzonen in den hippyramidaldodekaedrischen Systemen, und tg. EP' = tg. E'P = tg. E''P ꝛc. = cot. ΔP ꝛc. ist das primäre Neigungsverhältniß dieser Zonen. (Hausmann's Untersuch. üb. d. Formen d. lebl. Natur. S. 294. Die secundären Flächen dieser Zonen erhalten bei H. das Zeichen BD. m oder DB. $^{I}/_{m}$.)

Die durch ein B und P gelegten größten Kreise, welche mit dem Normalkreise der horizontalen Zone die Winkel β einschließen, treffen die von den Punkten B um 90° abstehenden Bogen AE lothrecht in den mit G bezeichneten Punkten. Sie sind die Normalkreise der transversalen Hauptzonen in den rhomboedrischen Systemen, und das primäre Neigungsverhältniß dieser Zonen ist tg. BP = cot. G'P. (Hausmann bezeichnet die ihnen angehörigen secundären Flächen durch KG. m oder GK. $^{I}/_{m}$).

Die eine Hälfte der Flächen, welche den Axen G zugehören, — in der Figur sind diese durch ein neben den Buchstaben G gesetztes Sternchen unterschieden — stumpft offenbar die Kanten des Grundrhomboeders gleichwinklig und mit parallelen Intersectionslinien ab. In den rhombsedrischen Systemen hat Hausmann die Tangente der Neigung dieser Flächen *G oder der durch sie abgestumpften Kanten gegen die Axen der Grundform für das primäre Neigungsverhältniß je einer Hälfte der verticalen Primärzonen angenommen, so daß in denjenigen Theilen dieser Zonen, welche auf die Flächen des Grundrhomboeders bezogen werden, tg. E*P, in den anderen Theilen aber, welche auf die Kanten desselben zu bezie-

hen sind, tg. E*G das Grundverhältniß angiebt. Secundäre Flächen, welche in jene Zonentheile fallen, bezeichnet Hausmann durch AH.m oder HA.$^{I}/_{m}$ (U. üb. d. F. d. l. N. S. 525), und diese stimmen mit den Flächen AE.m und EA.$^{I}/_{m}$ in den Systemen mit bippramidaldodekaedrischer Grundform überein; secundäre Flächen dagegen aus den zuletzt genannten Zonentheilen haben bei ihm das Zeichen AF.m oder FA.$^{I}/_{m}$ (a. a. O. S. 529).

Nun ist $\text{tg. } E'G' = \text{tg. } \beta = \frac{\text{tg. EP}}{\text{sin. } 30^\circ} = 2.\ \text{tg. EP}$;

das primäre Neigungsverhältniß für diejenigen Theile der verticalen Primärzonen, welche auf die Neigung der Endkanten des Rhomboeders bezogen werden, ist also doppelt so groß, als für diejenigen Theile dieser Zonen, welche auf die Neigung der Rhomboederflächen zurückgeführt werden. (Hausmann's Handb. d. Min. I, §. 203. U. üb. d. F. d. l. N. §. 219.)

Umgekehrt ist also tg. EP = ½. tg. E*G; die eine Hälfte der Flächen P erhält daher bei Hausmann in den Systemen mit rhomboedrischem Typus das Zeichen FA½.

Um nun die Lage der schon vorhin angeführten Axen und Flächen D, welche aus der Zusammmensetzung von je zwei ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in der Richtung eines B und A entspringen, in Beziehung auf die Elemente der krystallographischen Grundform zu bestimmen, dient folgende Rechnung.

Es ist

$$\text{tg. B}\Delta = \text{tg. } \varepsilon' = \frac{\text{tg. EP}}{\text{sin. } 60^\circ} = \frac{2.\ \text{tg. EP}}{\sqrt{3}}, \text{ und}$$

$$\text{tg. BD} = \text{tg. } \beta'.\ \text{sin. } 60^\circ$$

$$= \frac{\text{tg. EP. sin. } 60^\circ}{\text{sin. } 30^\circ} = \sqrt{3}.\ \text{tg. EP, also}$$

$$\text{tg. BD} = \tfrac{3}{2}.\ \text{tg. B}\Delta, \text{ oder}$$

$$\text{tg. AD} = \tfrac{2}{3}.\ \text{tg. A}\Delta.$$

(Hausmann führt diese Flächen mit dem Zeichen AB$^{3}/_{2}$ vom Korund und Sapphir an. — Unt. S. 541.)

Diese Flächen D gehören zugleich den transversalen Hauptzonen der rhomboedrischen Systeme an, deren Normalkreise *G*P″B″ und die ähnlichen sind. Man findet sehr leicht, daß tg. *GD = ⅓ tg. *G*P″ ist; hiernach würde Hausmann diesen Flächen das Zeichen GK ⅓ geben.

Das seltene Vorkommen dieser Flächen D in den monotrimetrischen Krystallisationensystemen, zumal wenn man es mit dem häufigen Vorkommen der entsprechenden Flächen in den den dreiarigen Systemen vergleicht, scheint daraus erklärt werden zu können, weil bei der gleichzeitigen Combination aller ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft zu je zwei, diejenigen, welche den Richtungen B folgen, nicht zu einer gleichen Anzahl von Combinationen mitwirken würden, wie die vierte in der Richtung A. Während nämlich jene nur zu der Entstehung von vier mittleren Kräften, in den Richtungen von zwei E und zwei D, beitragen, würde diese für die Bildung aller sechs Kräfte in den Richtungen D in Anspruch genommen werden.

Auch bei der Erzeugung der sechs mittleren Kräfte nach den Axen P durch Zusammensetzung je drei ursprünglicher Wirkungen der Grundkraft findet ein ähnliches Verhältniß Statt, indem dabei jedes B nur in vier, dagegen A in alle sechs Combinationen eingeht. Vielleicht ist hierin der Grund zu suchen, weßhalb neben den Flächen P so häufig die Flächen E erscheinen, da zu der gleichzeitigen Entstehung dieser Flächen auch eine sechsfache Beschäftigung der Kräfte B erfordert wird.

Ueberhaupt aber ist der Antheil, welchen die Kräfte B an der Erzeugung secundärer Axenthätigkeiten nehmen, stets von der gleichzeitigen Mitwirkung der Kraft A verschieden, da jene zu einander in ganz anderen Verhältnissen stehen, als zu dieser: und diese Ungleichheit in den Beziehungen der ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft zu einander hat in der ganzen Reihe abgeleiteter Kräfte und ihnen zugehöriger Flächen der monotrimetrischen Systeme nothwendig eine Differenz zur Folge, wodurch diejenigen, deren Richtung auf die isolirte Hauptaxe zu beziehen ist, von denen, welche gegen die horizontalen Axen eine übereinstimmende Stellung besitzen, streng gesondert erscheinen. Die Eigenthümlichkeiten der horizontalen

Zone in den Kryſtallformen monotrimetriſcher Syſteme, die ungleichartige Ausbildung dieſer Geſtalten an den Enden der verticalen Hauptaxe einerſeits und der drei horizontalen Nebenaxen andrerſeits, geben allen dieſen Formen einen ſehr beſtimmt ausgeprägten Charakter, der ſie auffallend genug vor den Kryſtallformen dreiaxiger Syſteme auszeichnet und die weſentliche Abweichung in den Grundbedingungen ihrer Bildung deutlich verräth. Die Vorausſetzungen hinſichtlich der urſprünglichen Wirkſamkeit der Cohäſionskraft in denjenigen Subſtanzen, deren Kryſtalliſationenſyſteme monotrimetriſch ſind, veranlaſſen daher ganz neue Betrachtungen über die ungleichartige Beſchäftigung, in welcher ſich die drei gleich ſtarken, horizontal gerichteten und die vierte, vertical gerichtete Axenthätigkeit der Cohäſionskraft von iſolirtem Werth bei der Erzeugung abgeleiteter mittlerer Kraftäußerungen befinden, — Betrachtungen, welche den vorigen Unterſuchungen noch ganz fremd bleiben konnten, weil bei den Zuſammenſetzungen der drei urſprünglichen Thätigkeiten der Grundkraft nach den drei einander ſenkrecht ſchneidenden Dimenſionen des Raumes jede derſelben immer auf gleiche Weiſe beſchäftigt zu denken war. Indem wir dieſen Gegenſtand einer genauern Beachtung werth halten, und vorzugsweiſe einer ſorgfältigeren Analyſe deſſelben ein Princip abzugewinnen hoffen, wonach das Verhältniß der Stärke abgeleiteter Axenthätigkeiten der Cohäſionskraft zu den urſprünglichen beſtimmt werden kann, beſchränken wir uns gegenwärtig darauf, nach der bisher befolgten Methode einige der am häufigſten beobachteten ſecundären Kryſtallformen monotrimetriſcher Syſteme aus unſeren Grundvorausſetzungen herzuleiten. Für dieſe Entwickelungen bieten die Kraftäußerungen in den Richtungen P, welche ihrer Entſtehung gemäß, wie ſchon einmal bemerkt wurde, gleich ſtark ſein müſſen, den ſchicklichſten Anfangspunkt dar.

Die Beobachtung, daß vielen Subſtanzen, deren Kryſtalliſationenſyſteme monotrimetriſche und zwar rhomboedriſche ſind, auch nur nach den Flächen des primären Rhomboeders ein deutlicher, dreifacher Blätterdurchgang eigen iſt (das ſpäthige Gefüge), ſcheint freilich dieſer Annahme einer gleichen Stärke der Cohäſionskraft in allen ſechs Richtungen P zu wi-

versprechen. Es ist indessen schon öfter darauf hingewiesen worden, daß die deutlichere Ausbildung oder das Zurücktreten des Blätterdurchgangs in gewissen Richtungen bei der nämlichen Substanz auch von veränderlichen Umständen abhängig sein müsse. Vielleicht giebt eine umfassendere Prüfung aller Verhältnisse des krystallinischen inneren Gefüges auch über diese Eigenthümlichkeit gewisser Substanzen mit monotrimetrischen Krystallisationensystemen, nur nach der einen rhomboedrischen Hälfte der Flächen P eine ausgezeichnete Spaltbarkeit zu besitzen, näheren Aufschluß. So lange daher nicht entschieden aus jenem Verhalten des Blätterdurchganges die Unmöglichkeit dargethan werden kann, daß in allen sechs Axen P die Wirkungen der Cohäsionskraft gleiche Stärke besitzen, nöthigt uns die Berücksichtigung der Verhältnisse anderer secundärer Flächen zu den Elementen der Grundgestalt, bei unseren Voraussetzungen zu beharren, welche eben in der Möglichkeit, jene Verhältnisse ungezwungen aus ihnen abzuleiten, ihre vorzüglichste Bestätigung finden.

3. Angenommen also, die sechs Kraftäußerungen in den Axen P seien gleich stark, so geht aus den Bedingungen der Construction hervor, daß je zwei seitwärts benachbarte P (wie P und *P', P und *P'' u. s. w.) sich zu einer mittleren Kraft in der Richtung eines Δ, je zwei rhomboedrisch gestellte P (wie *P' und *P'', P' und P'' u. s. w.) sich zu einer mittleren Kraft in der Richtung eines G vereinigen müssen. Die Combinationen von je zwei P aus der oberen und unteren Krystallhälfte dürfen hierbei übergangen werden, indem die Axen der mittleren Kräfte zwischen je zwei P aus dem nämlichen Verticalkreise (wie *P und P, *P' und P' u. s. w.) mit den Axen E, zwischen je zwei rhomboedrisch gestellten P (wie *P und *P', P und P' u. s. w.) mit den Axen B zusammenfallen würden.

Von den Flächen G hat die eine, mit den Sternchen bezeichnete Hälfte in den rhomboedrischen Systemen auch bei Hausmann das Zeichen G, die andere Hälfte das Zeichen AH. 2, in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen haben sie alle das Zeichen AE. 2.

Werden nun je zwei seitwärts benachbarte, analoge und gleich starke Kräfte, deren Axen in die Normalkreise der verti-

calen Primär- oder Kantenzonen eintreffen, mit einander combinirt, wie dieß fig. 45. angedeutet ist, wo die aus der Vereinigung von je zwei G entspringenden, mittleren Arenthätigkeiten der Cohäsionskraft durch d, so wie deren mittlere Kräfte durch g bezeichnet sind; so findet man das Gesetz, wonach die Neigungscoefficienten der ihnen zugehörigen Flächen sich fortschreitend aus einander entwickeln, leicht durch folgende Rechnung.

Weil tg. A*G = ½ tg. AP sein soll, und das Δ Ad*G bei d einen rechten Winkel hat, so wird

$$\text{tg. Ad} = \text{tg. A*G. cos. } 30° = \tfrac{1}{2} \text{ tg. AP cos. } 30° = \tfrac{1}{2} \text{ tg. A}\Delta \text{ (da tg. AP cos. } 30° = \text{tg. A}\Delta \text{ ist).}$$

Ferner, weil das Δ Agd bei g einen rechten Winkel hat,

$$\text{tg. Ag} = \text{tg. Ad. cos. } 30° = \tfrac{1}{2} \text{ tg. AP. (cos. } 30°)^2 = \tfrac{1}{2}.\ \tfrac{3}{4}.\ \text{tg. AP} = \tfrac{3}{8} \text{ tg. AP.}$$

Allgemein wird angenommen tg. A*G = m. tg. AP, so erhält man

$$\text{tg. Ad} = \text{m. tg. A}\Delta, \text{ und}$$
$$\text{tg. Ag} = {}^{3m}/_{4}.\ \text{tg. AP.}$$

Vereinigen sich dagegen je zwei rhomboedrisch gestellte G, wie z. B. fig. 45. *G' und *G'', zu einer mittleren Kraft, so ist der Neigungscoefficient, welchen die Axe dieser Kraft oder die ihr zugehörige Fläche, in der Figur γ genannt, in dem entsprechenden Zonentheile erhält, stets nur noch die Hälfte des vorigen. Da nämlich das Δ A*γ*G' bei *γ einen rechten Winkel enthält, so ist tg. A*γ = tg. A*G. cos. 60° = ½ tg. A*G, wenn tg. AG = m. tg. AP angenommen wird,

$$\text{tg. A}\gamma = {}^{m}/_{2}.\ \text{tg. AP.}$$

Auf dieselbe Weise wird der Neigungscoefficient für die Axe der mittleren Kraft zwischen je zwei analogen und gleichen Seitenkräften berechnet, deren Richtungen in zwei einander unter einem Winkel von 60° schneidenden Normalebenen verticaler Kantenzonen liegen. Würde z. B. die Axe der mittleren Kraft zwischen d und d''', in den Normalkreis AΔ' fallend, δ genannt, und tg. Ad = m. tg. AΔ angenommen; so würde tg. Aδ = ${}^{m}/_{2}$. tg. AΔ' sein.

Hiernach sind offenbar in den verticalen Flächen- und Kan-

tenzonen alle secundären Flächen mit größerer Neigung gegen die verticale Hauptaxe (A) möglich, deren Neigungscoefficienten sich aus den Factoren ½ und ¾ in jeder beliebigen Wiederholung und Combination mit einander zusammensetzen.

Solche Neigungscoefficienten sind z. E. ½, ¼, ⅛, 1/16, ... ¾, 9/16, 27/64 .... ⅜, 3/16, 3/32 ꝛc. ꝛc.

Nennen wir allgemein einen dieser Neigungscoifficienten $^{n}/_{m}$, so erhalten diejenigen Flächen, deren Lage wir durch $^{n}/_{m}$. tg. AΔ bestimmen, bei Hausmann das Zeichen AB. $^{m}/_{n}$, diejenigen, deren Neigung durch $^{n}/_{m}$. tg. AP bestimmt wird, in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen, das Zeichen AE. $^{m}/_{n}$, in den rhomboedrischen, wenn sie auf die Flächen der Grundform bezogen werden, das Zeichen AH. $^{m}/_{n}$, und wenn sie auf die Neigung der Kanten zu beziehen sind, das Zeichen AF. $^{m}/_{2n}$. Also sind z. B. die durch ¾. tg. AP bezeichneten Flächen = AE. ⅔ = AH. ⅔ = AF. 2/3.

4. Verbinden sich je drei rhomboedrisch gestellte P, wie (fig. 45.) *P, *P′ und *P″ zu einer mittleren Kraft, so fallen deren sechs in die durch p bezeichneten Richtungen, die übrigen in die Axe A zurück. Weil *P′ und *P″ sich in *G verbinden, so muß bei dem Hinzukommen von *P die Axe der mittleren Kraft *p in den Normalkreis der verticalen Primärzone *G*P, und zwar in den Durchschnittspunkt des größten Kreises B*P′ (oder B′*P′) eintreffen, weil *P und *P″ sich in B combiniren würden. Nun ist tg. E*p = tg. η. sin. 30° = ½. tg. EP (da tg. η. = tg. E′*P′), oder auf das Neigungsverhältniß der Endkanten des primären Rhomboeders bezogen, = ¼. tg. E*G (da tg. E*G = 2. tg. EP ist).

Werden überhaupt analoge, mithin gleiche Kräfte aus den verticalen Primärzonen, deren Axen allgemein durch m. tg. EP ihrer Lage nach bestimmt sind, zu je drei in rhomboedrischer Stellung vereinigt gedacht; so wird die Neigung von sechs Axen der daraus entspringenden mittleren Kräfte (vorhin p genannt) durch $^{m}/_{2}$. tg. EP ausgedrückt. — Aus jedem Neigungsverhältniß von Bipyramidaldodekaeder- oder Rhomboeder-Flächen läßt sich daher durch fortgesetzte Halbirung eine Reihe abgeleiteter Neigungsverhältnisse für die Flächen ähnlicher Körperformen entwickeln. — Bei Hausmann erhalten die Flä-

chen, deren Neigung durch $^{m}/_{2}$. tg. EP angegeben wird, in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen das Zeichen EA. $^{m}/_{2}$, in den rhomboedrischen, wenn sie auf die Flächen der Grundform bezogen werden, das Zeichen HA. $^{m}/_{2}$, die andere Hälfte, welche auf die Endkanten der Grundform bezogen wird, das Zeichen FA. $^{m}/_{4}$. Am häufigsten unter den secundären Flächen dieser Art werden diejenigen beobachtet, deren Neigung dem einfachsten Gliede jener Coefficienten-Reihe $^{1}/_{2}$ entspricht (EA. $^{1}/_{2}$, HA. $^{1}/_{2}$, FA. $^{1}/_{4}$).

Die vorige Formel darf unmittelbar auch auf die Berechnung secundärer Neigungscoefficienten für Axen und Flächen aus den verticalen Diagonal- oder Kanten-Zonen angewandt werden. Ist die Neigung der Axen erzeugender Kräfte durch m. tg. BΔ gegeben, und werden je drei dieser Kräfte in rhomboedrischer Stellung vereinigt, so ist die Neigung der Axen dadurch abgeleiteter Kräfte $^{m}/_{2}$. tg. BΔ.

5. In der 46sten Figur ist die Combination drei analoger Kräfte aus den verticalen Primärzonen (p) dargestellt, deren Axen auf der nämlichen Seite des Krystallhorizontes einander benachbart sind. Die Axe der mittleren Kraft zwischen p, *p′ und *p″ trifft in f ein, wo der Bogen Ap von dem Bogen d*p′ (und d′*p″) geschnitten wird; *p′ und *p″ würden sich nämlich in g, p und *p″ in d (und p und *p′ in d′) combiniren. Wird tg. Ap = m. tg. AP angenommen, so findet sich durch eine leichte Rechnung tg. Af = $^{2m}/_{3}$. tg. AP; (mithin tg. Ef = $^{3}/_{2m}$. tg. EP, oder, wenn $^{1}/_{m}$ = n gesetzt wird, tg. Ef = $^{3n}/_{2}$. tg. EP.) Für m = 1, wo die Neigung der Flächen f durch $^{2}/_{3}$. tg. AP bestimmt wird, erhalten diese bei Hausmann das Zeichen AE. $^{3}/_{2}$ oder HA. $^{3}/_{2}$ oder FA. $^{3}/_{4}$. Auch diese Formel darf unmittelbar auf die entsprechende Combination analoger Kräfte aus den verticalen Kanten- oder Zwischen-Zonen angewandt werden. Hießen diese b, und wäre tg. Bb = n. tg. BΔ, so entsprängen aus der Combination ihrer drei, welche auf der nämlichen Seite des Krystallhorizontes einander benachbart sind, mittlere Kräfte, deren Richtung durch $^{3n}/_{2}$. tg. BΔ bestimmt wird.

Aus der Vereinigung von je drei p, welche zwar auch

auf der nämlichen Seite des Kryſtallhorizontes aber ſo liegen daß nur je zwei unmittelbar benachbart ſind, entſpringen mittlere Kräfte, deren Axen die durch $^m/_3$. tg. AP bezeichnete Neigung haben.

In der 51ſten Figur, welche die Hauptlinien der Projectionen monotrimetriſcher Formen auf die Kugel in einer Anſicht von oben darſtellt, iſt die Combination drei ſolcher p, nämlich p, *p′ und *p angedeutet und die mittlere Kraft k genannt. Durch eine Rechnung, die ſich aus der Zeichnung leicht entnehmen läſſt, findet man tg. Ak = $^1/_3$. tg. A*p′ = $^m/_3$. tg. AP.

6. Kommt zu den drei vorhin genannten benachbarten Kräften p noch die analoge vierte, *p (fig. 46), deren Axe mit der mittleren von jenen in den nämlichen verticalen Normalkreis trifft (p und *p), ſo liegen auch die Axen der aus dieſer Combination hervorgehenden, mittleren Kräfte in eben dieſem Normalkreiſe. Der Endpunkt einer dieſer Axen iſt in der Figur mit q bezeichnet. In dieſem Punkte wird nämlich der Bogen f*p von dem Bogen B′d (oder Bd′) geſchnitten; denn *p und *p′ müſſten ſich, als gleich ſtark in B′, und p mit *p″ in d verbinden. Nun iſt,

$$\text{tg. Eq} = \text{tg. S. sin. B'E} = {}^1/_2\text{. tg. S}$$
$$= {}^1/_2\text{.} \frac{\text{tg. Bd}}{\text{sin. } 60^\circ} = {}^1/_2\text{.} \frac{\text{tg. Ep}}{(\text{sin. } 60^\circ)^2} = {}^2/_3\text{. tg. EP},$$

folglich, wenn tg. Ep = m. tg. EP angenommen wird,

$$\text{tg. Eq} = {}^{2m}/_3\text{. tg. EP}.$$

Aus den Kräften P ſelbſt, für m = 1, entſpringen alſo bei der angeführten Combination mittlere, deren Axen und zugehörige Flächen durch $^2/_3$. tg. EP (mithin nach Hausmann als Flächen EA. $^2/_3$, HA. $^2/_3$ oder FA. $^1/_3$) zu bezeichnen ſind.

Die nämlichen vier Kräfte, nur mit dem Unterſchiede combinirt, daß die vierte (*p) von der entgegengeſetzten Seite (alſo der Rückſeite der Figur) her in die Verbindung eingeht, (daß mithin alle vier p auf der nämlichen Seite des horizontalen Normalkreiſes zu ſuchen ſind), erzeugen mittlere Kräfte, deren Richtung durch $^1/_4$. tg. Ap = $^n/_4$. tg. AP (wenn tg. Ap = n. tg. AP) beſtimmt wird. In der 51ſten Figur iſt die Ver-

bindung von p, *p, *p′ und *p″ angedeutet und ihre mittlere Kraft mit r bezeichnet. Der Zeichnung folgend, ergiebt die Rechnung tg. Ar = ¼. tg. Ap.

7. Aus der Verbindung je zwei analoger, seitwärts benachbarter Kräfte aus den verticalen Primärzonen, deren Axen gegen die horizontalen E unter größeren Winkeln geneigt sind, als die primären P, (wir wollen sie allgemein p nennen) gehen mittlere hervor, deren Axen in den Normalkreisen der verticalen Kantenzonen, auf die horizontalen Axen B bezogen, der nämliche Neigungscoefficient zukommt.

Werden diese letzteren Kräfte durch b bezeichnet, und tg. Ep = n. tg. EP gesetzt, folglich tg. Ap = $\frac{1}{n}$. tg. AP, so ergiebt sich aus der sub Nro. 3 geführten Rechnung, daß tg. Ab = $\frac{1}{n}$. tg. AΔ sein muß, (wenn tg. Ab statt tg. Ad und $\frac{1}{n}$ = m genommen wird,) folglich daß

$$\text{tg. Bb} = n.\ \text{tg. B}\Delta$$

ist. — Auch die Lage der Axen, welche als mittlere zwischen je zwei b erscheinen, kann unmittelbar aus der zweiten daselbst angegebenen Formel ($^{3n}/_{4}$. tg. AP) berechnet werden, welche sich bei den jetzigen Voraussetzungen in $^{4n}/_{3}$. tg. EP umgestaltet.

In der 45sten Figur sind die Axen p angegeben, für welche tg. Ep = ½. tg. EP ist. Aus den Kräften in diesen Richtungen entspringen mittlere nach den Axen b, für welche tg. Bb = ½. tg. BΔ ist. Diese haben die Eigenthümlichkeit, daß sie zugleich in den Normalkreisen der transversalen Hauptzonen in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen, E*P″, E*P′ ꝛc. liegen, und auf das primäre Neigungsverhältniß dieser Zonen bezogen den Neigungscoefficienten ⅓ erhalten. Es ist nämlich tg. Eb = ⅓. tg. E*P″. (Diesen Flächen b giebt Hausmann das Zeichen BA. ½, oder als Flächen der transversalen Zonen das Zeichen BD. 3 — Unt. §. 214.)

Anm. Je drei benachbarte Kräfte b dieser Art, welche auf der nämlichen Seite des Krystallhorizontes liegen, setzen sich zu einer mittleren zusammen, deren Richtung sich nach der sub Nro. 5 gegebenen Formel durch $^{3}/_{4}$. tg. BΔ (allgemein $^{3n}/_{2}$. tg. BΔ, indem hier n = ½ ist) bestimmt.

Die zugehörigen Flächen (Hausmann's Flächen BA. 5/4 Unt. §. 235.) machen mit den Flächen P parallele Intersectionskanten; denn die Axen der mittleren Kräfte zwischen jenen würden nach der Formel 4n/5. tg. EP, hier wo n = 5/4 ist, 4/5. 5/4 = I zum Neigungscoefficienten bekommen; also liegen die Axen der Flächen P mit denen von je zwei benachbarten Flächen BA. 5/4 in dem Bogen eines und desselben größten Kreises.

8. Je drei Kräfte P in der Stellung, wie fig. 47. P, *P und *P', vereinigt erzeugen mittlere Kräfte nach den durch i bezeichneten Richtungen. Im Punkte i durchschneiden sich die Bogen B'P (weil *P und *P' sich in B'), E*P' (weil P und *P sich in E) und Δ'*P (weil P und *P' sich in Δ' combiniren würden.)

Man darf nach der §. 59. 7. ausgeführten Rechnung, welche sich auf die 27ste Figur bezieht, ohne Weiteres

$$\text{tg. } B'i = 1/3. \text{ tg. } B'P$$

setzen, da die drei genannten Kräfte P ganz in denselben Verhältnissen zu einander stehen, wie die Kräfte, welche a. a. O. mit a bezeichnet wurden.

Die Axe i liegt aber zugleich in dem Normalkreise E*P', und durch eine leichte Rechnung wird

$$\text{tg. } Ei = 1/5. \text{ tg. } E*P'$$

gefunden. Hiernach können die zugehörigen Flächen i in zwiefacher Beziehung aufgeführt werden. Hausmann giebt ihnen in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen, gemäß der letzten Angabe, das Zeichen BD. 5 (z. B. beim Apatit beobachtet; Unt. §. 215) und in den rhomboedrischen Systemen das Zeichen KG. 3, wo sie in halber Combination die am häufigsten beobachtete Varietät der von ihm sogenannten Bipyramoide darstellen. (Unt. §. 236).

Je drei analoge (und gleiche) Kräfte i, in der Ordnung wie i, i' und i'' combinirt, geben mittlere Kräfte nach den durch o bezeichneten Richtungen, und der so eben angeführten Rechnung zufolge, ist

$$\text{tg. } B'o = 1/3. \text{ tg. } B'i = 1/9. \text{ tg. } B'P$$

zu setzen (Flächen KG. 9). Dagegen entspringt aus der Vereinigung der drei Kräfte i', i''' und i^{IV} (und je drei ähnlich zusammengeordneter) eine mittlere nach der Richtung y (und den entsprechenden), und es ist

$$\text{tg. } E'y = \tfrac{1}{3}\text{. tg. } E'i' = \tfrac{1}{15}\text{. tg. } E'P.$$

(die Flächen y erhielten demnach bei Hausm. das Zeichen BD. 15; Mohs führt dieselben beim Bergkrystall (rhomboedrischen Quarz) mit dem Zeichen $(P)^5$ an — Mineral. II. S. 369.).

Man sieht leicht ein, daß überhaupt analoge Kräfte aus den transversalen Hauptzonen, mögen ihre Axen in den Bogen BP, B'P ꝛc. oder in den Bogen E'P, E*P' ꝛc. liegen, ähnliche Combinationen zu je drei mit einander eingehen können, wie die eben beschriebenen, und daß die Neigungscoefficienten der mittleren Kräfte aus denen der erzeugenden Axenthätigkeiten allemal durch Multiplication mit dem Factor $\frac{1}{3}$ abzuleiten sind.

Durch das Zusammenwirken von je drei Kräften b, in der Anordnung wie b, b' und b^v, deren Richtung, früheren Angaben zufolge, durch tg. B'b' = ½. tg. B'Δ', aber auch durch tg. Eb' = ⅓. tg. E*P' bestimmt werden kann, entstehen mittlere Kräfte, deren Axen durch $\frac{1}{3}$. tg. Eb' = $\frac{1}{9}$. tg. E*P' der Lage nach anzugeben sind. Den zugehörigen Flächen käme nach Hausmann das Zeichen BD. 9 zu; Mohs führt dieselben vom Bergkrystall a. a. O. unter dem Zeichen $(P)^3$ auf.

9. Nimmt man die sechsfache Thätigkeit der Cohäsionskraft nach den Axen P als die ursprüngliche für die Entwickelung secundärer Axenthätigkeiten an, so erscheinen diejenigen nach den Richtungen E und Δ auf gleicher Stufe der Ableitung jede als die mittlere zwischen zwei benachbarten P. Der Fall verhielte sich nun ganz wie der §. 59. Nro. 2 und 5 angenommene. Aus der Vereinigung je eines E und Δ entspringen die mittleren a (fig. 47.), deren Axen in die Kreise BP so eintreffen müssten, daß

$$\text{tg. Ba} = \tfrac{1}{2}\text{. tg. BP}$$

werden würde. Durch fernere Combination je zwei symmetrisch um dieselbe Axe B gestellter Kräfte dieser Art (a) erhielte man

wieder die mittleren b und ^{1}b, (so daß tg. Bb = ½. tg. BΔ und tg. B^{1}b = ½. tg. BE wäre), aus diesen wieder die Kräfte e (tg. Be = ½. tg. Ba = ¼. tg. BP) u. s. f. Die zu den Axen a gehörigen Flächen wären die von Hausmann KG. 2 genannten u. s. w.

Man sieht leicht ein, daß diese Kräfte E und Δ, so wie die Kräfte a, ferner b und ^{1}b, u. s. w. mit einander auch zu je drei auf die §. 59. Nro. 7 und 8 näher beschriebene Art in Verbindung treten könnten.

Inzwischen darf hierbei nicht unbemerkt gelassen werden, daß die Thätigkeiten der Cohäsionskraft in den Richtungen E, sofern sie schon durch die Combination je zwei ursprünglicher Wirkungen dieser Kraft nach den Richtungen B abzuleiten waren, auf gleicher Stufe der Ableitung mit den Kräften D erscheinen, welche aus der Verbindung von A mit einem B hervorgehen. Auch die mittleren Kräfte zwischen je einem E und D müssten, früheren Betrachtungen zufolge, in den Normalkreisen BP liegen. In der 47sten Figur ist diese Combination zwischen E″ und D″ angedeutet, und ihre mittlere Kraft t genannt. Man findet tg. B″t = ⅗. tg. B″*P″. Es scheint nicht, als ob die zugehörigen Flächen (nach Hausmann KG ⅗) in der Natur schon angetroffen wären. Sie würden in den monotrimetrischen Systemen (neben den Flächen G) dieselbe Stelle einnehmen, welche in den dreiaxigen die durch ½. tg. AP bestimmten (die mittleren zwischen je zwei D) hatten. Vermuthlich ist auch hieran die ungleiche Beschäftigung der Axenthätigkeiten A und B bei der Erzeugung der mittleren E und D Schuld. — Für jetzt wollte ich indessen nur auf das Fragliche der Annahme hinweisen, ob man zu gleicher Zeit die Wirkungen der Cohäsionskraft in den Richtungen E sowohl als mittlere zwischen je zwei B, wie auch zwischen je zwei P, mithin auf zwei verschiedenen Stufen der Ableitung stehend ansehen dürfe, ohne vor der Hand über die Zulässigkeit oder Unzulässigkeit dieser Annahme zu entscheiden.

10. In der 48sten Figur ist die Combination von fünf Kräften P in der Art angedeutet, daß dazu drei benachbarte Kräfte dieser Art von der einen, die beiden übrigen von der andern Seite des horizontalen Normalkreises mitwirken. Die

Axe der daraus entspringenden mittleren Kraft ist durch s bezeichnet. In diesem Punkte durchschneiden sich die beiden Bogen größter Kreise B*P′ und E*P″. Da nämlich die vier Kräfte P, *P, P″ und *P″ sich in B vereinigen würden, so muß bei dem Hinzukommen von *P′ die Axe der mittleren Kraft in der Ebene des Kreises B*P′ liegen, zugleich aber auch in der Ebene des Kreises E*P″, weil die vier übrigen Kräfte außer *P″, sowohl P mit *P, als auch *P′ mit P″, sich in E vereinigen müssten. Man erhält nun aus dem Δ BEs, mit Zuziehung der in der Figur für die Winkel gebrauchten Buchstaben:

$$\text{cot. Es} = \text{cot. BE. cos. } \varepsilon + \frac{\text{sin. } \varepsilon \text{. cot. } \pi}{\text{sin. BE}}$$

(wenn die Functionen von ε aus dem Δ EE″*P″ genommen,

$$\text{und cot. } \pi = \text{cot. E′*P′} = \frac{\text{cot. E*P}}{\text{sin. } \varepsilon \text{. cos. } 60°}$$

in die Gleichung eingeführt wird, da BE = 30° ist)

$$= 3. \text{ cot. E*P″} + 4. \text{ cot. E*P″} = 7. \text{ cot. E*P″},$$

folglich

$$\text{tg Es} = 1/7. \text{ tg. E*P″}.$$

Die Flächen, welche diesen Axen s zugehören, erhalten demnach bei Haüsmann in den bipyramidaldodekaedrischen Systemen das Zeichen BD.7, unter welchem er dieselben auch vom Bergkrystall anführt (Unt. §. 218.) Mohs giebt ihnen das Zeichen $(P)^{7/3}$ (Mineral. II. S. 369.)

Sie pflegen bei dieser Substanz in halber Combination, zumal in Verbindung mit anderen Flächen der transversalen Zone, welche den Endkanten des primären Bipyramidaldodekaeders parallele Combinationskanten bilden, die sogenannten (rechts oder links gerichteten) Flächengewinde darzustellen, welche, dem Bergkrystall eigenthümlich, öfter die Aufmerksamkeit der Krystallographen auf sich gezogen haben.

In den rhomboedrischen Systemen giebt Hausmann denselben Flächen (s) das Zeichen F A. ¼. KG. 2 (nicht FA. ¼. GK. 2 — Unt. §. 241. — beim Kalkspath beobachtet). Denn der Bogen Bs schneidet den Bogen EP im Punkte *p dergestalt, daß tg. E*p = ½. tg. EP, (also die Fl. *p = FA. ¼), und tg. Bs = ½. tg. B*p ist.

Die Combination je fünf analoger Kräfte P oder p von derselben Seite des horizontalen Normalkreises her erzeugt mittlere Kräfte, deren Axen und zugehörige Flächen durch ⅕. tg. AP oder ⅕. tg. Ap = ⅘. tg. AP der Lage nach bestimmt werden. Eine Combination der Art zwischen fünf analogen p (allen außer p selbst) ist in der 51sten Figur durch die Zeichnung angedeutet, und die mittlere Kraft x genannt. Die Rechnung ergiebt tg. Ax = ⅕. tg. A*p = ⅘. tg. AP.

11. Mit Bezugnahme auf die 49ste Figur mögen hier noch folgende Formeln Platz finden, wonach sich die Richtung der mittleren Kräfte zwischen je zwei anderen berechnet, deren Axen in den Ebenen der Normalkreise transversaler Zonen liegen:

Die Kräfte a werden als analog und von gleicher Stärke vorausgesetzt; ihre Richtung sei durch

$$\text{tg. Ba} = \text{m. tg. BP}$$

gegeben. Man erhält alsdann aus a und a′ die mittlere Kraft b und tg. Bb = m. tg. BΔ, — aus a′ und a‴ die mittlere ^{1}b und

$$\text{tg. B}^{1}\text{b} = \text{m. tg. BE''},$$

— aus a′ und a″ die mittlere ^{2}b und

$$\text{tg. E''}^{2}\text{b} = \frac{4\text{m}}{3 + \text{m}}\text{. tg. E''*P''}$$

Nach dieser letzten Formel entwickeln sich z. B. als Neigungscoefficienten der Axen und Flächen ^{2}b (in den verticalen Primärzonen), wenn für m die oben gefundenen Werthe

⅓, ⅑, ⅛, ½ ꝛc. gesetzt werden,

die entsprechenden ..... ⅖, ⅐, ⅘, ⅘ ꝛc.

Aus den analogen und gleichen Kräften e, deren Axen n die Normalkreise E*P' ꝛc. eintreffend, durch tg. Ee' = tg. E*P' bestimmt sein sollen, entspringen durch Combination zu je zwei die Kräfte h, und zwar aus e und e' die mittlere h, so daß

$$\text{tg. } B'h = \frac{2n}{1+n} \cdot \text{tg. } B'A',$$

aus e'' und e''' die mittlere ^1h, so daß

$$\text{tg. } B\,{}^1h = \frac{1-3n}{1+n} \cdot \text{tg. } BE$$

und aus e' und e'' die mittlere ^2h, so daß

$$\text{tg. } E\,{}^2h = 2n \cdot \text{tg. } EP$$

wird.

Hiernach erhält man z. B., wenn für n die bereits gefundenen Werthe $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{15}$ ꝛc. gesetzt werden,

als entsprechende für $\frac{2n}{1+n}$: $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ ꝛc.

für $\frac{1-3n}{1+n}$: $\frac{1}{8}, \frac{1}{14}, \frac{3}{14}$ ꝛc.

und für ^2h: $\frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{2}{15}$ ꝛc.

12. Wenn je drei analoge und gleiche Kräfte e in der Stellung, wie die fig. 50 verzeichneten e, e' und e'', zu einer mittleren zusammentreten, so fällt auch deren Axe z wieder in den Normalkreis eines von denjenigen Zonen, welche in dem bipyramidaldodekaedrischen Systeme die transversalen Hauptzonen genannt sind. Denn e und e' müssten sich in E verbinden, folglich liegt z in dem Bogen Ee, und weil e und e'' sich in B verbinden würden, zugleich in dem Bogen Be', wornach z der Durchschnittspunkt dieser beiden Bogen ist. Wird dann tg. Ee = n. tg. E*P'' angenommen, so erhält man

$$\text{tg. } Ez = \frac{n}{2+3n} \cdot \text{tg. } E*P''.$$

Für $n = 1/4$ würde man den Neigungscoefficienten der Flächen z nach dieser Formel $= 1/11$ berechnen; ihnen kommt nach Hausmann das Zeichen BD. 11, nach Mohs das Zeichen $(P)^{11/3}$ zu, und so werden sie vom Bergkrystall angeführt, bei welchem sie in halber Combination zu dem öfters beobachteten, schon vorhin (Nro. 10.) erwähnten, spitzförmigen Gewinde transversaler Flächen gehören. — Da inzwischen solche Kräfte e, deren Axen den Neigungscoefficienten $1/4$ erhielten, nach den bisher angeführten Methoden der Ableitung noch nicht hervorgegangen, die ihnen zugehörigen Flächen (welche nach Hausmann das Zeichen BD. 4 zukäme) meines Wissens auch noch nicht beobachtet sind, die Wahrscheinlichkeit aber immer dafür spricht, daß eher diejenigen Flächen, welche den erzeugenden, als solche, die den erzeugten oder vermittelten Kräften angehören, in der Natur ausgebildet angetroffen werden müssten; so glaube ich — wenn anders die Richtigkeit der Beobachtung nicht in Zweifel gezogen werden darf, und die beim Bergkrystall, freilich auch wohl nur bei dieser Substanz, beobachteten Flächen, BD. 11 nicht etwa einer von der Hauptzone nur wenig abweichenden transversalen Nebenzone angehören sollten, — daß die Entstehung derjenigen Kraftäußerungen, welche die genannten Flächen z (oder BD. 11) erzeugen sollen, bei vollständiger Durchzählung aller möglichen Combinationen der ursprünglichen Axenthätigkeiten der Cohäsionskraft in Substanzen mit monotrimetrischen Systemen auf anderem Wege leichter wird erklärt werden können. Uebrigens sind solche Kräfte e, für welche tg. $Ee = 1/4$. tg. $E{*}P''$ wird, nicht unmöglich; denn wenn man zuerst vier P in der Stellung, wie $*P'$, P', $*P''$ und P'' zu je zwei, die daraus entspringenden Kräfte E', E'', $*G$ und G selbst wieder zu je zwei, u. s. f. je vier mittlere Kräfte in symmetrischer Stellung um E (fig. 50 durch die Buchstaben α und β angedeutet) zu je zwei combinirt denkt; so erhält man in den Normalkreisen $E{*}P'$, $E{*}P''$, EP', EP'' ꝛc. Axen, deren Neigungscoefficienten die Reihe $1/2$, $1/4$, $1/8$ ꝛc. bilden.

Es braucht kaum noch angemerkt zu werden, daß in allen den Entwickelungen, welche von den Kräften P ausgingen, statt

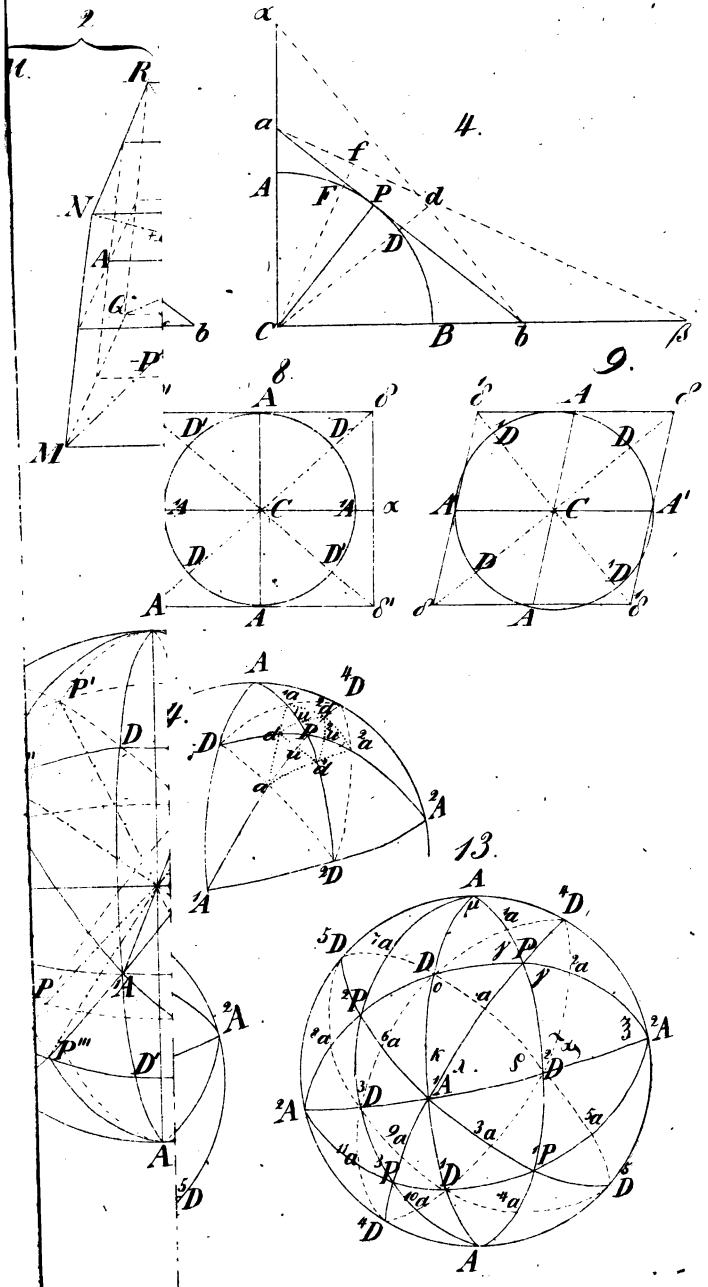
ieser überall je sechs analoge und gleiche Kräfte aus den vericalen Primärzonen gn die Stelle gesetzt werden können, ohne veitere Veränderungen, als daß statt der von jenen abhängizen primären Neigungsverhältnisse in den Primärzonen die entsprechenden secundären Verhältnisse dieser oder der stellvertretenden Nebenzonen einzuführen sind.

Die vollständigere Ausführung der hier nur in ihren Anfängen vorgelegten Entwickelungen, zumal der Formen monotrimetrischer Krystallisationensysteme, muß ich jedoch umfassenderen Untersuchungen aufsparen, welche vornehmlich das Verhältniß der Stärke abgeleiteter und ursprünglicher Aexthätigkeiten der Cohäsionskraft in den krystallisirten Substanzen betreffen. Diese Untersuchungen werden nothwendig auf ein Princip führen, wonach sich das Gleichgewicht eines Systemes gleichzeitiger Wirkungen dieser Kraft in dem nämlichen Krystalle beurtheilen läßt — wofern der Ausdruck „Gleichgewicht" in ähnlichem Sinne wie von bewegenden Kräften auch von den Aeußerungen der (wesentlich verschiedenen) Cohäsionskraft gebraucht werden darf.

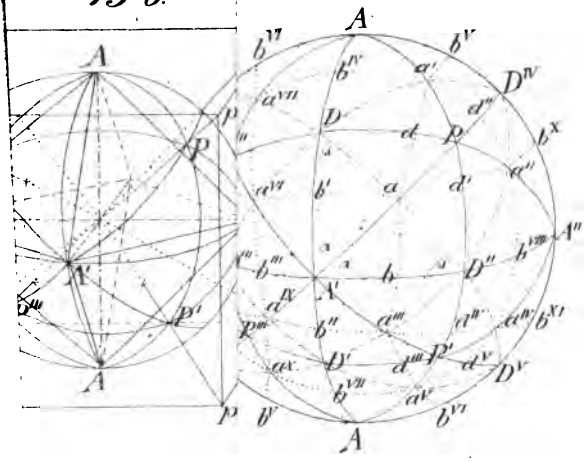
Der Verfasser schmeichelt sich indessen mit der Hoffnung, daß die vorliegenden Untersuchungen, welche wegen ihrer großen Mangelhaftigkeit in so vielen Beziehungen vielleicht Niemanden weniger befriedigt lassen, als ihn selbst, wenigstens für den nächsten Zweck zureichend befunden werden, die Wahrheit derjenigen Gesetze zu beweisen, welche gleich zu Anfange dieser Untersuchungen (§. 54.) über die Art und Weise aufgestellt sind, wie die Cohäsionskraft mit bestimmten Verhältnissen der Stärke in gewissen, relativ festen Richtungen die regelmäßigen Krystallformen der vier näher beschriebenen Abtheilungen von Krystallisationensystemen erzeugt.

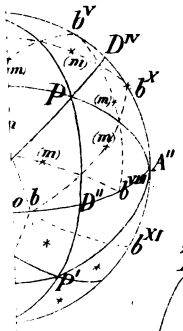
Druckfehler.

Seite 22 Zeile 1 v. o. st. mäßig l. müssig.
" " 14 v. o. st. allgemeine l. allgemein.
" 49 " 3 v. u. st. Belag l. Beleg.
" 54 " 6 v. o. st. anschließt l. anschießt.
" 74 " 5 v. u. st. das Kyanit l. der Kyanit.
" 84 " 1 v. u. zwischen „Bewegungen" und „ein" fehlt „durch".
" 87 " 2 v. u. st. wol l. wohl.
" 99 " 2 v. o. hinter „Wasser" ist einzuschalten: „zumal im kohlensauren ziemlich".
" 127 " 11 v. u. hinter „Analogie" f. „sich".
" 136 " 18 v. u. st. halte l. hält.
" 146 " 4 v. u. st. irgendwo l. nirgendwo.
" 147 " 2 v. u. st. physischer l. psychischer.
" 151 " 8 v. u. st. starren Massen l. starrer Massen.
" 156 " 6 v. o. h. „behauptet" f. ein Komma.
" 175 " 6 v. o. st. auf l. auch.
" 240 " 5 v. o. muß im Zähler des letzten Bruches ^1A statt A gesetzt werden.
" 251 " 9 v. o. zw. „der" und „Theil" f. „achte."
" 252 " 5 v. o. st. vierte l. vier.
" 252 " 1 v. u. st. In l. Je.
" 255 " 4 v. o. st. $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$ l. $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$
" 257 " 17 v. o.
" 268 " 13 v. u.
" 287 " 4 v. o.
} st. In l. Je.
" 275 " 3 v. o. st. nach l. noch.
" 278 " 6 v. u. st. der Ort l. den Ort.

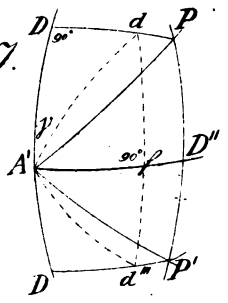

2.
1.
R
N
A
G
b
P
M
4.
α
a
f
A
F
P
d
D
C
B
b
β
8.
A
δ
D'
D
C
α
D
D'
A
δ'
9.
δ
A
δ
D
D
A
C
A'
D
D
δ
A
δ
P'
D
4.
A
4D
D
d
P
2a
a
2A
2D
1A
P
1A
2A
P'''
D'
A
5D
13.
A
4D
5D
7a
D
P
2a
2P
a
2A
8a
6a
κ
λ
ρ
D
1A
3D
2A
9a
3a
5a
11a
3P
1D
1P
5D
10a
4a
4D
A

15 b.



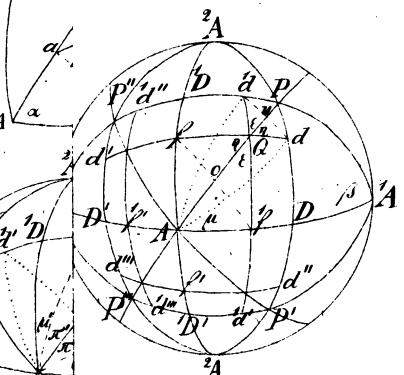


17.

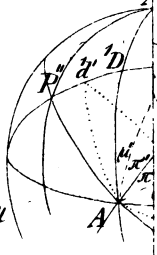


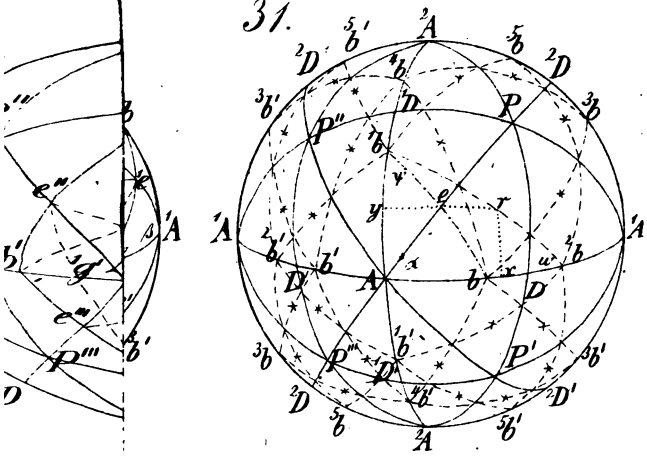
26.

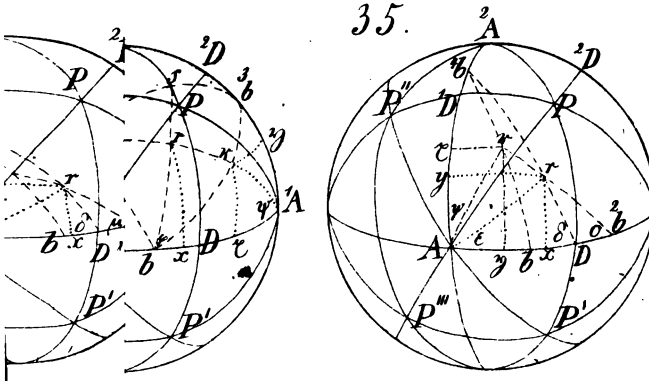
23.

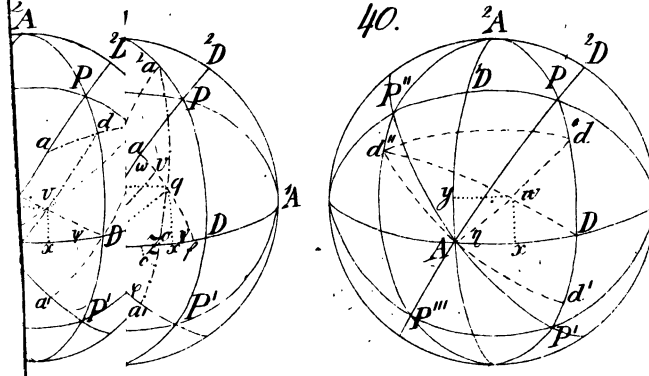


24

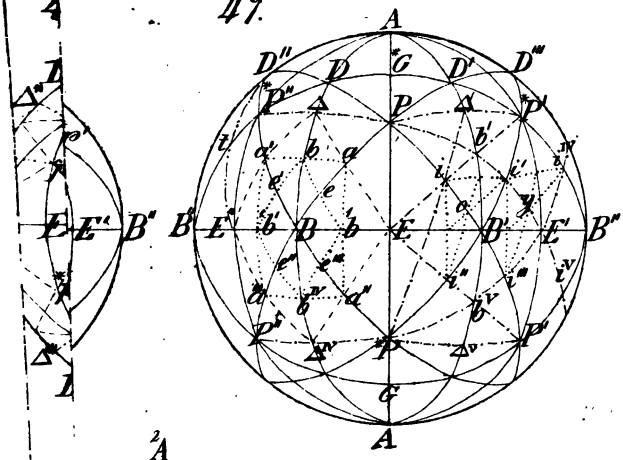


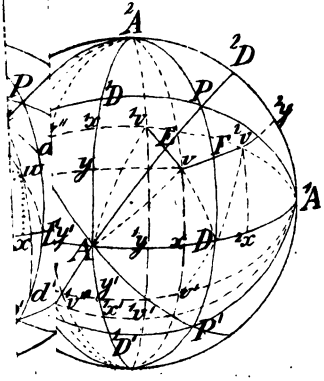

31.


35.

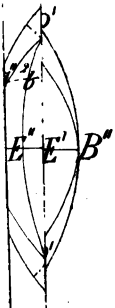

40.

47.

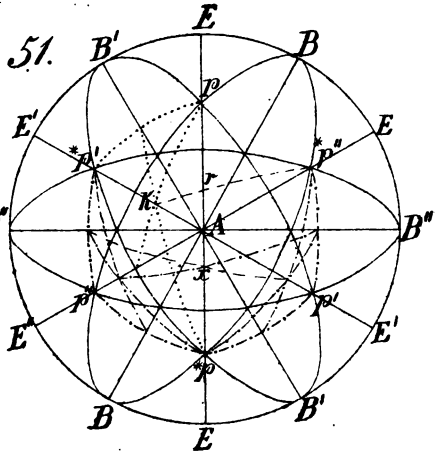




49.

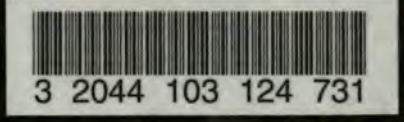


51.



5852

0/90


3 2044 103 124 731